

3. Relazioni fra le funzioni trigonometriche

Vediamo ora se è possibile trovare delle relazioni fra seno, coseno e tangente che ci permettano di passare da una funzione all'altra, cioè di trasformare il seno in coseno, il coseno in tangente, eccetera

a) Prima relazione fondamentale

Lege fra loro il seno ed il coseno permettendo di trasformare l'uno nell'altro.

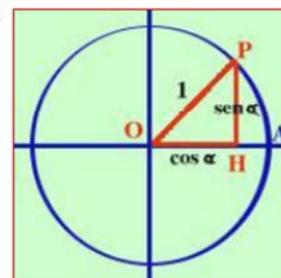
Consideriamo una circonferenza trigonometrica (cioè di raggio 1) e su di essa prendiamo un punto P cui corrisponda l'angolo α .

Il seno, il coseno ed il raggio formano un triangolo rettangolo, quindi, per essi, vale il Teorema di Pitagora:

$$(\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1$$

E' preferibile scrivere:

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$



$\text{sen}^2 \alpha$ e' la scrittura abbreviata di $(\text{sen}\alpha)^2$

Attenzione! Un errore abbastanza comune e' quello di confondere $\text{sen}^2 \alpha$ con $\text{sen} \alpha^2$ sono due cose del tutto diverse;

- il primo e' il quadrato del seno dell'angolo
- per il secondo devi prima fare il quadrato dell'angolo e poi calcolarne il seno

La relazione che abbiamo dimostrato per la circonferenza trigonometrica e' comunque valida per tutte le circonferenze; leggi di seguito la dimostrazione:

Dimostriamo che la prima formula fondamentale e' valida per tutte le circonferenze. Consideriamo una circonferenza qualunque di raggio r e su di essa prendiamo un punto P cui corrisponda l'angolo alfa.

I segmenti OH HP OP formano un triangolo rettangolo, quindi, per essi, vale il Teorema di Pitagora

$$OH^2 + HP^2 = OP^2$$

E' un'uguaglianza, per la seconda regola di equivalenza delle uguaglianze (che poi e' il secondo principio di equivalenza delle equazioni) posso dividere tutti i termini per una stessa espressione diversa da zero: allora divido tutto per OP^2 :

$$\frac{OH^2}{OP^2} + \frac{HP^2}{OP^2} = \frac{OP^2}{OP^2}$$

Ricordando che:

OH/OP e' la definizione di coseno

HP/OP e' la definizione di seno

Ottengo:

$$(\text{cos}\alpha)^2 + (\text{sen}\alpha)^2 = 1$$

Ricaviamo dalla formula trovata le formule per ricavare il seno ed il coseno:

$$\text{sen}\alpha = \pm\sqrt{(1 - \text{cos}^2\alpha)}$$

$$\text{cos}\alpha = \pm\sqrt{(1 - \text{sen}^2\alpha)}$$

scegliendo il piu' od il meno a seconda del quadrante in cui si trova l'angolo, il seno e' positivo nel primo e nel secondo quadrante, negativo nel terzo e nel quarto; il coseno e' positivo nel primo e nel quarto quadrante, negativo nel secondo e nel terzo.

Se non ti piacciono i radicali non ti preoccupare troppo: di solito vengono usati per trasformare termini che sono al quadrato e quindi va via la radice.

