Calcul intégral

Exercices supplémentaires ou sujets d'examen

Ex.1

Soit F la fonction définie, pour tout réel x, par $F(x) = \int_0^{2x} \sqrt{4+t^2}\,dt$ *et l'on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère* $(O; \vec{i}\,;\vec{j})$.

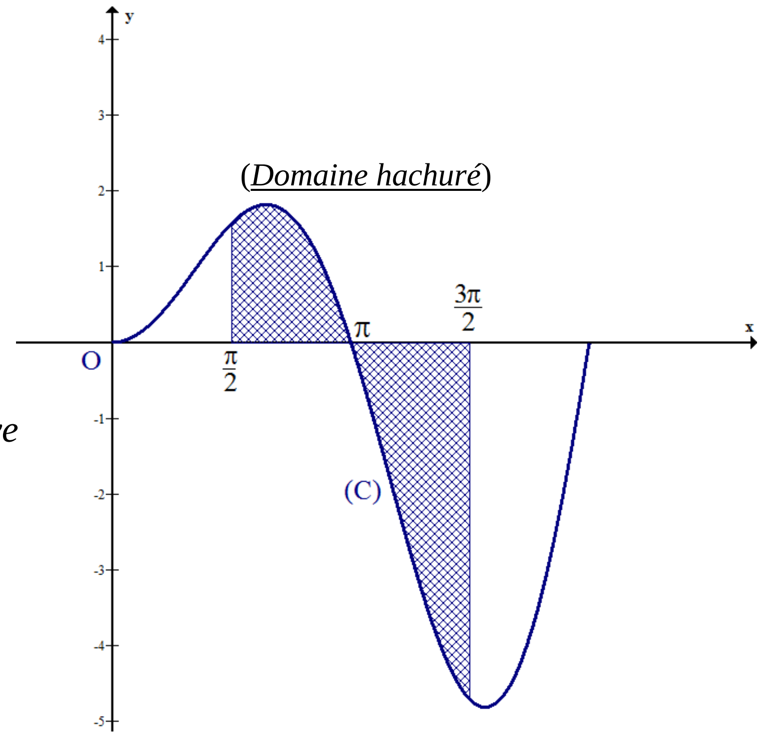
1) Montrer que (C) passe par O et trouver l'équation de la tangente en O à (C).
2) Etudier le signe de F.
3) Calculer $\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x}$.
4) a- Montrer que F admet une fonction réciproque G
b- Calculer $G'(0)$

Ex.2

Calculer $\lim_{x\to 0} \dfrac{\int_0^{3x} \sqrt{4+\sin t}\;dt}{\sin 2x}$

Ex .3

On considère les deux fonctions :
f définie par f(x) = x.sinx et
g définie par $g(x) = x\cos x$.
La courbe ci-contre est la courbe représentative de f en repère orthonormé $(O; \vec{i}\,;\vec{j})$.



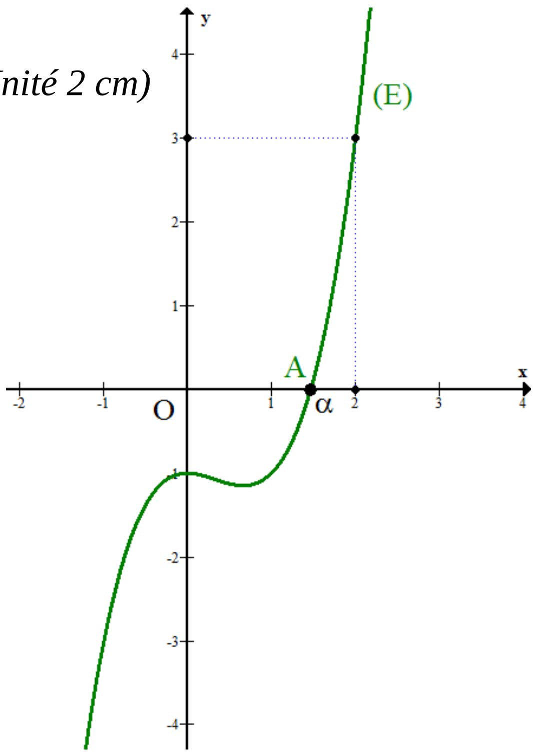
1) Vérifier que $g'(x) + f(x) = \cos x$.
2) Calculer l'aire du domaine hachuré.

Ex .4

Calculer $\int_0^{2\pi} x.\left|\sin\frac{x}{2}\right| dx$

Ex.5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i}\,;\vec{j})$. *(Unité 2 cm)*



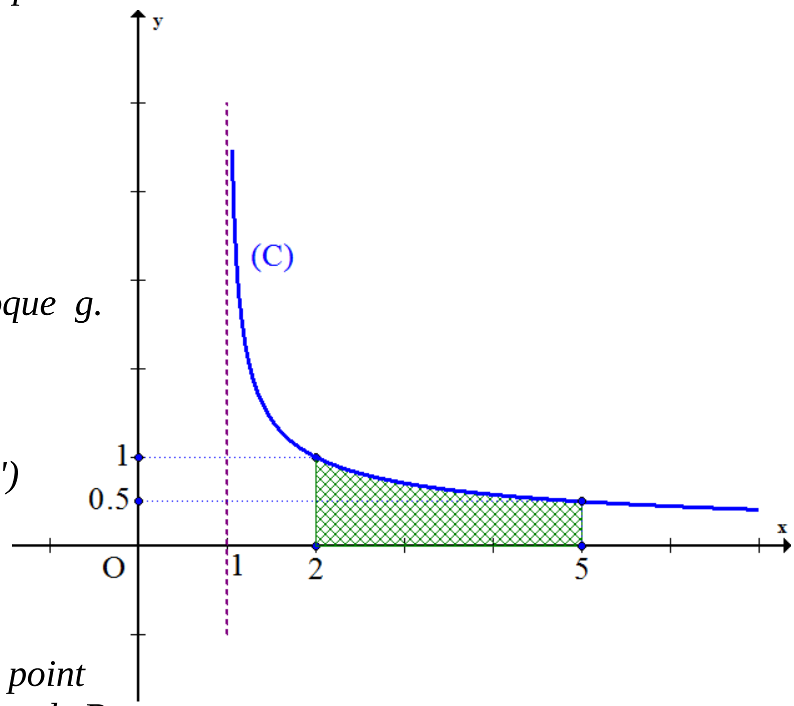
A) On considère la fonction u *définie dans* $\mathbb{R}$
par $u(x) = x^3 - x^2 - 1$.
La courbe (E) ci-contre est la courbe représentative de la fonction u . (E) coupe l'axe des abscisses en un point A d'abscisse α *et passe par le point (2 ; 3).*

1) Vérifier que : $1{,}46 < \alpha < 1{,}47$.
(Dans la suite on prend $\alpha = 1{,}5$*.*

2) La fonction u admet dans $[1\,;+\infty[$ *une fonction réciproque h.*
On désigne par (H) la courbe représentative de la fonction h.
Trouver l'équation de la tangente (T) à (H) au point de (H) d'abscisse 3.

B) La courbe (C) ci-dessous, est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[1;+\infty[$ *par :*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}.$$



1) Reproduire la courbe (C).

2) a- Démontrer que f *admet sur* $[1;+\infty[$ *une fonction réciproque* g*.*
Indiquer le domaine de g.
b- Calculer g(x) en fonction de x*.*

3) a- Tracer la courbe représentative (C ') de la fonction g, dans le repère $(O;\vec{i}\,;\vec{j})$*.*
b- Les deux courbes (C) et (C ') ont un point commun B. Calculer les coordonnées de B.

4) Calculer, en cm^2*, l'aire de la surface hachurée.*

5) Soit F *la fonction définie sur* $]1;+\infty[$ *par :* $F(x) = \int_x^2 f(t)\,dt$.
Etudier les variations de F *.*