

## Étude d'un système d'équations formé d'une équation du premier degré et d'une équation du second degré

Ouvrez la figure *Système d'équations du premier et deuxième degré* pour répondre aux questions suivantes :

---

L'équation du premier degré est :  $y = a_2x + b_2$

L'équation du second degré est :  $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$

Dans cette activité, vous aurez à modifier les paramètres de la représentation graphique des deux équations afin d'obtenir des solutions déterminées.

### Premier défi

Pour ce défi, vous devrez obtenir un système ayant deux solutions et qu'une des solutions soit  $(0, 0)$ .

Quelle est la condition pour que le graphique de l'équation  $y = a_2x + b_2$  passe par le point  $(0, 0)$  ? \_\_\_\_\_

Quelle est la condition pour que le graphique de l'équation :  $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$  passe par le point  $(0, 0)$  ? \_\_\_\_\_

Donnez deux exemples de systèmes équations ayant deux solutions dont une des solutions est  $(0, 0)$  :

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Démontez algébriquement les solutions pour un de vos exemples :

Système d'équations du premier et du second degré

## Deuxième défi

Pour ce défi, vous devez avoir un système n'ayant qu'une seule solution et que cette solution soit  $(0, 0)$ .

Quelle condition doit être respectée pour y arriver ?

Existe-t-il plusieurs réponses possibles pour arriver à cette solution ? Si oui, donnez deux exemples :

Démontrez algébriquement la solution d'un de vos exemple :

Système d'équations du premier et du second degré

### Troisième défi

Vous allez maintenant explorer le cas où le système n'a qu'une seule solution et que celle-ci est sur l'axe des ordonnées, mais différente de  $(0, 0)$ .

Quelle condition doit être respectée pour y arriver ?

Existe-t-il plusieurs réponses possibles pour arriver à cette solution ? Si oui, donnez deux exemples :

Démontrez algébriquement la solution d'un de vos exemple :

Système d'équations du premier et du second degré

### Quatrième défi

Dans ce défi, vous aurez à trouver la solution unique à quelques systèmes dont certains paramètres sont déterminés.

#### **Premier cas**

Fixez les paramètres  $a_1$  à 4,  $c_1$  à -1 et  $b_2$  à -2. Vous devrez manipuler les paramètres  $b_1$  et  $a_2$  pour arriver à un système n'ayant **qu'une seule solution**.

Complétez le tableau suivant :

$b_1$	$a_2$	Solution
-1	3	(0,5 ; -0,5)
-2,3	1,7	
1		
	-0,8	
	-2	

Que constatez-vous ? (Observez la régularité dans les solutions et cherchez une constante avec les valeurs données aux paramètres) :

Démontrez votre observation à l'aide d'un ou deux exemples :

Système d'équations du premier et du second degré

### Deuxième cas

Fixez les paramètres  $a_1$  à  $-1$ ,  $c_1$  à  $-1,5$  et  $b_2$  à  $-0,5$ . Vous devrez manipuler les paramètres  $b_1$  et  $a_2$  pour arriver à un système n'ayant qu'une seule solution.

Complétez le tableau suivant :

$b_1$	$a_2$	Solution
-0,8	-2,8	(1 ; -3,3)
2,4	0,4	
3,2		
	-1,5	
	-3	

Que constatez-vous ? (Observez la régularité dans les solutions et cherchez une constante avec les valeurs données aux paramètres) :

Démontrez votre observation à l'aide des équations :

Système d'équations du premier et du second degré

### Cinquième défi

Fixez les paramètres  $a_1$  à 4,  $b_1$  à 1,  $c_1$  à -1 et  $a_2$  à 1. Quelle valeur minimale ou maximale devra avoir  $b_2$  pour que le système ait deux solutions ? Démontrez algébriquement.

Donnez un exemple et un contre-exemple <sup>1</sup>?

### Réflexion

Est-ce possible qu'un système formé par une équation du premier degré et une équation du second degré ait deux solutions ayant la même ordonnée ? Démontrez ou donnez un exemple :

Est-ce possible qu'un système formé par une équation du premier degré et une équation du second degré ait deux solutions ayant la même abscisse ? Démontrez ou donnez un exemple :

---

<sup>1</sup> Dans ce cas, un contre-exemple est un exemple où la système n'a pas deux solutions.

### Sixième défi

Un système d'équations possède deux solutions ; soit  $(-4, 6)$  et  $(0, 2)$ . Quelles sont ces équations ? Existe-t-il plusieurs systèmes d'équations, composés d'une équation du premier degré et d'une équation du second degré, qui possèdent ces solutions ? Faites des essais à l'aide du fichier de géométrie dynamique et faites la preuve algébrique de votre réponse.

