



Université du Québec à Montréal

**Par**

**Siham Dahoumane (DAHS29609008)**

**&**

**Taha Boumzebra (BOUT10121993)**

MAT4812

Session Hiver 2017

Travail présenté à :

**Mme Venant, Fabienne**

**Scénario de la leçon filmée**

Date de remise :

**22 avril 2017**

## Géométrie Analytique

---

Nous avons choisi ce sujet afin de montrer que les notions de géométrie analytique peuvent être étudiées sans nécessairement appliquer des formules apprises sans compréhension. En effet, nous voulons montrer que pour résoudre les exercices et les problèmes, il est toujours possible d'utiliser des notions géométriques (plan cartésien, triangles rectangles, relation de Pythagore, relations métriques, etc.), pour calculer des distances et ce, peu importe le problème ou l'exercice donné. La géométrie est malheureusement souvent négligée à cause des formules fournies par l'enseignant sans explications de leurs sources.

Nous visons un apprentissage qui découle de la compréhension et non de l'application brute des différentes formules. Pour ce faire, la résolution avec les triangles rectangles sera toujours celle à laquelle nous aurons recours dans cette leçon. Nous priorisons la résolution géométrique des problèmes, pour que l'élève qui bloque sur un problème, puisse développer les réflexes de se servir du plan cartésien et des triangles rectangles, afin de visualiser et d'analyser la situation adéquatement, de comprendre ce qu'il cherche réellement et de trouver la solution sans appliquer bêtement des formules.

Cependant, il peut s'avérer bénéfique pour les élèves d'utiliser les formules pour sauver du temps, mais seulement s'ils comprennent bien leur source géométrique. Mettons-nous à l'évidence, les formules sont tout de même le résumé algébrique d'un travail géométrique.

### LE DÉCOUPAGE PAR PHASES

---

Phases	Durée
<b>Phase 1</b> : Explications générales	5 minutes
<b>Phase 2</b> : Activité d'introduction (Google Maps)	10 minutes
<b>Phase 3</b> : Activité 1 : Distance entre deux points (Géogébra)	20 minutes
<b>Phase 4</b> : Activité 2 : Point de partage (Géogébra-FramPad-Video)	30 minutes
<b>Phase 5</b> : Devoir	10 minutes

**Niveau d'enseignement** : La géométrie analytique est enseignée en deuxième et en troisième année du deuxième cycle du secondaire.

## **PHASE 1 : Explications générales**

---

**Intentions :** Explications générales de ce qui est prévu pour ce cours.

**Moyen :** On va prendre 5 minutes, au début du cours, pour expliquer aux élèves ce qu'ils vont apprendre dans ce cours :

- **La distance ente deux points ;**
- **Le point de partage.**

**Déroulement :**

Le cours sera destiné à la **découverte** en utilisant la **technologie** qui a comme but d'offrir un **meilleur visuel** et une meilleure compréhension de la **géométrie analytique**.

Le but du cours n'est donc pas d'utiliser les formules de géométrie analytique, mais plutôt, de faire des exercices, en s'aidant de la technologie, afin de les découvrir avec les élèves. Ainsi, les élèves vont comprendre d'où les formules viennent et pourront ensuite les utiliser pour sauver du temps.

## **PHASE 2 : Activité d'introduction**

---

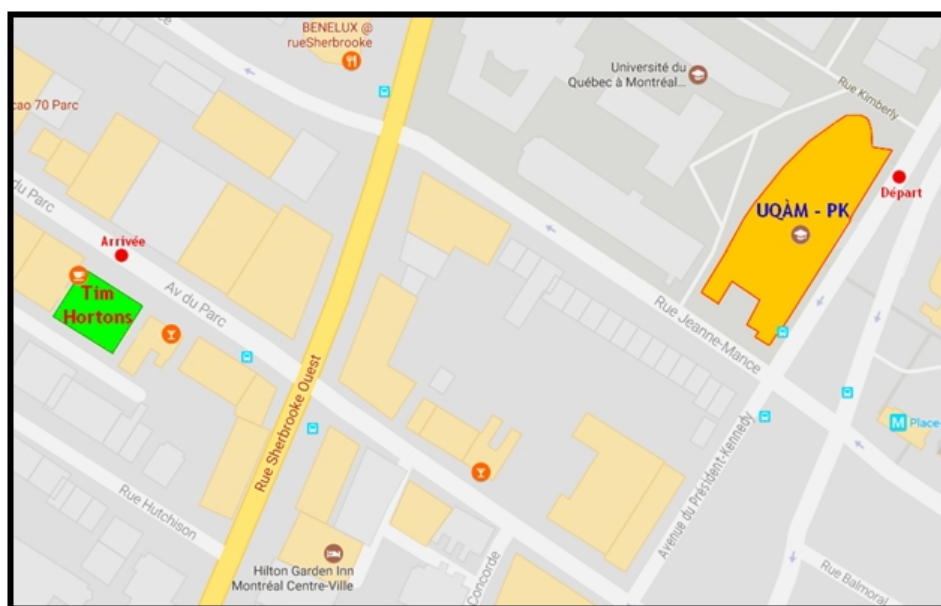
**Intention :** Utiliser une technologie de « la vie de tous les jours », pour trouver les données nécessaires à un problème.

**Moyen :** Google Maps

**Déroulement :** On va demander aux élèves de trouver la plus courte distance entre le Tim Hortons (3444 avenue du parc) et le Pavillon Président Kennedy de l'UQÀM (155 avenue du président kennedy). **La distance la plus cours en mathématique c'est la distance à vol d'oiseau entre ces deux lieux.**

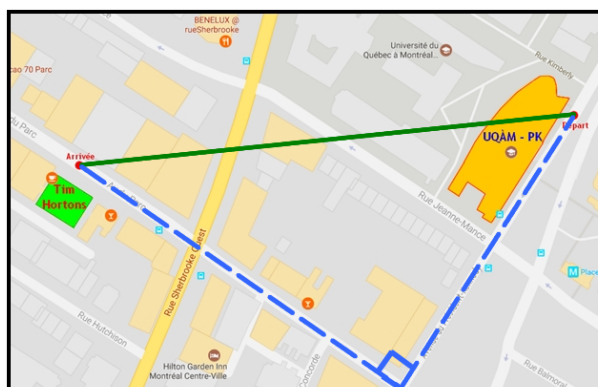
Pour ce faire, on va leur donner un contexte pour qu'ils comprennent bien ce qu'ils doivent trouver, ainsi que d'autres informations nécessaires, comme l'adresse des

lieux (départ et arrivée) et les rues perpendiculaires et parallèles. Les élèves devront se débrouiller, avec Google Maps, pour trouver la distance demandée.



### *Pourquoi avons-nous choisi Google Maps ?*

Google Maps ne permet pas de trouver une distance à vol d'oiseau ! Donc, les élèves seront obligés de passer (trouver les distances) par des rues existantes pour aller du point A au point B. Comme le problème demande de trouver la distance la plus courte, les élèves n'auront pas



d'autres choix que de choisir deux rues perpendiculaires (qui seront des cathètes) pour former un triangle rectangle avec les rues (dont la distance cherchée sera l'hypoténuse) et avec ces données, ils pourront utiliser la relation de Pythagore. Cette démarche est exactement celle à laquelle on veut amener nos élèves de façon naturelle. Sans le savoir, ils utilisent la formule de distance entre deux points pour trouver la distance demandée. Cependant, ils l'utilisent en comprenant exactement ce qu'ils font et pour quelle raison. Enfin, nous allons prendre les réponses des élèves en demandant de préciser leur démarche (la démarche attendue devrait ressortir).

## **PHASE 3 : Activité 1 – Distance entre deux points**

---

**Intention :** Faire le lien entre la vie de tous les jours et les mathématiques en montrant aux élèves que ce qu'ils viennent de faire peut se faire sur le plan cartésien ! Ainsi, les élèves vont trouver la distance entre deux points géométriquement et découvrir la formule générale de cette notion.

**Moyen :** Continuité de l'activité d'introduction (phase 2), mais en posant le problème sur le plan cartésien.

**Déroulement :**

Nous allons ouvrir un fichier Géogébra avec deux points :

**UQÀM - PK : A(280 ; 20)**

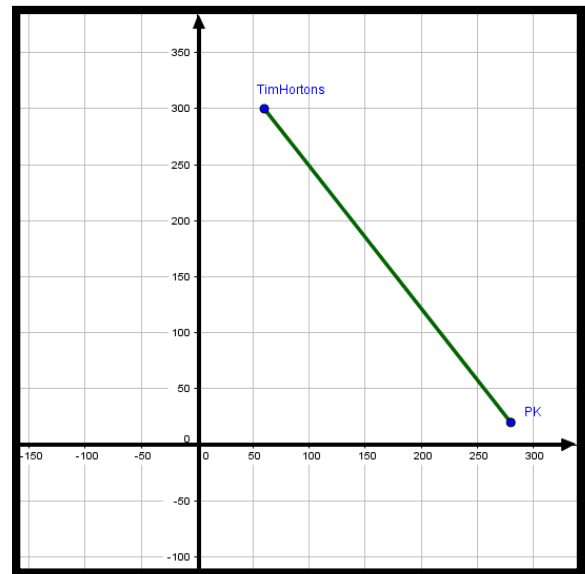
**Tim Hortons : B(60 ; 300)**

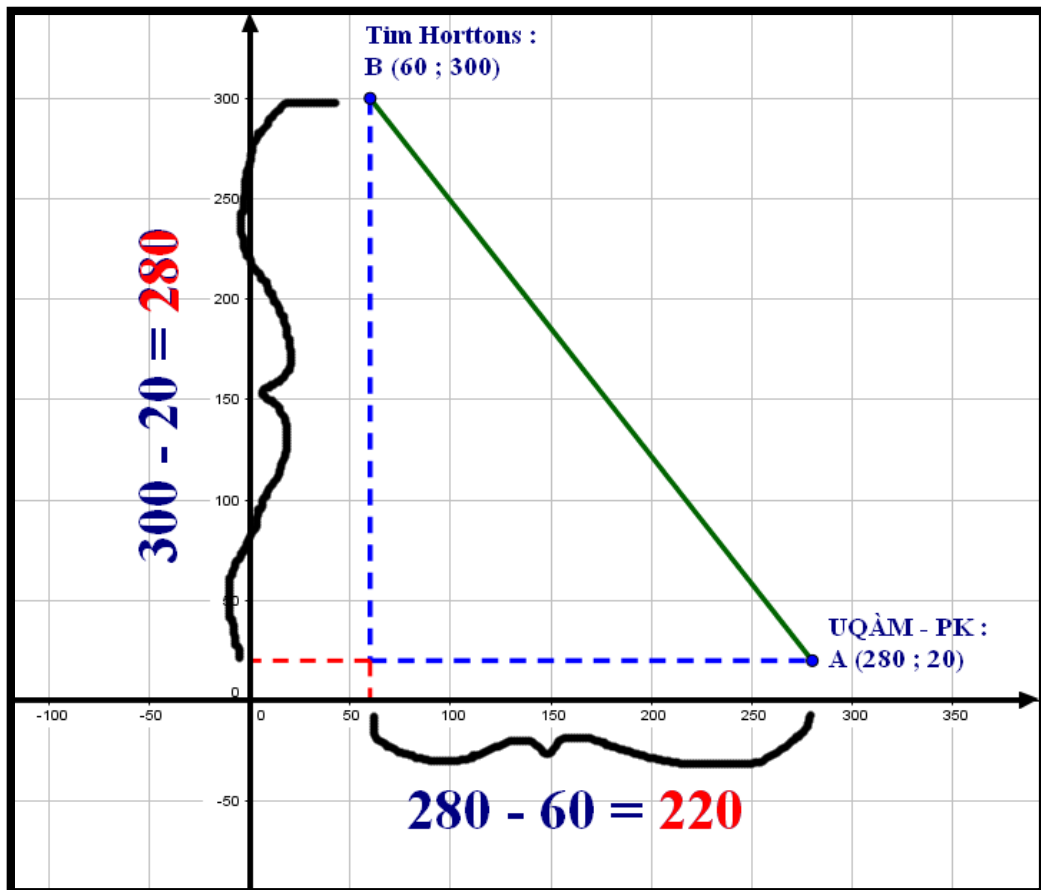
Nous allons demander aux élèves de refaire le même travail que précédemment, soit trouver la distance  $\overline{AB}$ , mais cette fois, sur le plan cartésien. Les élèves devront utiliser que des outils géométriques (Pas le droit de lire la mesure du segment  $\overline{AB}$  dans *Algèbre*).

**Difficulté :** Nous n'avons pas placé les points des deux lieux sur les axes du plan cartésien. Les élèves doivent comprendre qu'il est possible de trouver n'importe quelle distance entre deux points sur le plan cartésien.

**Question :** Distances négatives en travaillant dans le plan cartésien ?

**La démarche attendue** est bien sûr celle de la construction d'un triangle rectangle, en construisant des perpendiculaires pour les cathètes et en utilisant le plan cartésien pour faire la différence des abscisses et des ordonnées, afin de trouver leurs mesures. Ensuite, les élèves devront utiliser la relation de Pythagore pour trouver la mesure de l'hypoténuse qui est la mesure de la distance cherchée.





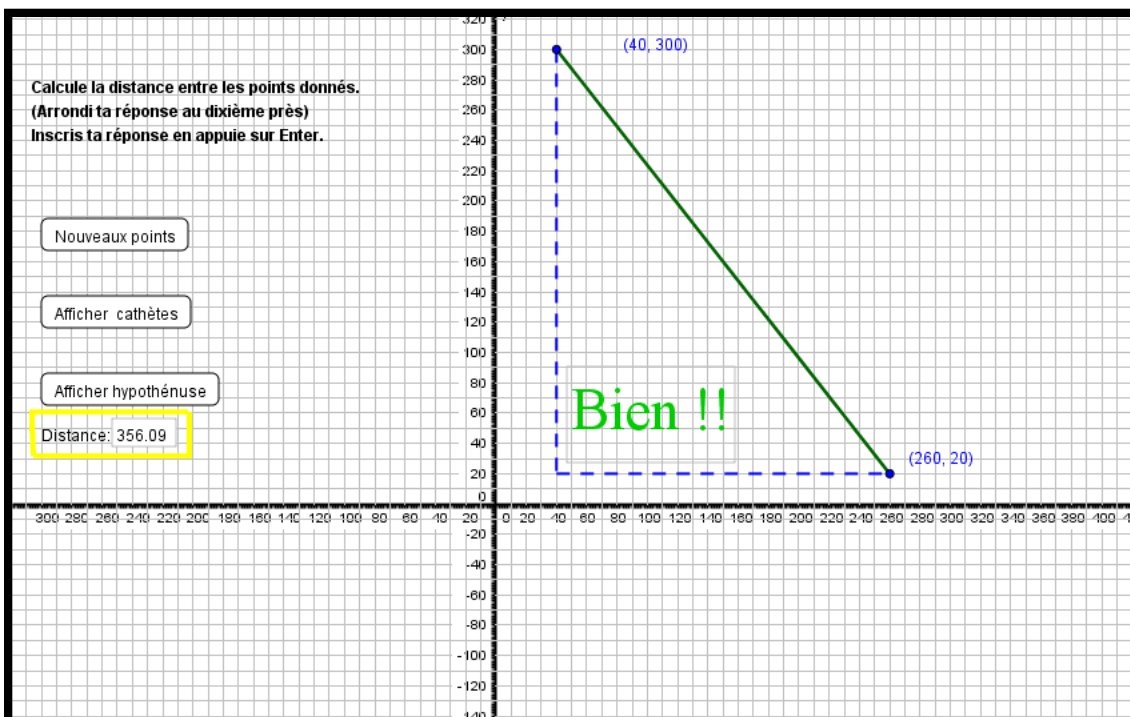
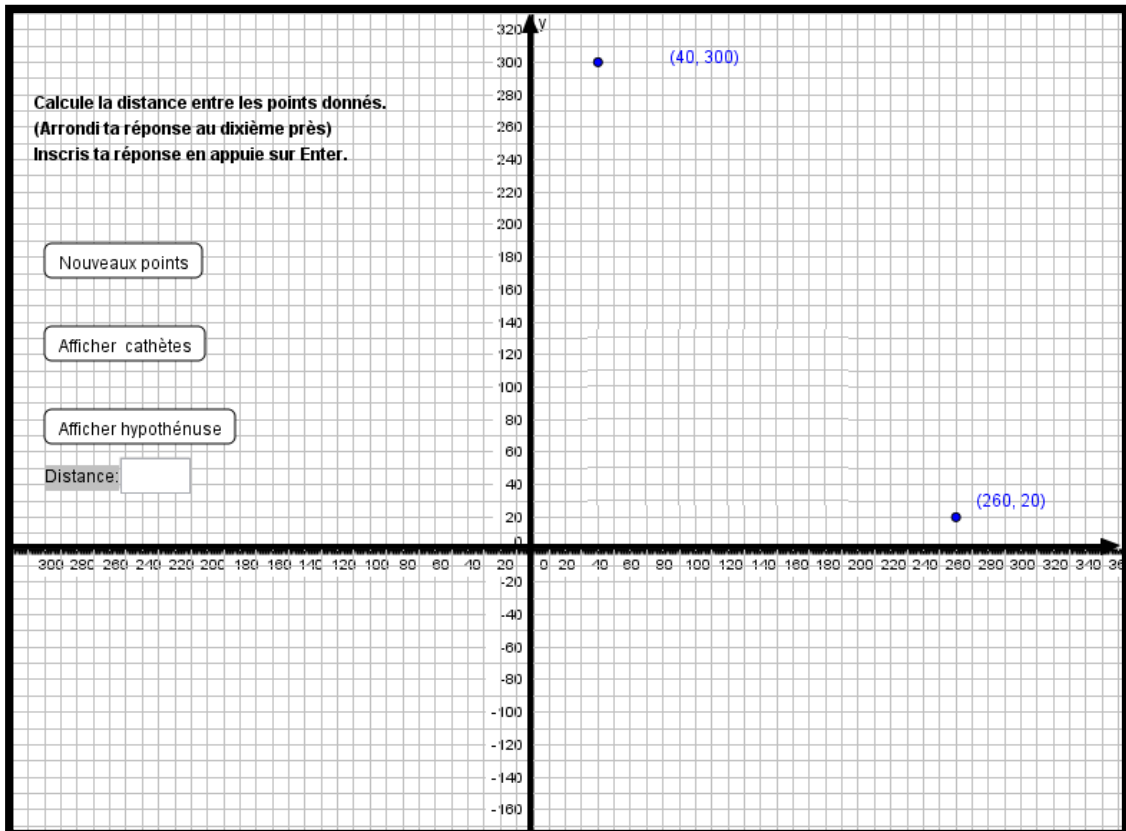
Relation de Pythagore :  $d_{AB} = \sqrt{220^2 + 280^2} \approx 356,0898 \text{ m}$

**Réponse :** Donc, la distance à vol d’oiseau entre le pavillon Pk de l’UQÀM et le Tim Hortons est à peu près de **356 mètres**.

Enfin, nous allons questionner les élèves pour les amener à nous dire ce qu’ils ont fait et ainsi, les aider à faire sortir la formule de distance entre deux points qu’on écrira au tableau.

$$\begin{array}{c}
 \boxed{m. d(A, B)} = \sqrt{\underbrace{(280 - 60)^2}_{\substack{\text{Soustraction} \\ \text{en abscisses} \\ \text{[Mesure grande cathète]}^2}} + \underbrace{(300 - 20)^2}_{\substack{\text{Soustraction} \\ \text{en ordonnées} \\ \text{[Mesure petite cathète]}^2}}} \\
 \downarrow \\
 \text{Distance entre} \\
 \text{le point A et B} \\
 \downarrow \\
 \text{Hypoténuse} \\
 \downarrow \\
 \text{Relation de Pythagore}
 \end{array}$$

**Exercices pratique** avec un fichier Géogébra qu'on va leur fournir, pour vérifier leur compréhension de la distance entre deux points. Les élèves devront construire leur triangle rectangle et vérifier leur réponse en affichant les cathètes et en inscrivant leur réponse dans la case **Distance** et appuyer sur **Entrer**. Un message **BIEN** ou **NOP** va s'afficher pour vérifier la mesure de la distance trouvée.



## PHASE 4 : Activité 2 – Point de partage

---

**Intentions :** Apprendre aux élèves à trouver le point de partage de façon géométrique pour, encore une fois, découvrir la formule générale de cette notion.

**Moyens :**

- **FramPad :** Poser des questions (Réponse et retour en groupe) pour vérifier/consolider leurs connaissances sur la géométrie analytique.
- **Vidéo :** Pour expliquer comment construire l'outil point milieu sur Géogébra, afin que les élèves puissent s'en servir.
- **Fichier Géogébra (point de partage) :** Pour que les élèves puissent pratiquer la notion de point milieu.

**Déroulement :**

### 1- Questionnement

D'abord, on va commencer par donner les questions sur **FramPad**. On a demandé que chaque élève devait y répondre (7 élèves, donc 7 réponses). Ainsi, on pourra revenir dessus un peu plus tard pour clarifier et comparer les différentes réponses.

#### Questions sur FramPad :

- 1- Qu'est-ce qu'un point de partage en géométrie analytique ? À quoi sert-il ?
- 2- Est-ce que le point milieu fait partie de la notion de point de partage ?
- 3- Qu'est-ce qu'un rapport « Partie au tout ».
- 4- Qu'est-ce qu'un rapport « partie à partie »
- 5- Comment passer d'un rapport partie-partie à un rapport partie-tout et vice-versa ?
- 6- Est-ce que les coordonnées d'un point de partage sur le segment  $\overline{AB}$  et le segment  $\overline{BA}$  sont toujours différents ?
- 7- Est-ce possible de trouver un point de partage (exemple :  $2/7$  d'un segment) sans utiliser la formule ?

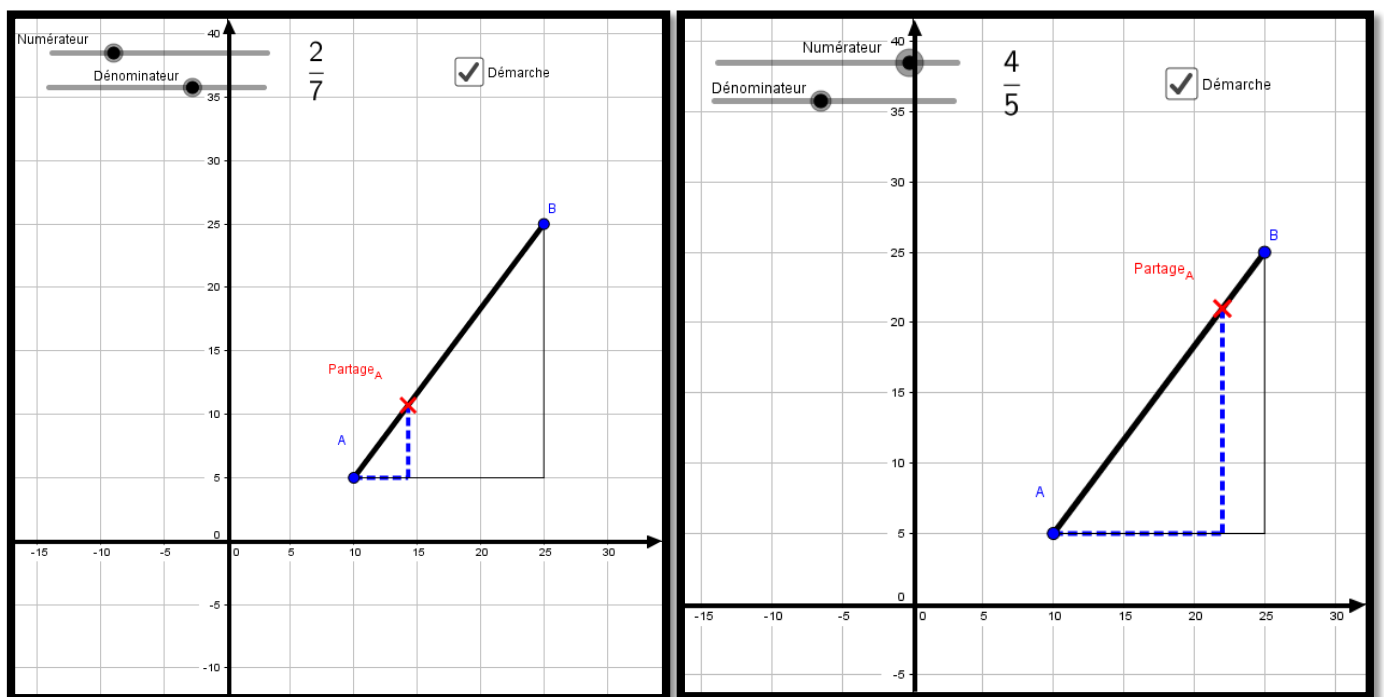


## 2- Vidéo : Construction Géogébra

Nous voulons que les élèves construisent leur propre outil du point de partage sur Géogébra. Pour les aider, nous allons leur fournir une vidéo qui leur explique ce qu'on s'attend qu'ils construisent.

### *Pourquoi une vidéo ?*

Ils pourront la faire jouer et rejouer autant de fois qu'ils veulent pour voir et mieux comprendre comment doit fonctionner l'outil qu'ils ont à construire.



Nous allons nous promener pour les diriger et pour répondre aux questions. Après 5 à 10 minutes (max), nous allons leur montrer les étapes de construction de l'outil pour ceux qui n'auront pas réussi, tout en leur posant des questions et en expliquant la géométrie utilisée pour faire la construction.

Pour continuer, les élèves devront s'aider de leur outil Géogébra pour faire quelques exercices de point de partage. Nous allons leur expliquer que dans cette notion, ce n'est pas une distance qu'on cherche, mais plutôt les coordonnées d'un point précis. Tout de même, la démarche reste semblable à la notion de distance entre deux points, puisqu'ils devront encore utiliser des triangles rectangles pour trouver la réponse.

**Exercice : Trouver les coordonnées du point de partage demandé.**

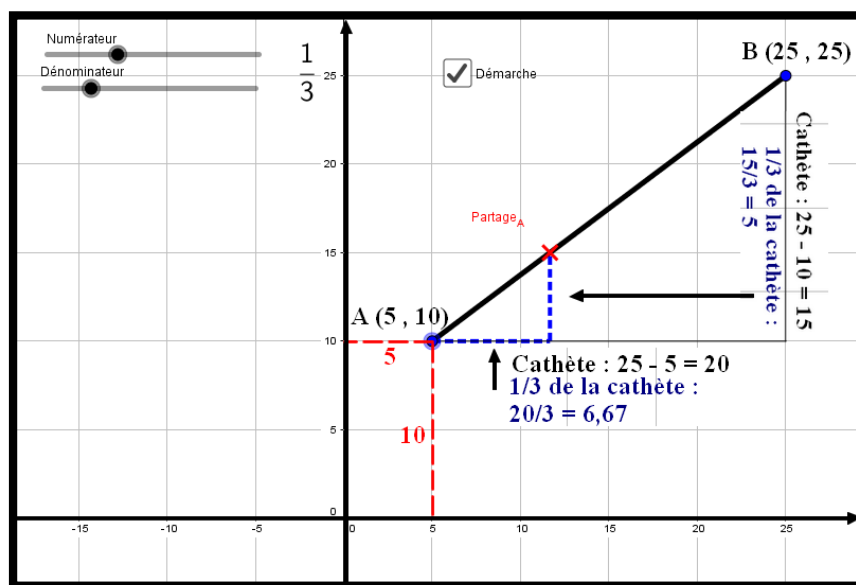
*\*Indice : utiliser la notion de distance entre deux points.*

$$\frac{1}{3} \text{ du segment } \overline{AB} : \quad A(5 ; 10) \text{ et } B(25 ; 25)$$

$$\frac{1}{3} \text{ du segment } \overline{BA} : \quad B(5 ; 15) \text{ et } A(-12 ; -4)$$

$$\frac{12}{20} \text{ du segment } \overline{BA} : \quad B(4 ; 2) \text{ et } A(12 ; -5)$$

Après 15 minutes, nous allons prendre les solutions et demander aux élèves d'expliquer leur démarche géométrique. Voici une résolution pour le premier exercice avec l'outil géogébra :  $\frac{1}{3}$  du segment  $\overline{AB}$  :  $A(5 ; 10)$  et  $B(25 ; 25)$



**En abscisse**

- On trouve la mesure de la petite cathète :  $25 - 5 = 20$
- Le point de partage se trouve au 1/3 de la petite cathète :  $\frac{1}{3} \times 20 \approx 6,67$
- Ajouter l'ordonnée du point A :  $6,67 + 5 \approx 11,67$

**En ordonnée**

- On trouve la mesure de la petite cathète :  $25 - 10 = 15$
- Le point de partage se trouve au 1/3 de la petite cathète :  $\frac{1}{3} \times 15 = 5$
- Ajouter l'ordonnée du point A :  $5 + 10 = 15$

**Coordonnées du point de partage au 1/3 de  $\overline{AB}$  : (11,67 ; 15)**

Enfin, nous allons questionner les élèves pour les amener à nous dire ce qu'ils ont fait et ainsi, les aider à faire sortir la formule du point de partage qu'on écrira au tableau.

$$C(x_c, y_c) = \left( x_1 + k(x_2 - x_1) \right) ; \left( y_1 + k(y_2 - y_1) \right)$$

The diagram illustrates the geometric reasoning for finding the coordinates of a point C on a line segment. For the x-coordinate, a blue arrow points from  $x_1$  to the text "Raisonnement géométrique (en abscisse) sur le plan cartésien pour trouver la coordonnée". A green arrow points from  $\frac{1}{3}$  to the text "Cathète en abscisse". A red arrow points from  $(x_2 - x_1)$  to the text "Cathète en abscisse". For the y-coordinate, a blue arrow points from  $y_1$  to the text "Raisonnement géométrique (en ordonnée) sur le plan cartésien pour trouver la coordonnée". A green arrow points from  $\frac{1}{3}$  to the text "Cathète en ordonnée". A red arrow points from  $(y_2 - y_1)$  to the text "Cathète en ordonnée".

## PHASE 5 : Devoir

**Intentions :** Donner le devoir.

**Moyen :** Exercices de pratique pour trouver des distances entre deux points et les coordonnées de divers points de partage.

**Déroulement :** Après ce cours, les élèves auront mieux compris d'où viennent les formules de distance entre deux points et de point de partage en géométrie analytique, puisqu'ils les ont découverts à partir d'un travail géométrique. Ils pourront maintenant s'exercer sur ces notions en utilisant les formules découvertes en cours.