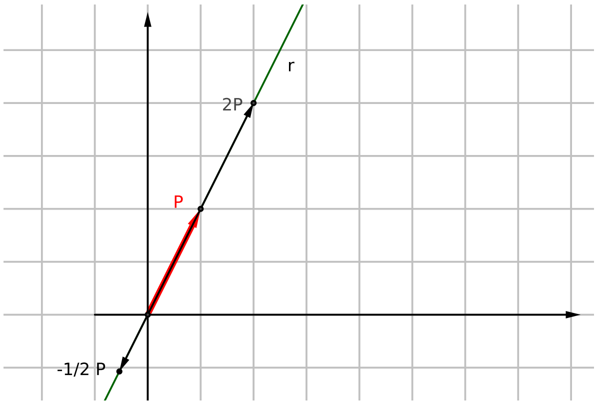
Con un file GeoGebra, ci si convince facilmente che dato un punto, o un vettore, P, i punti o vettori $t\,P$ descrivono, al variare di $t \in \mathbb{R}$, la retta passante per l'origine e per P. Per esempio, partendo dal punto, o vettore, $P(1,2)$ i punti $tP = (t, 2t)$ descrivono la retta di equazione $y = 2x$. Si può dire che la retta $r:\ y = 2x$ ha **equazione parametrica**

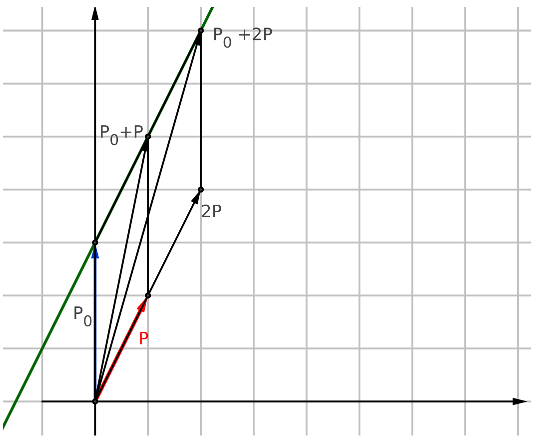
$$r:\ (x,y) = (t,2t) = t\,(1,2) \qquad \text{ovvero} \qquad r:\ \begin{cases} x = t \\ y = 2t \end{cases} \qquad \forall t \in \mathbb{R}$$



Notiamo che la retta ha direzione corrispondente al vettore $\mathbf{v_r} = P(1,2)$, ovvero ha coefficiente angolare $m = 2$. Alla luce di questa nuova interpretazione della retta prova a rispondere alle seguenti questioni:

- Qual è il legame tra coefficiente angolare e vettore direzione?
- Se prendessi come punto iniziale il punto $Q(2,4)$ cosa cambierebbe?
- Si può dire che la retta r ha direzione $(2,4)$?

Oltre al vettore $P(1,2)$, consideriamo ora un vettore o punto P_0. Cosa si ottiene calcolando $P_0 + P$ o più in generale $P_0 + tP$ al variare di $t \in \mathbb{R}$? Per esempio consideriamo $P_0(0,1)$.

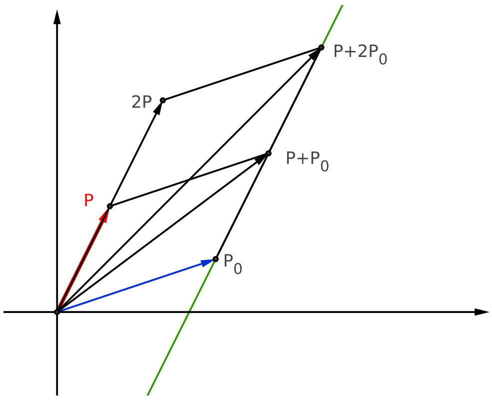


Si ottiene una retta formata da punti del tipo $P_o + tP = (0+t, 1+2t)$, ovvero una retta s di equazioni parametriche:

$$s:\ (x,y) = (0,1) + (1,2)t = (t, 1+2t) \qquad \text{ovvero} \qquad s:\ \begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \end{cases} \qquad \forall t \in \mathbb{R}$$

Notiamo che si tratta ancora di una retta di direzione $\mathbf{v_r}(1,2)$, ovvero di coefficiente angolare $m = 2$, ma traslata nel punto $(0,1)$.

Analogamente, calcoliamo $P_0 + tP$ al variare di $t \in \mathbb{R}$ considerando ancora $P(1,2)$ e il vettore o punto $P_0(3,1)$.



In questo caso si ottiene una retta formata da punti del tipo $P_o + tP = (3+t, 1+2t)$, ovvero una retta s' di equazioni parametriche:

$$s' : \ (x,y) = (3,1) + (1,2)t = (3+t, 1+2t) \qquad \text{ovvero} \qquad s' : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+2t \end{cases} \qquad \forall t \in \mathbb{R}$$

Notiamo che si tratta ancora di una retta di direzione $\mathbf{v_r}(1,2)$, ovvero di coefficiente angolare $m = 2$, ma traslata nel punto $(3,1)$.

In generale quindi la retta r passante per il punto $P_0(x_0, y_0)$ e di direzione $\mathbf{v_r} = P = (x_P, y_P)$ ha equazione parametrica

$$r : \ (x,y) = P_0 + tP = (x_0 + tx_P, y_0 + ty_P) \qquad \text{ovvero} \qquad r : \begin{cases} x = x_0 + tx_P \\ y = y_0 + ty_P \end{cases} \qquad \forall t \in \mathbb{R}$$