Équations différentielles

S.V + S.G

Équations du type $y' + ay = 0$.

Ex.1

Résoudre dans IR, les équations différentielles suivantes :

1) $2y' + 4y = 0$.
2) $3y' + 4y = 0$ et $y(0) = -1$.

Équations du type $y' + ay = f(x)$.

Ex.2

1) Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2x + 1$.
   a - Déterminer une solution particulière g de (E), sous la forme d'un polynôme du premier degré.
   b - Trouver la solution générale de (E).

2) Soit l'équation différentielle (E) : $2y' + y = x + 3$.
   a - Soit $z = y - x - 1$.
   Former l'équation différentielle satisfaite par z, et puis résoudre cette équation.
   b - Trouver la solution générale de (E).

3) Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 3y = e^{2x}$.
   a -Déterminer une solution particulière g de (E), sous la forme $g(x) = ke^{2x}$ (k est une constante).
   b -Trouver la solution générale de (E).

Équations du type $y'' + ay' + by = 0$.

Ex. 3

Résoudre dans IR, les équations différentielles suivantes :

1) $y'' - 2y' - 3y = 0$.
2) $y'' - 6y' + 9y = 0$.
3) $y'' - 2y' + 5y = 0$.
4) $y'' - 4y = 0$.
5) $4y'' + 4y' + y = 0$ et $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$

Ex. 4

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - 3y' + 2y = 2x + 1$.

1) Déterminer une solution particulière de (E) de la forme $g(x) = ax + b$.

2) On pose $z = y - g(x)$.
   Trouver l'équation différentielle satisfaite par z et résoudre cette équation.

3) Trouver la solution générale de (E)

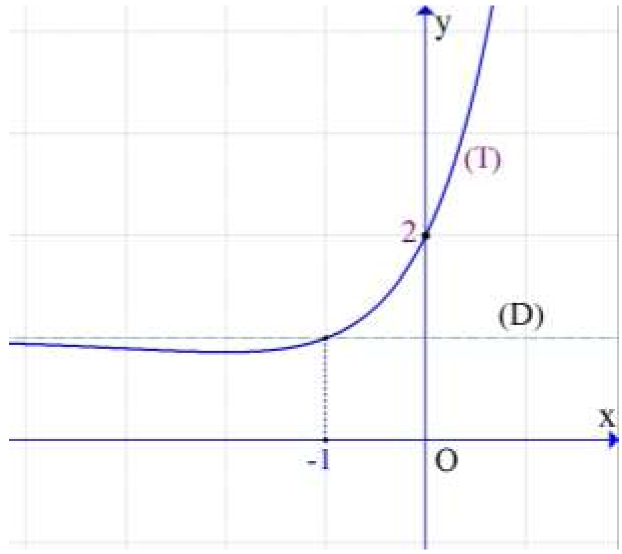
Ex. 5

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = x + 1$.

1) On pose $y = z + x + 3$.

a-Ecrire une équation différentielle (E') satisfaite par z.

b- résoudre (E') et en déduire la solution générale de (E).



2) Soit f une solution particulière de (E).

La courbe (T) ci-contre est la courbe représentative de la fonction f' **dérivée** de f.

La droite (D) parallèle à l'axe des abscisses est une asymptote de (T).

Calculer f(x).

Équations du type $y'' + \omega^2 y = k$.

Ex. 6

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1) $y'' + 4y = 0$ et $y(0) = 4$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$.

2) $y'' + y = 1$ et $y(\pi) = -1$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.