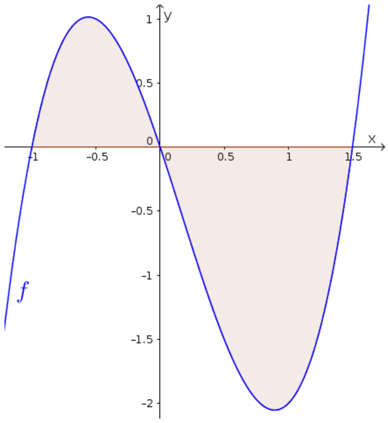
Anwendung der Integralrechnung



Gesucht ist der Flächeninhalt, den der Graph der Funktion $f(x) = 2x^3 - x^2 - 3x$ mit der x-Achse einschließt.

<u>Lösung:</u>
Zunächst müssen die Nullstellen von f berechnet werden.

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - x^2 - 3x \\ &= x \cdot (2x^2 - x - 3) \end{aligned}$$

$\Rightarrow x_2 = 0$ ist eine schneidende Nullstelle. Klammer gleich null:

$$2x^2 - x - 3 = 0 \qquad | : 2$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{4} - \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{24}{16}} = \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = -1$$

$$x_3 = \frac{1}{4} + \frac{5}{4} = 1,5$$

Nun müssen zwei Teilintegrale berechnet werden, da das Integral von 0 bis 1,5 hier einen negativen Wert liefert. Zur Sicherheit setzt man gleich alle Teilintegrale in Betragsstriche.

$$\begin{aligned} A &= \left| \int_{-1}^{0} (2x^3 - x^2 - 3x)dx \right| + \left| \int_{0}^{1,5} (2x^3 - x^2 - 3x)dx \right| \\ &= \left| \left[\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right]_{-1}^{0} \right| + \left| \left[\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right]_{0}^{1,5} \right| \\ &= \left| (\ 0\ ) - \left(\frac{1}{2}(-1)^4 - \frac{1}{3}(-1)^3 - \frac{3}{2}(-1)^2\right) \right| + \left| \left(\frac{1}{2}(1,5)^4 - \frac{1}{3}(1,5)^3 - \frac{3}{2}(1,5)^2\right) - (\ 0\ ) \right| \\ &= \left| (\ 0\ ) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) \right| + \left| \left(\frac{81}{32} - \frac{27}{24} - \frac{27}{8}\right) - (\ 0\ ) \right| \\ &= \left| (\ 0\ ) - \left(-\frac{2}{3}\right) \right| + \left| \left(-\frac{63}{32}\right) - (\ 0\ ) \right| \\ &= \left| \frac{2}{3} \right| + \left| -\frac{63}{32} \right| \\ &= \frac{2}{3} + \frac{63}{32} \\ &= \frac{253}{96} \approx 2,64 \end{aligned}$$

Der Graph der Funktion f schließt mit der x-Achse eine Fläche von ca. 2,64 FE ein.
(FE=Flächeneinheiten)

Dahlmannschule Bad Segeberg