

СЕМИНАР-1:

ХИЧЭЭЛИЙН СЭДЭВ:

- 1.Эх функц, түүний чанарууд
- 2.Тодорхой бус интеграл, түүний чанарууд
- 3.Тодорхой бус интегралын үндсэн табицууд

Зорилго: Тухайн сэдэвтэй холбоо бүхий дасгал бодлого бодож сурахад оршино.

Бодлого-1. $\int (8x^3 + 5x^2 - 3x + 4)dx$.

Бодолт. $\int (8x^3 + 5x^2 - 3x + 4)dx = 8\int x^3 dx + 5\int x^2 dx - 3\int x dx + 4\int dx =$
 $= 8 \cdot \frac{x^4}{4} + 5 \cdot \frac{x^3}{3} - 3 \cdot \frac{x^2}{2} + 4x + c = 2x^4 + \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x + c.$

Бодлого-2. $\int \frac{2 + 3\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx$.

Бодолт. $\int \frac{2 + 3\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx = 2\int x^{-\frac{3}{2}} dx + 3\int x^{-\frac{5}{6}} dx + 5\int \frac{dx}{x} =$
 $= 2 \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{6}} + 5 \cdot \ln|x| + c = -\frac{4}{\sqrt{x}} + 18\sqrt[6]{x} + 5 \ln|x| + c.$

Бодлого-3. а) $\int (3x^2 - 4^x + 2shx)dx$ интегралыг бод.

$$\int (3x^2 - 4^x + shx(3x-2))dx = 3 \cdot \int x^2 dx - \int 4^x dx + \int sh(3x-2)dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{4^x}{\ln 4} + \frac{1}{3} ch(3x-2) + C = x^3 - \frac{4^x}{\ln 4} + \frac{1}{3} ch(3x-2) + C$$

б) $\int tg^2 x dx$ интегралыг бод.

Бодолт: $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ байдгийг санавал:

$$\int tg^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int dx = tgx - x + C$$

в) $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$ интегралыг бод.

Бодолт: Хялбар интегралын таблицийн 21-р томъёог хэрэглэвэл:

$$\int \sqrt{x^2 - 9} dx = \int \sqrt{x^2 - 3^2} dx = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2} \cdot \ln|x + \sqrt{x^2 - 9}| + C$$

Бодлого-4. $\int 3^x \cdot 5^x dx$ интегралыг бод.

Бодолт. $3^x \cdot 5^x = (3 \cdot 5)^x = 15^x$, тул $\int 3^x \cdot 5^x \cdot dx = \int 15^x dx = \frac{15^x}{\ln 15} + C.$

Шалгах: $\left(\frac{15^x}{\ln 15} + C \right)' = \left(\frac{15^x}{\ln 15} \right)' + (C)' = \frac{1}{\ln 15} (15^x)' + 0 = \frac{1}{\ln 15} \cdot 15^x \cdot \ln 15 = 15^x.$

Бодлого-5. $\int \frac{du}{2u^2 - 6}$.

Бодолт. $\int \frac{du}{2u^2 - 6} = \int \frac{du}{2(u^2 - 3)} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^2 - 3} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^2 - (\sqrt{3})^2}$. Таблицийн 12-оор $a = \sqrt{3}$,

бодогдоно. $\int \frac{du}{2u^2 - 6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{u - \sqrt{3}}{u + \sqrt{3}} \right| + C = \frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \left| \frac{u - \sqrt{3}}{u + \sqrt{3}} \right| + C$.

Бодлого-6. $\int x\sqrt{x} dx$.

Бодолт. $x\sqrt{x} = x \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1+\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$, $\therefore \int x\sqrt{x} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C$.

Бодлого-7. $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx$.

Бодолт. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 - 2 + x^{-2}$.

$$\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int (x^2 - 2 + x^{-2}) dx = \int x^2 dx - \int 2 dx + \int x^{-2} dx =$$

$$= \frac{x^{2+1}}{2+1} - 2 \int dx + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = \frac{x^3}{3} - 2x + \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x} + C$$

Бодлого-8. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$.

Бодолт. $\operatorname{tg}^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$.

$$\int \operatorname{tg}^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int dx = \operatorname{tg} x - x + C$$

Бодлого-7. $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 7\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$.

Бодолт. $\frac{x^3 - 5x^2 + 7\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^3}{x^{1/3}} - \frac{5x^2}{x^{1/3}} + \frac{7x^{1/2}}{x^{1/3}} =$

$$= x^{3-\frac{1}{3}} - 5x^{2-\frac{1}{3}} + 7x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{3}} - 5x^{\frac{5}{3}} + 7x^{\frac{1}{6}}$$

$$\int \frac{x^3 - 5x^2 + 7\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx = \int (x^{8/3} - 5x^{5/3} + 7x^{1/6}) dx = \int x^{8/3} dx - 5 \int x^{5/3} dx +$$

$$+ 7 \int x^{1/6} dx = \frac{x^{8/3+1}}{8/3+1} - 5 \cdot \frac{x^{5/3+1}}{5/3+1} + 7 \cdot \frac{x^{1/6+1}}{1/6+1} + C = \frac{x^{11/3}}{11/3} - 5 \frac{x^{8/3}}{8/3} +$$

$$+ 7 \cdot \frac{x^{7/6}}{7/6} + C = \frac{3}{11} x^{11/3} - 5 \cdot \frac{3}{8} x^{8/3} + 7 \cdot \frac{6}{7} x^{7/6} + C = \frac{3}{11} \sqrt[3]{x^{11}} - \frac{15}{8} \sqrt[3]{x^8} +$$

$$+ 6\sqrt{x^7} + C$$