

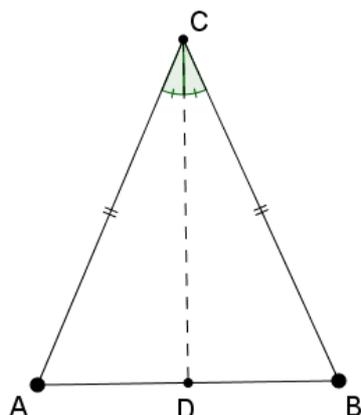
Teorema: le proprietà del triangolo isoscele

Enunciato

In un triangolo isoscele

- la bisettrice dell'angolo al vertice è anche altezza e mediana;
- gli angoli alla base sono congruenti.

Figura con indicazione di ipotesi e tesi



IPOTESI:

$$AC \cong BC$$

$$\widehat{ACD} \cong \widehat{BCD} \quad (CD \text{ è bisettrice dell'angolo al vertice})$$

TESI:

$$CD \perp AB \quad (\text{la bisettrice } CD \text{ è anche altezza})$$

$$AD \cong DB \quad (\text{la bisettrice } CD \text{ è anche mediana})$$

$$\widehat{CAB} = \widehat{CBA} \quad (\text{gli angoli alla base sono congruenti})$$

Dimostrazione

Consideriamo i triangoli ADC e BDC . Essi hanno:

- CD in comune;
- $AC = BC$ per ipotesi;
- $\widehat{ACD} = \widehat{BCD}$ per ipotesi.

Quindi i triangoli ADC e BDC sono congruenti per il primo criterio.

Perciò:

- $\widehat{ADC} = \widehat{BDC}$, in quanto angoli corrispondenti di triangoli congruenti; essendo la loro somma un angolo piatto essi sono entrambi retti, quindi $CD \perp AB$;
- $AD = DB$ in quanto lati corrispondenti di triangoli congruenti;
- $\widehat{CAB} = \widehat{CBA}$ in quanto angoli corrispondenti di triangoli congruenti.

Osservazione

Poiché

- la bisettrice di un angolo è unica per l'assioma di divisibilità degli angoli;
- il punto medio di un segmento è unico per l'assioma di divisibilità dei segmenti, e quindi la mediana condotta da un vertice di un triangolo è unica;
- è possibile dimostrare che esiste una e una sola retta perpendicolare a una retta data passante per un punto, e quindi l'altezza condotta da un vertice di un triangolo è unica;

possiamo affermare, alla luce del teorema sopra dimostrato, che in un triangolo isoscele l'altezza, la mediana e la bisettrice condotte dal vertice coincidono.