

# Vamos para la Universidad



GOBERNACIÓN DE ANTIOQUIA  
República de Colombia



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1823





# Clase 9: Gráficas de Funciones



# Temas

- Gráfica de una función
- Prueba de la recta vertical
- Gráficas de diferentes funciones
- Transformaciones de gráficas de funciones

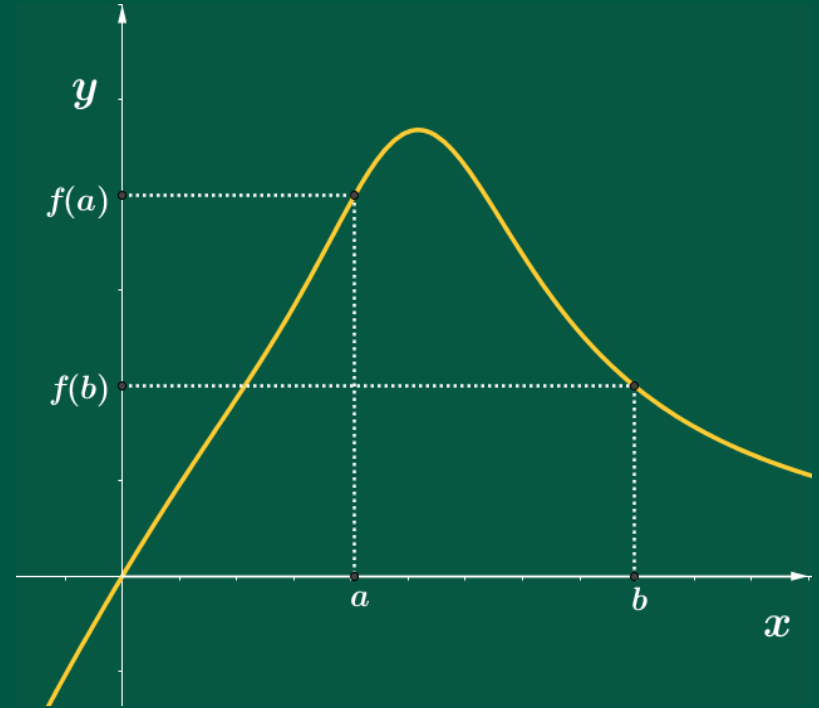


# Gráfica de una función

Si  $f$  es una función con dominio  $A$ , la gráfica de  $f$  es el conjunto de pares ordenados

$$\{(x, f(x)) / x \in A\}$$

Se puede interpretar el valor de  $f(x)$  en la gráfica, como la altura de la gráfica arriba del punto  $x$ .

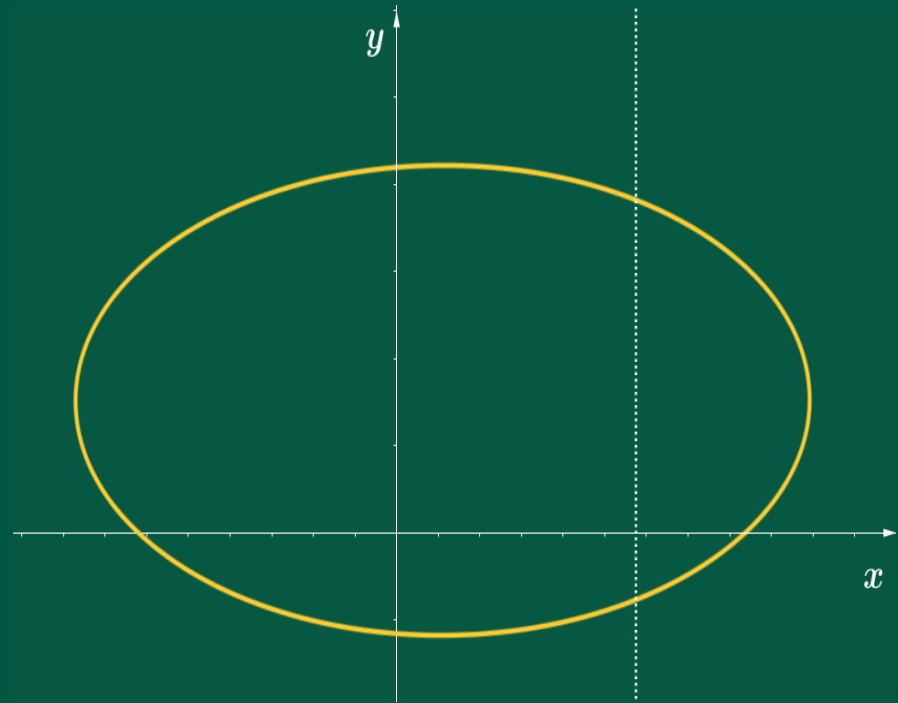


# Prueba de la recta vertical

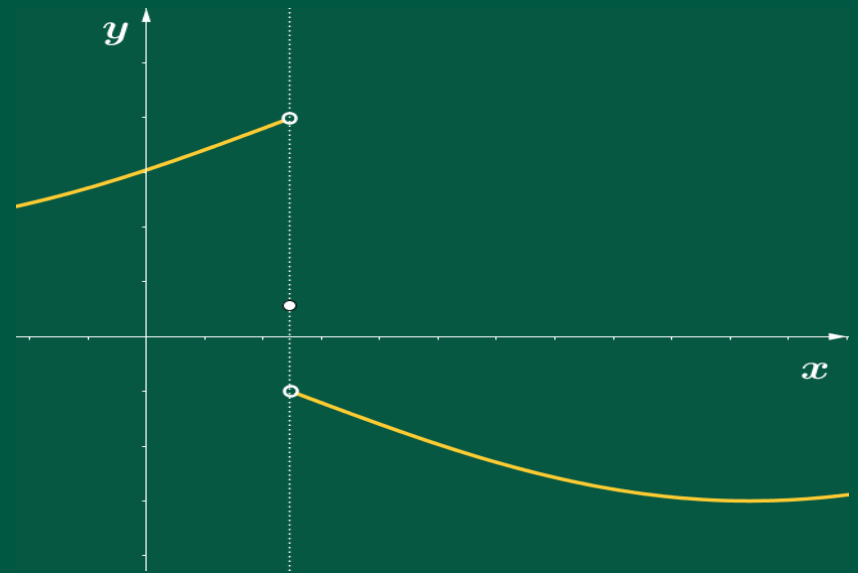
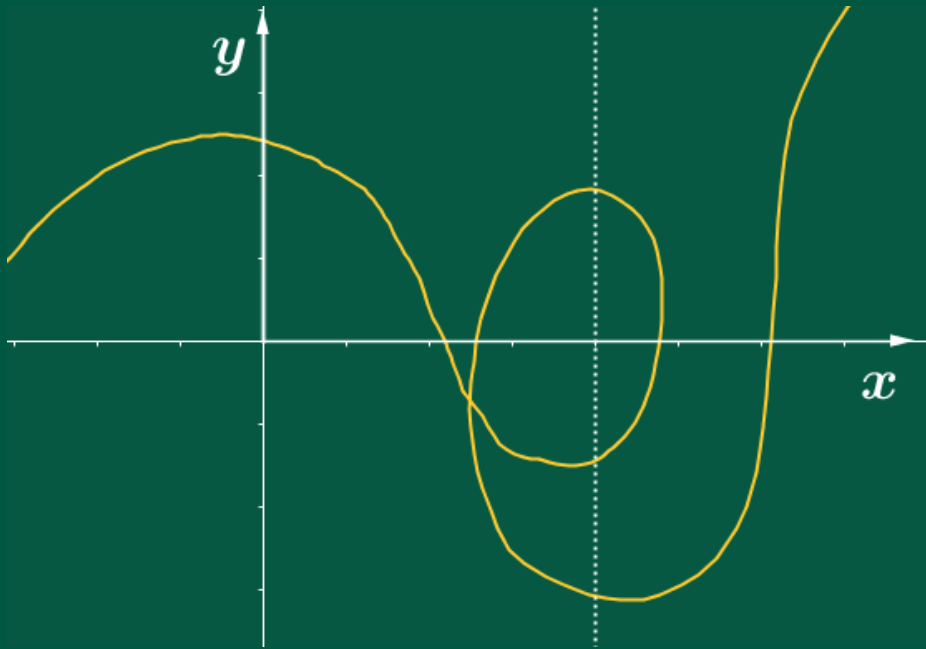
Una curva en el plano  $xy$  es la gráfica de una función, si y solo si, ninguna línea vertical corta la curva más de una vez.

## Ejemplo:

La gráfica que se muestra, no corresponde a la gráfica de una función, ya que existen rectas verticales que cortan la curva en dos puntos.



# Ejemplo: Determinar si las gráficas corresponden a una función



# Gráficas de funciones elementales

## Función constante:

Una función constante es una función definida como

$$f(x) = c$$

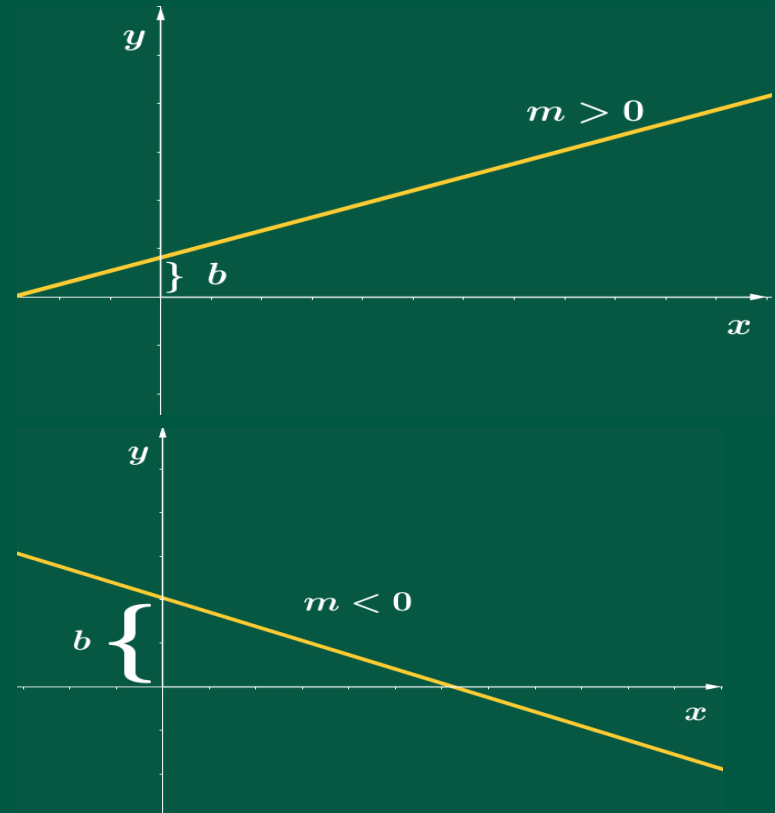
La gráfica de una función constante es una recta paralela al *eje X* por el punto  $c$  del *eje Y*.

# Algunas funciones básicas y sus gráficas

## Funciones Lineales:

Una *función lineal* es una función de la forma  $f(x) = mx + b$ . Se llama lineal porque su gráfica es una línea recta.

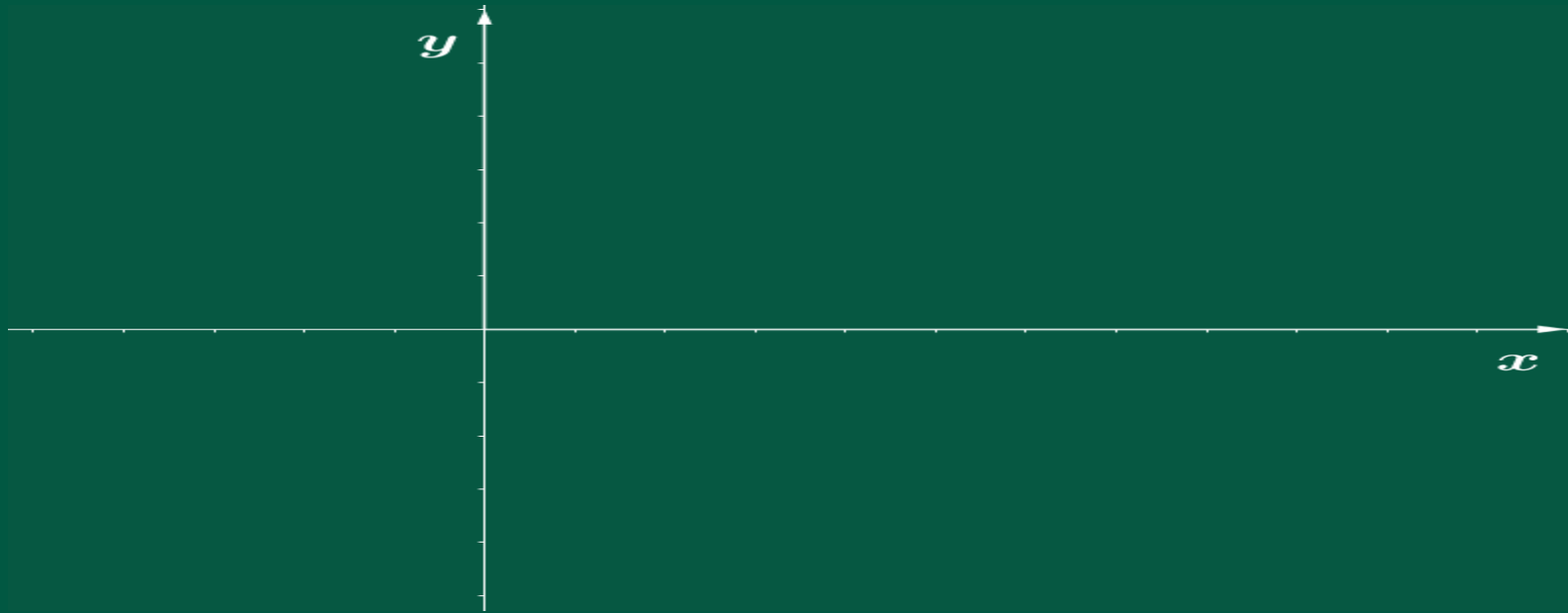
La constante  $m$  se llama pendiente de la recta y la constante  $b$  es la coordenada del punto donde la recta interseca el eje  $y$ .





# Ejemplo: Graficar la siguiente función

$$f(x) = -2x + 3$$



# Funciones de la forma $f(x) = x^n$ , para $n \in \mathbb{N}$

Si  $n = 1$ , la gráfica corresponde a una línea recta que pasa por el origen y que tiene pendiente  $m = 1$ .

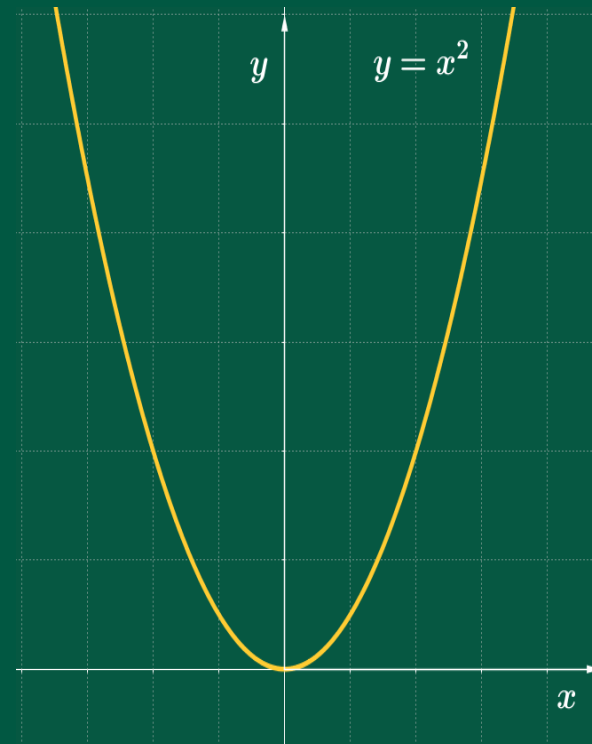
Veamos como es la gráfica cuando  $n = 2$ ; Construimos una tabla de valores, ubicamos los correspondientes puntos en el plano cartesiano y los unimos mediante una curva suave.

La gráfica obtenida es la gráfica de una parábola. Siguiendo el mismo procedimiento podemos trazar las gráficas de  $f(x) = x^n$ , cuando  $n = 3, 4$  y  $5$ .



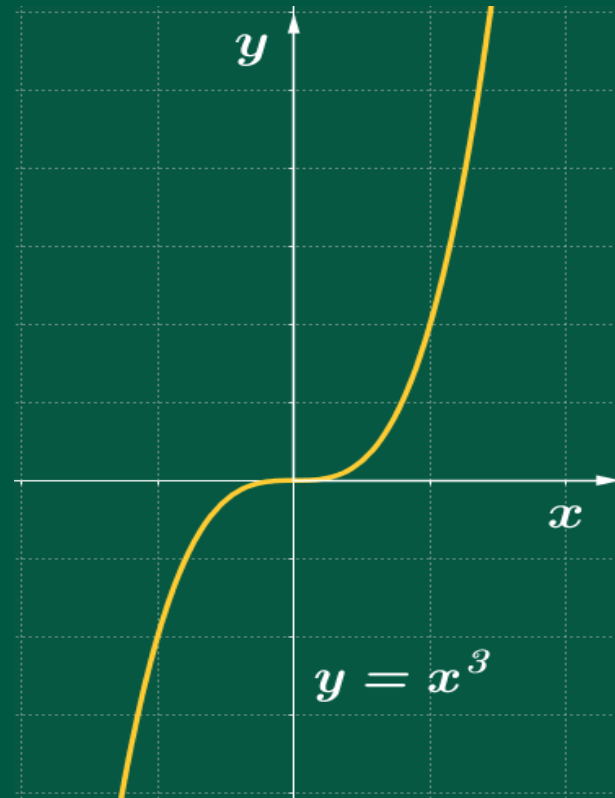
# Gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2$

$x$	$F(x) = x^2$
-3	9
-1	1
0	0
2	4
3	9
4	16

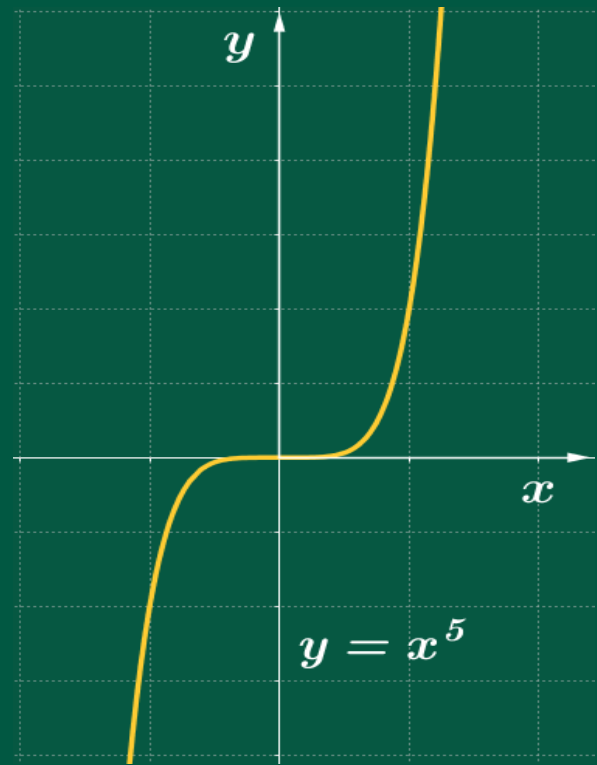
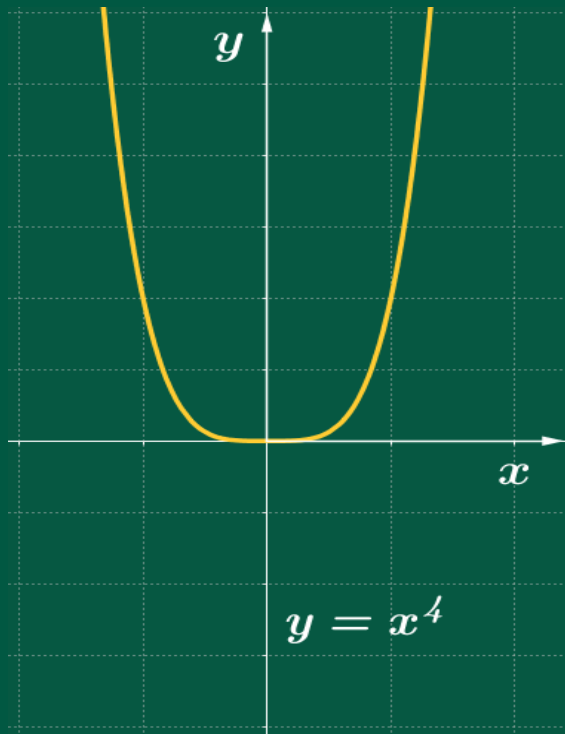


# Gráfica de la función $f(x) = x^3$

$x$	$F(x) = x^3$
-3	-27
-1	-1
0	0
2	8
3	27
4	64



# Gráficas de la funciones $f(x) = x^4$ y $f(x) = x^5$



# Funciones de la forma $f(x) = x^{1/n}$ , $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$

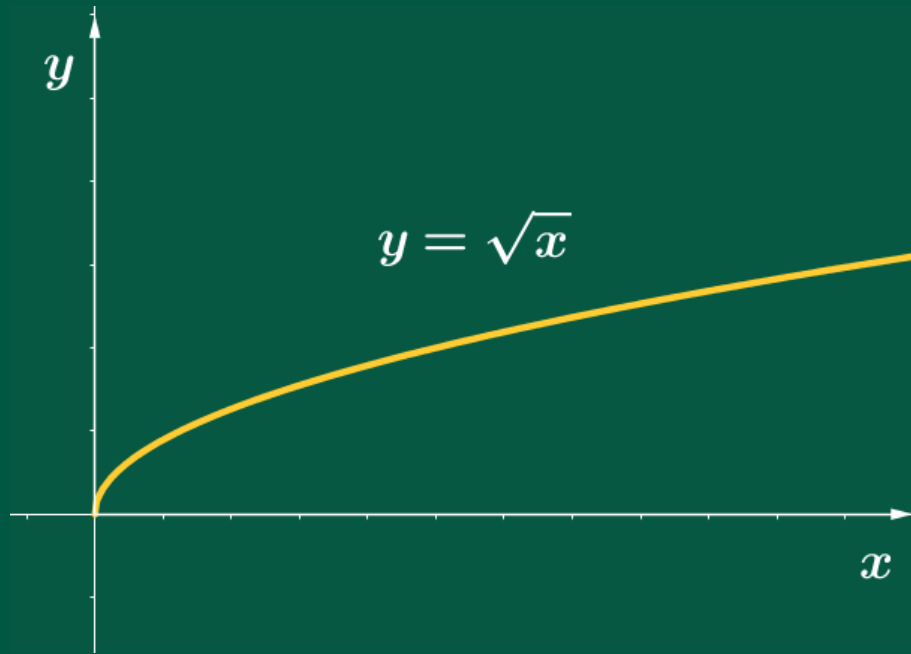
Si  $n$  es un número par, el dominio de la función es  $[0, +\infty)$ , mientras que, si  $n$  es un número impar, el dominio de la función es  $\mathbb{R}$ .

Tracemos la gráfica para  $n = 2$ , es decir,  $f(x) = \sqrt{x}$  y para ello construyamos una tabla de valores.

En forma similar podemos trazar las gráficas para  $n = 3, 4$  y  $5$ .



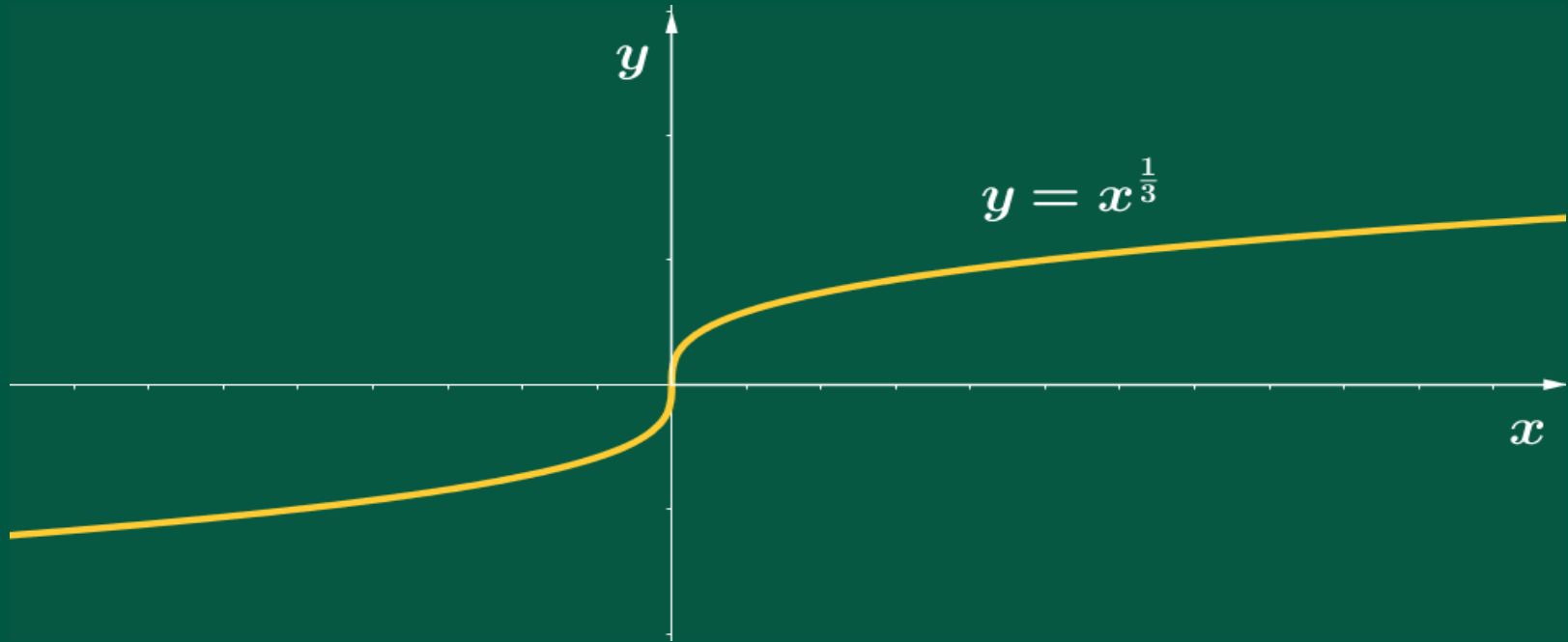
# Gráfica de la función raíz cuadrada



$x$	$F(x) = \sqrt{x}$
0	0
1	1
2	$\approx 1.41$
3	$\approx 1.73$
4	2
9	3



# Gráfica de la función $\sqrt[3]{x}$



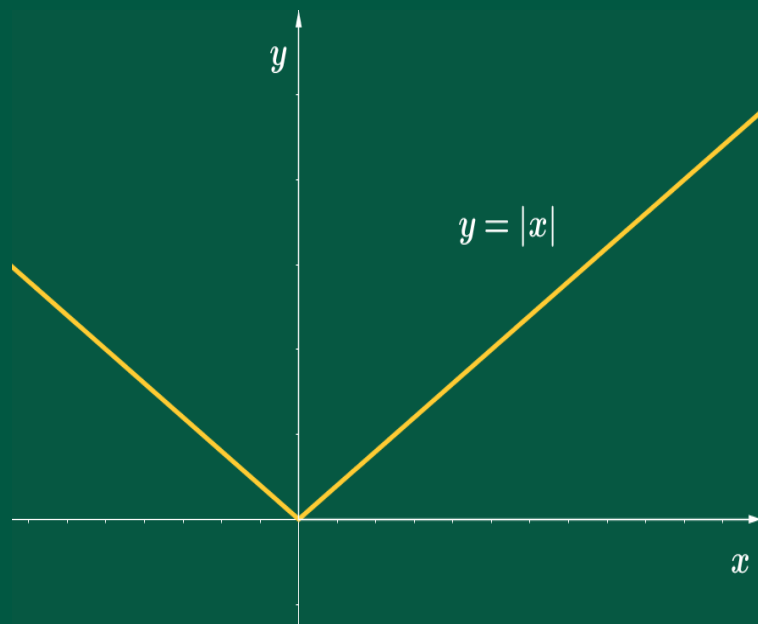


# Función valor absoluto $f(x) = |x|$

$$\text{Definimos } |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Por lo tanto, la función  $f(x) = |x|$  es una función definida por tramos.

Si  $x < 0$ , la gráfica de  $f$  es la línea recta  $y = -x$ . Si  $x \geq 0$ , la gráfica de  $f$  es la línea recta  $y = x$ .



# Desplazamientos verticales y horizontales

Suponga que  $a > 0$ . Para obtener la gráfica de:

- $y = f(x) + a$  se desplaza la gráfica de  $y = f(x)$  una distancia de  $a$  unidades hacia *arriba*.
- $y = f(x) - a$  se desplaza la gráfica de  $y = f(x)$  una distancia de  $a$  unidades hacia *abajo*.
- $y = f(x + a)$  se desplaza la gráfica de  $y = f(x)$  una distancia de  $a$  unidades hacia la *izquierda*.
- $y = f(x - a)$  se desplaza la gráfica de  $y = f(x)$  una distancia de  $a$  unidades hacia la *derecha*.



# Ejemplo: Graficar la siguiente función

$$f(x) = x^2 - 4$$



# Ejemplo: Graficar la siguiente función

$$g(x) = (x + 2)^2$$



# Ejemplo: Graficar la siguiente función

$$f(x) = |x - 2|$$



# Ejemplo

Realizar la gráfica de la función  $h(x) = \sqrt{x - 3} + 3$

# Ejemplo

Realizar la gráfica de la función  $t(x) = |x + 1| - 2$

# Ejemplo

Realizar la gráfica de la función:

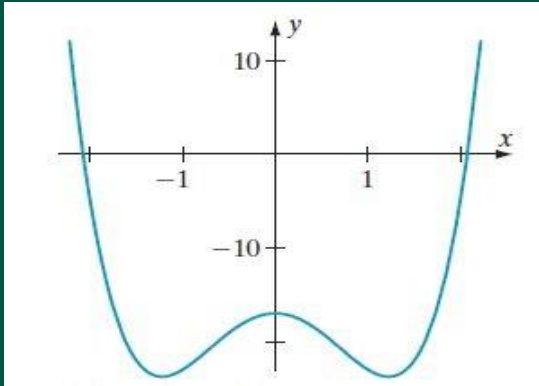
$$f(x) = (x + 2)^2 - 3$$



# Funciones pares e impares

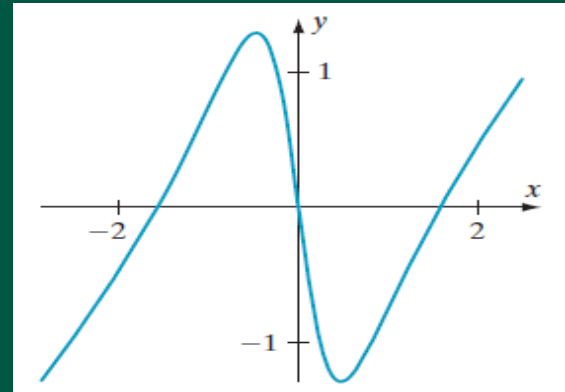
## Funciones pares

Una función  $f(x)$  es una **función par** si  $f(-x) = f(x)$  para todo  $x$  en el dominio de  $f$ .



## Funciones impares

Una función  $f(x)$  es una **función impar** si  $f(-x) = -f(x)$  para todo  $x$  en el dominio de  $f$ .



**Obs:** La gráfica de una función par es **simétrica** respecto al eje Y, mientras que la gráfica de una función impar es **simétrica** respecto al origen.

**Ejemplo:** Determine si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos.

$$f(x) = (x^4 + x^6)^4$$

$$g(x) = -x + x^5 - x^7$$



# Ejemplo

Determinar si las siguientes funciones son pares o impares.

$$1. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$2. f(x) = x^3 - x$$

# Ejercicios

1. Realizar la gráfica de la función  $f(x) = (x + 1)^3$
2. Realizar la gráfica de la función  $g(x) = (x - 2)^2 + 1$
3. Realizar la gráfica de la función  $h(x) = \sqrt{x + 1} - 3$
4. Realizar la gráfica de la función  $t(x) = |x - 1|$
5. Verificar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos:
  - a.  $f(x) = 3\sqrt{x^3 - x}$
  - b.  $g(x) = x^3 - \frac{1}{x}$



# OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS | 2017



Competencia orientada a estudiantes de grados 6° a 11° de Colombia

## Inscripciones

24 de julio al 3 de octubre

<http://ciencias.udea.edu.co/olimpiadas>



## Premios por nivel

1ro \$1.500.000 + Licencia **MATHEMATICA+**  
2do \$1.000.000 +   
3ro \$ 500.000 +

## Costo

24 de julio al 24 de septiembre \$ 11.000  
25 de septiembre al 3 de octubre \$ 15.000

## Organiza

Instituto de Matemáticas  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

## Pruebas

Primera Fase:  
15 de agosto al 3 de octubre  
**Virtual**

Segunda Fase:  
9 al 20 de octubre  
**Virtual**



## Apoyan

- Semillero de Matemáticas
- Facultad de Ingeniería
- Dirección de Regionalización
- Maestría en Enseñanza de las Matemáticas
- Programa *Vamos para la Universidad*

## Patrocinan



## Mayor información

[olimpiadasmaticasudea](https://www.facebook.com/olimpiadasmaticasudea)  
 <http://ciencias.udea.edu.co/olimpiadas>  
 2195647 3052290321  
 [olimpiadasmaticas@udea.edu.co](mailto:olimpiadasmaticas@udea.edu.co)



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales