

Octobre 2017

Durée : 1 période

Epreuve en : **Mathématiques.**



La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Une entreprise fabrique des sacs de luxe en cuir. Chaque jour, elle produit un nombre x de sacs, tel que $0 \leq x \leq 70$.

Le coût, exprimé en euros, de la production journalière de x sacs est donné par la fonction f définie sur $I = [0 ; 70]$ par : $f(x) = x^3 - 90x^2 + 2700x$

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 10 sacs en abscisses et 1 cm pour 10 000 euros en ordonnées).

Partie A

Etude de la fonction f définie sur I

- 1) Etudier le sens de variation de la fonction f sur I
- 2) Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 30.
- 3) Construire C_f et T dans le même repère

Partie B

On suppose que toute la production est vendue au prix de 900 euros l'unité.

On note $g(x)$ la recette journalière.

- 1) Déterminer l'expression de $g(x)$.
- 2) Tracer, sur le graphique précédent, la courbe C_g représentant la fonction g .
- 3) Le bénéfice journalier total $h(x)$ est égal à : $h(x) = g(x) - f(x)$.
 - a) Déterminer l'expression de $h(x)$.
 - b) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $h(x) = 0$.
 - c) Déterminer le signe de $h(x)$ sur $[0 ; 70]$.
 - d) A quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise des bénéfices ?

Partie C

Le coût marginal C_m peut être assimilé à la dérivée du coût total.

- 1) Calculer $C_m(x)$ et étudier les variations de C_m sur $[0 ; 70]$.
- 2) Le coût moyen C_M mesure le coût par unité produite.

$$\text{Ainsi } C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$$

- a) Calculer $C_M(x)$ et étudier les variations de C_M sur $]0 ; 70[$.
- b) Pour quelle quantité de sacs produite le coût moyen est minimal ?
- c) Que valent dans ce cas le coût moyen, le coût marginal, et le coût total ?

