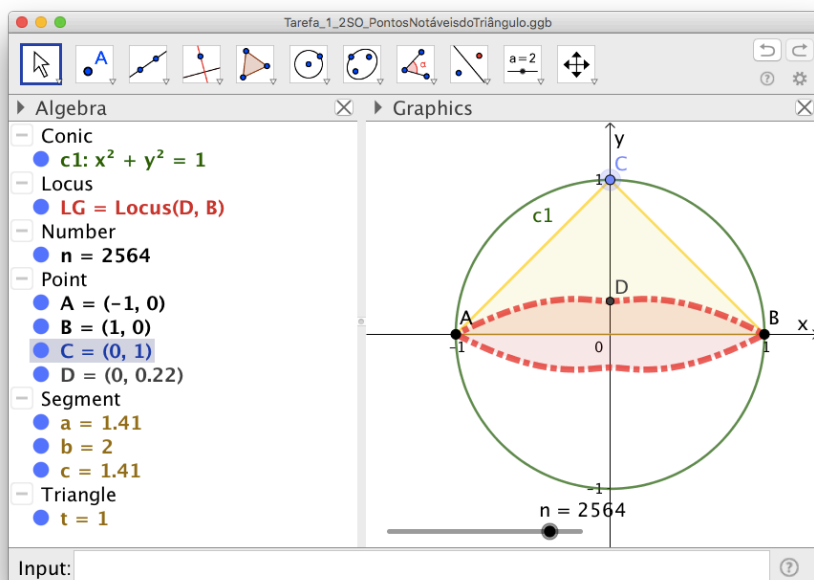


Tarefa 1 - Pontos Notáveis de um Triângulo



O comando :

Pt: **PontosNotáveisdoTriângulo** (<Ponto>, <Ponto>, <Ponto>, <Número>)

ou

En: **TriangleCenter** (<Point>, <Point>, <Point>, <Number>)

dá o n-ésimo centro do triângulo do triângulo ABC. Trabalha para $n < 3054$.

Exemplo: Seja $A = (1, -2)$, $B = (6, 1)$ e $C = (4, 3)$. O $TriangleCenter(A, B, C, 2)$ produz o centróide $D = (3.67, 0.67)$ do triângulo ABC.

Vamos construir uma aplicação para desenhar os 3054 pontos notáveis conhecidos pelo GeoGebra de um triângulo inscrito numa semicircunferência.

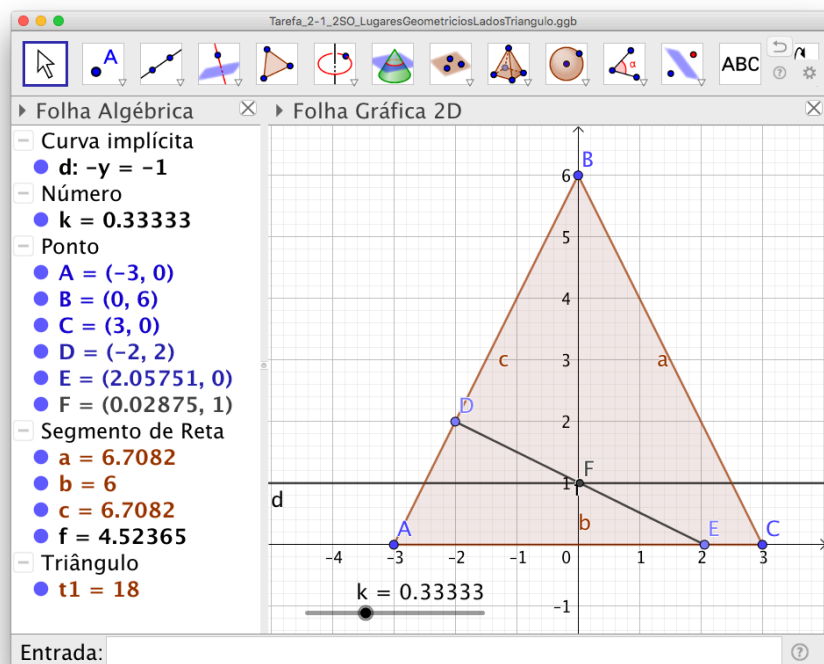
1. Desenhe uma circunferência de raio 1 centrada na origem usando a ferramenta ou comando
 - $c1 = \text{Circunferência}((0, 0), 1)$
2. Marque-se três pontos A, B e C tal que:
 - A e B correspondem à intersecção da circunferência com o eixo Ox;
 - i. $A = \text{Interseção}(c1, \text{EixoOx}, 1)$
 - ii. $B = \text{Interseção}(c1, \text{EixoOx}, 2)$
 - C está móvel sobre a circunferência anterior,
 - i. $C = \text{Point}(c1)$
3. Construa o triângulo $t = \text{Polígono}(A, B, C)$.
4. Construa um selector que percorra os números inteiros entre 1 e 3054.
5. Na linha de comandos escreva.
 - $D = \text{PontosNotáveisdoTriângulo}(A, B, C, n)$.
6. Determine o lugar geométrico de D quando C percorre a circunferência.
 - $LG = \text{Lugar_Geométrico}(D, C)$.
7. Altere a posição do ponto C com o comando Mover e observe a posição de D.
8. Altere o valor de selector e observe os lugares geométricos de outros pontos notáveis.

Nota: Alguns Pontos Notáveis de um Triângulo










n	1	2	3	4	5	6	7	8	13
Ponto notável	Incentro	Centroide	Circuncentro	Ortcentro	Círculo nove pontos	Ponto Simediano	Ponto de Gergonne	Ponto Nagel	Primeiro centro isogónico

Mais informações em: <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>

Tarefa 2 – Lugares Geométricos e Lados de Triângulos



1. Siga as indicações da tabela seguinte para construir uma aplicação do GeoGebra, semelhante à visualizada na figura anterior.

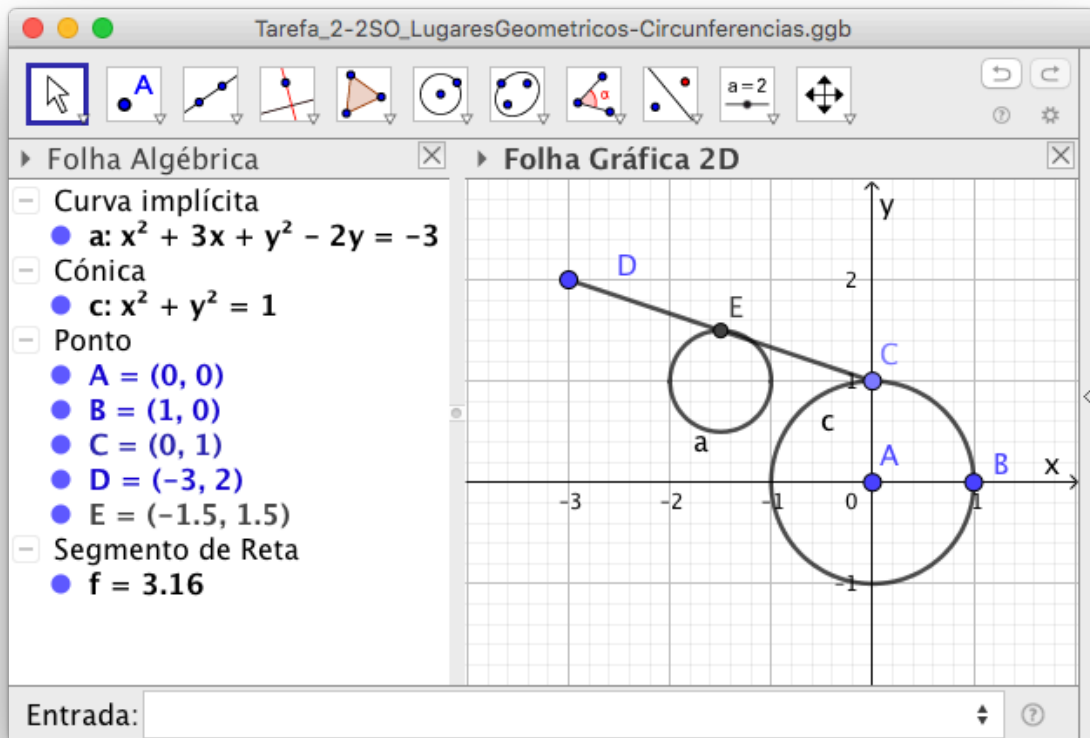
Nº	Nome	Ícones Ferramentas	Descrição	Definição	Valor
1	Número k				$k = 0.33333$
2	Ponto C(3, 0)				$C = (3, 0)$
3	Ponto B(0, 6)				$B = (0, 6)$
4	Ponto A(-3, 0)				$A = (-3, 0)$
5	Triângulo t1		Polígono A, B, C	Polígono(A, B, C)	$t1 = 18$
5	Segmento de Reta c		Segmento de Reta [A, B]	SegmentodeReta(A, B, t1)	$c = 6.7082$
5	Segmento de Reta a		Segmento de Reta [B, C]	SegmentodeReta(B, C, t1)	$a = 6.7082$
5	Segmento de Reta b		Segmento de Reta [C, A]	SegmentodeReta(C, A, t1)	$b = 6$
6	Ponto E(2.05751, 0)		Ponto em b	Ponto(b)	$E = (2.05751, 0)$
7	Ponto D(-2, 2)		Ponto em c	Ponto(c, k)	$D = (-2, 2)$
8	Segmento de Reta f		Segmento de Reta [D, E]	SegmentodeReta(D, E)	$f = 4.52365$
9	Ponto F(0.02875, 1)		Ponto Médio de f	PontoMédio(f)	$F = (0.02875, 1)$
10	Curva implícita d		EquaçãoLugarGeométrico(F, E)	EquaçãoLugarGeométrico(F, E)	$d: -y = -1$

2. Explore algumas propriedades dos lugares geométricos traçados em função do parâmetro k.

Tarefa 3 – Lugares Geométricos e Circunferências

Problema 1

Considere uma circunferência, c , centrada na origem de um referencial do plano xOy e de raio unitário. Considere um ponto móvel, C , sobre a circunferência c e um ponto fixo, D , exterior a circunferência c . Considere ainda o ponto, E , ponto médio do segmento $[CD]$.



Que pode dizer sobre o lugar geométrico percorrido pelo ponto E quando o ponto C percorre a circunferência c ?

Qual é a medida do comprimento do raio da circunferência que define o lugar geométrico do ponto E ?

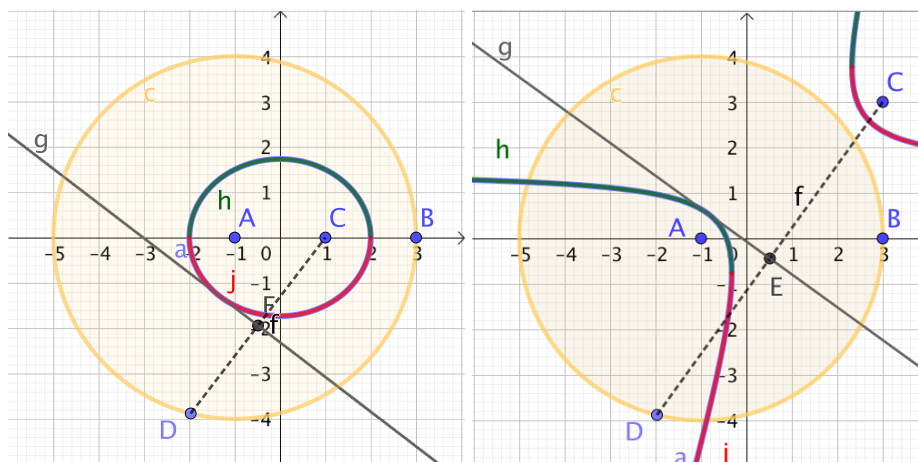
1. Use o GeoGebra para fazer a construção.

Sugestão:

- O ponto E pode ser obtido usando, por exemplo, o comando:
 - $\text{PontoMédio}(\text{Segmento de Reta}(C, D))$.
- Para confirmar algebricamente que se trata de uma circunferência pode, por exemplo, usar o comando:
 - $\text{EquaçãoLugarGeométrico}(\text{PontoMédio}(\text{Segmento de Reta}(C, D)), C)$
- Movimente o ponto D pois pode permitir conjecturar algumas propriedades do lugar geométrico do ponto E .









Tarefa 3 – Lugares Geométricos e Circunferências

Problema 2



A **elipse** e **hipérbole** podem ser obtidas como as **curvas envelope** de uma **recta g**, perpendicular no ponto médio, **E**, de um segmento **[DC]**, onde o ponto **D** é um ponto que se move sobre uma circunferência **c**, e o ponto **C** é um ponto, respectivamente, no interior ou no exterior a circunferência **c**.

1. Siga as indicações da tabela seguinte para construir uma aplicação do GeoGebra que lhe permita obter a elipse e a hipérbole do modo atrás descrito. Na vista CAS irá obter representações algébricas de partes, ou cartas da curva, como função de x .

Nº	Nome	Ícones Ferramenta	Folha	Descrição	Definição por comandos	Valor
1	Ponto A(-1, 0)		Gráfica 2D		A := (-1, 0)	A = (-1, 0)
2	Ponto B(3, 0)		Gráfica 2D		B := (3, 0)	B = (3, 0)
3	Ponto C(1, 0)		Gráfica 2D		C := (1, 0)	C = (1, 0)
4	Circunferência c		Gráfica 2D	Circunferência que contém B, com centro A	Circunferência(A, B)	c: $(x + 1)^2 + y^2 = 16$
5	Ponto D(-3.27, -3.3)		Gráfica 2D	Ponto em c	Ponto(c)	D = (-3.27, -3.3)
6	Ponto E(-1.13, -1.65)		Gráfica 2D	Ponto Médio de D, C	PontoMédio(D, C)	E = (-1.13, -1.65)
7	Segmento de Reta f		Gráfica 2D	Segmento de Reta [D, C]	SegmentodeReta(D, C)	f = 5.39
8	Reta g		Gráfica 2D	Reta que contém E e é perpendicular a f	RetaPerpendicular(E, f)	g: $-4.27x - 3.3y = 10.27$
9	Curva implícita a		CAS	Envelope(g, D)	Envelope(g, D)	a: $-12 + 4y^2 + 3x^2 = 0$
10	1ª Célula CAS \$1		CAS	a	a	$3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$
11	2ª Célula CAS \$2		CAS	Resolver(a,y)	Resolver(a,y)	$\{y = -\sqrt{-x^2 + 4} \sqrt{3} / 2, y = \sqrt{-x^2 + 4} \sqrt{3} / 2\}$
12	3ª Célula CAS Função h		CAS	h	Elemento(\$2,2)	h: $y = \sqrt{-x^2 + 4} \sqrt{3} / 2$
13	4ª Célula CAS Função j		CAS	j	LadoDireito(Elemento(\$2,1))	$j(x) = (-1) / 2 \sqrt{3} \sqrt{-x^2 + 4}$

Tarefa 4 – Comando Triângulo Curva

O comando

TriangleCurve (<Point P>, <Point Q>, <Point R>, <Equação em A, B, C>)

Cria um polinómio implícito, cuja equação em coordenadas baricêntricas em relação aos pontos P, Q, R é dada pelo quarto parâmetro; as coordenadas baricêntricas são referidas como A, B, C.

Exemplos:

- Se P, Q, R são pontos, TriânguloCurva(P, Q, R, (A - B) * (B - C) * (C - A) = 0) fornece uma curva cúbica que consiste nas medianas do triângulo [PQR].
- TriânguloCurva(A, B, C, A * C = 1/8) cria uma hipérbole tal que a tangente, através de A ou C, a esta hipérbole divide o triângulo [ABC] em duas partes de área igual.
- TriânguloCurva (A, B, C, A² + B² + C² - 2B C - 2C A - 2A B = 0) cria a in-elipse de Steiner do triângulo ABC e a TriânguloCurva(A, B, C, BC + CA + AB = 0) cria o circum-ellipse de Steiner do triângulo [ABC].

1. Construa uma aplicação do GeoGebra, semelhante à visualizada na figura seguinte usando o comando Triângulo Curva e outros que observa na Folha CAS.

