

## Étude de l'hyperbole

Ouvrez la figure *Hyperbole 1* pour répondre aux questions suivantes :

---

L'hyperbole est la représentation graphique de la relation suivante :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Vous pouvez déplacer les paramètres  $a$  et  $b$  de cette relation.

À quoi correspondent ces paramètres sur le graphique?

Le paramètre  $a$  correspond à : \_\_\_\_\_

Le paramètre  $b$  correspond à : \_\_\_\_\_

Si le paramètre  $a = 3$  et le paramètre  $b = 2$ , quelle est l'équation de l'hyperbole?

Quelles sont les coordonnées des sommets? \_\_\_\_\_

Et quelles sont les coordonnées des foyers? \_\_\_\_\_

Pouvez-vous démontrer algébriquement les coordonnées des foyers, à l'aide des paramètres  $a$  et  $b$ ?

Le point  $F$  est un point de l'hyperbole; quelles sont ses coordonnées?

\_\_\_\_\_

Démontrez algébriquement que ce point est une solution de l'équation de l'hyperbole :

Les segments  $i$  et  $j$  relient les foyers au point  $F$ ; quelle est la mesure de ces deux segments :

Le segment  $i$  mesure : \_\_\_\_\_

Le segment  $j$  mesure : \_\_\_\_\_

Déplacez le point  $F$  et notez les mesures des segments dans le tableau suivant :

Coordonnées du point $F$	Mesure du segment $i$	Mesure du segment $j$

Que remarquez-vous?

Donnez maintenant la valeur de 4 au paramètre  $a$ ; quelle est l'équation de l'hyperbole?

Déplacez à nouveau le point  $F$  et notez les mesures des segments dans le tableau suivant :

Coordonnées du point $F$	Mesure du segment $i$	Mesure du segment $j$

Que remarquez-vous?

Pouvez-vous expliquer le lien qui existe entre la valeur du paramètre  $a$  et la longueur des segments qui relient chaque point de l'hyperbole aux foyers?

**Modifiez maintenant les paramètres  $a$  et  $b$ .**

Quelles valeurs avez-vous données aux paramètres? \_\_\_\_\_

Quelle est l'équation de l'hyperbole? \_\_\_\_\_

Quelles sont les coordonnées des sommets? \_\_\_\_\_

Et quelles sont les coordonnées des foyers? \_\_\_\_\_

Afin de visualiser l'effet de la modification des paramètres sur le graphique de la fonction, complétez le tableau suivant. Les éléments suivants sont modifiés par : (décrivez la modification)

<b>Élément</b>	<b><math>a</math></b>	<b><math>b</math></b>
Coordonnées des sommets		
Coordonnées des foyers		
Distance entre le sommet et le foyer		

Pouvez-vous expliquer votre réponse? (Vous pouvez vous servir de l'équation pour démontrer votre explication).

**Redonnez les valeurs suivantes aux paramètres de l'hyperbole :  $a=3$  et  $b=2$**

Sur la grille du graphique de l'hyperbole, il y a un point dont les coordonnées sont  $(x_1, y_1)$ . Vous pouvez déplacer ce point à l'aide des deux curseurs des coordonnées.

Modifiez les paramètres de façon à ce que le point soit **rouge**; quels sont les coordonnées du point? \_\_\_\_\_

Quelle est l'inéquation ayant ce point comme solution?  
\_\_\_\_\_

Pouvez-vous le démontrer?

Modifiez les paramètres de façon à ce que le point soit **bleu**; quels sont les coordonnées du point? \_\_\_\_\_

Quelle est l'inéquation ayant ce point comme solution?  
\_\_\_\_\_

Pouvez-vous le démontrer?

Trouvez maintenant des coordonnées pour  $x_1$  et  $y_1$  de façon à obtenir un point **vert**. Quelles sont ces coordonnées? \_\_\_\_\_

Ce point fait partie de quel ensemble-solution? \_\_\_\_\_.

Pouvez-vous le démontrer?

**En vous aidant des paramètres et de la représentation graphique de l'hyperbole ainsi que des coordonnées du point; décrivez, sous la forme d'intervalle, le domaine et l'image des inéquations suivantes : (démontrez à l'aide d'un exemple)**

Inéquation	Domaine	Image
------------	---------	-------

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} \leq 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} > 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{1,44} - \frac{y^2}{4,41} < 1$$

Démonstration :

$$\frac{x^2}{13,69} - \frac{y^2}{22,09} \geq 1$$

Démonstration :