

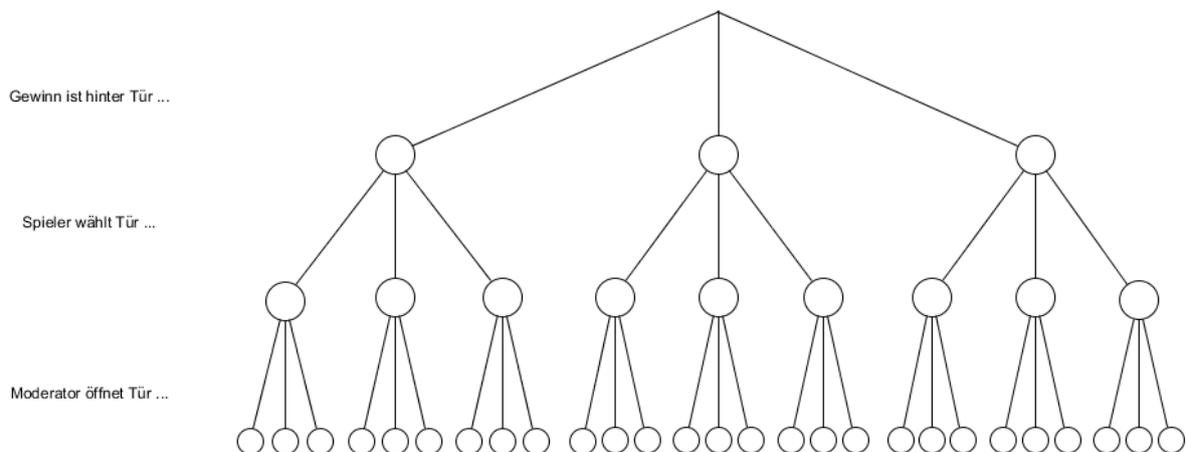
Aufgabenzettel 9

Eine weitere Möglichkeit das Ziegenproblem zu untersuchen bzw. zu lösen, ist es, ein dazu passendes Baumdiagramm anzufertigen. Mit Hilfe des Baumdiagramms werden ebenfalls alle Möglichkeiten aufgezeichnet und mit den jeweils dazu passenden Wahrscheinlichkeiten versehen.

Im Folgenden ist ein bereits fertig gezeichnetes Baumdiagramm mit allen Ästen vorgegeben. Eure Aufgabe ist es zuerst, das Baumdiagramm fertig auszufüllen und alle Wahrscheinlichkeiten bei den Ästen hinzuschreiben. Falls ihr eine andere Lösung für ein Baumdiagramm habt, könnt ihr auch gerne dieses hinzeichnen und damit weiterarbeiten.

Anleitung für dieses Baumdiagramm:

1. Schritt: Das Auto steht jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ hinter Tür 1, Tür 2 und Tür 3
2. Schritt: Ihr, die Spieler, wählt mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils $\frac{1}{3}$ Tür 1, Tür 2 oder Tür 3
3. Schritt: Wenn das Auto nun beispielsweise hinter Tür 1 ist, und ihr Tür 1 gewählt habt, dann kann die/der Moderator/in im zweiten Schritt 2 Türen öffnen, was er mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ tut, in jedem anderen Fall hat er jeweils nur eine Wahl.
4. Schritt: Ob ihr die Tür jetzt wechseln möchtet oder nicht, hängt von euch ab. Diese Möglichkeit wird im Baumdiagramm aber nicht mehr eingezeichnet, denn so hat man nun die Möglichkeit hat, beide Fälle zu betrachten.



Nach dem fertigen Ausfüllen des Baumdiagramms, sucht euch nun alle Fälle, wo ihr gewinnen würdet, wenn ihr die Tür wechselt und berechnet euch mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit davon. Ebenso sucht ihr euch alle Fälle, wo ihr verlieren würdet, wenn ihr die Tür wechselt und berechnet auch davon die Wahrscheinlichkeit.

Wie sehen eure berechneten Ergebnisse aus? Stimmen diese mit den vorherigen Überlegungen zusammen?

$P(\text{Gewinn bei Wechsel}) =$

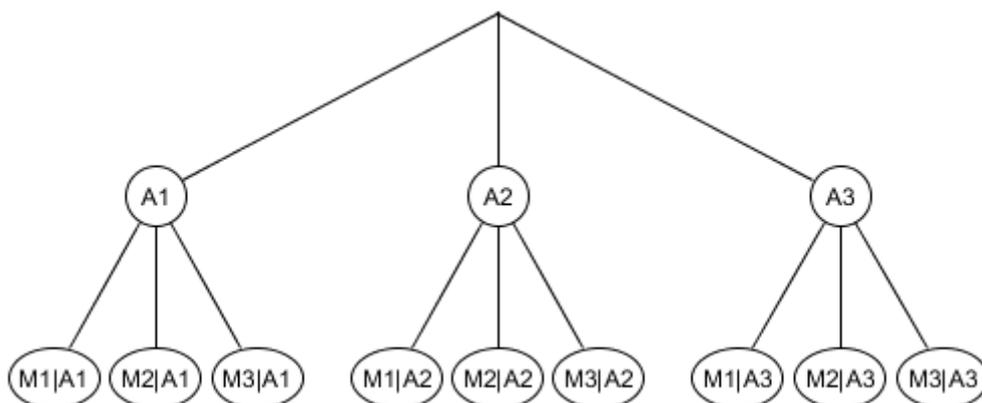
$P(\text{Verlust bei Wechsel}) =$

Zusatzaufgabe:

Wie oben bereits erwähnt wurde, kann das Baumdiagramm auch anders gezeichnet werden. Eine weitere Möglichkeit soll hier dargestellt werden, wo das Ziel ist, dass am Ende das Ergebnis mit der Formel der bedingten Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann.

Dazu soll die folgende Aufgabenstellung berechnet werden: Die/Der Spieler/in hat sich für Tür 1 entschieden. Die/Der Moderator/in öffnet daraufhin Tür 3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Auto hinter Tür 2 steht?

Tragt jetzt dazu passend im nachfolgenden Baumdiagramm die einzelnen Wahrscheinlichkeiten bei den jeweiligen Ästen ein, wenn ihr euch anfangs für Tür 1 entschieden habt. Die/Der Moderator/in wird daher auf keinen Fall Tür 1 öffnen, berücksichtigt das bei eurem Baumdiagramm!



Die einzelnen Ausgänge bedeuten hier folgendes:

A_i Auto steht hinter Tür i

M_i Moderator/in öffnet Tür i

$M_i|A_j$ Moderator/in öffnet Tür i , wenn das Auto hinter Tür j steht

Berechnet mit Hilfe des Baumdiagramms und mit Hilfe des Satzes von Bayes die Wahrscheinlichkeit, dass das Auto hinter Tür 2 steht, wenn die/der Moderator/in Tür 3 geöffnet hat.

$$P(A_2|M_3) =$$

Welche Strategie habt ihr bei dieser Aufgabenstellung angewendet? Passt das Ergebnis daher mit den vorherigen Überlegungen überein?

Ihr habt nun alle Aufgaben gelöst. Super gemacht!!!



Ihr habt das Ziegenproblem, oder auch genannt das Drei-Türen-Modell oder Monty-Hall Problem (hoffentlich) erfolgreich untersucht und gelöst. Wie ihr gesehen habt, hat dieses Problem in den 90er Jahren für viel Diskussion gesorgt und es ist daher kein Problem, das man auf Anhieb versteht. Man muss sich damit auseinandersetzen und es genau untersuchen, damit man es versteht und auch die Lösung berechnen kann.