

# GeoGebra

## Ubrzani vodič

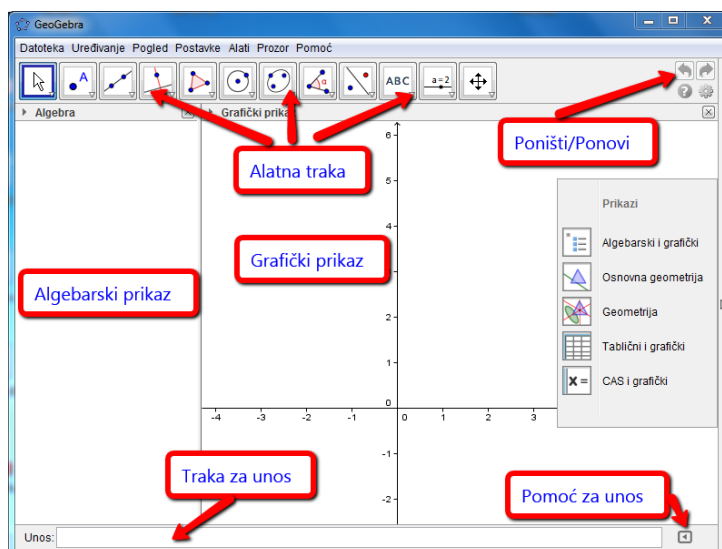
### Što je GeoGebra?

- Dinamični matematički program u jednom paketu jednostavnom za korištenje
- Za učenje i poučavanje na svim razinama obrazovanja
- **Geometrija**, **algebra**, proračunske tablice, crtanje grafova, analiza i statistika su povezane.
- Program otvorenog koda, besplatan, dostupan na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

### Neke činjenice

- GeoGebra omogućuje učenicima izradu matematičkih konstrukcija i modela. Omogućuje interaktivno istraživanje kroz povlačenje objekata i mijenjanje parametara.
- GeoGebra učiteljima i nastavnicima služi za izradu interaktivnih obrazovnih materijala. Pronađite besplatne materijale i dijelite svoje na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

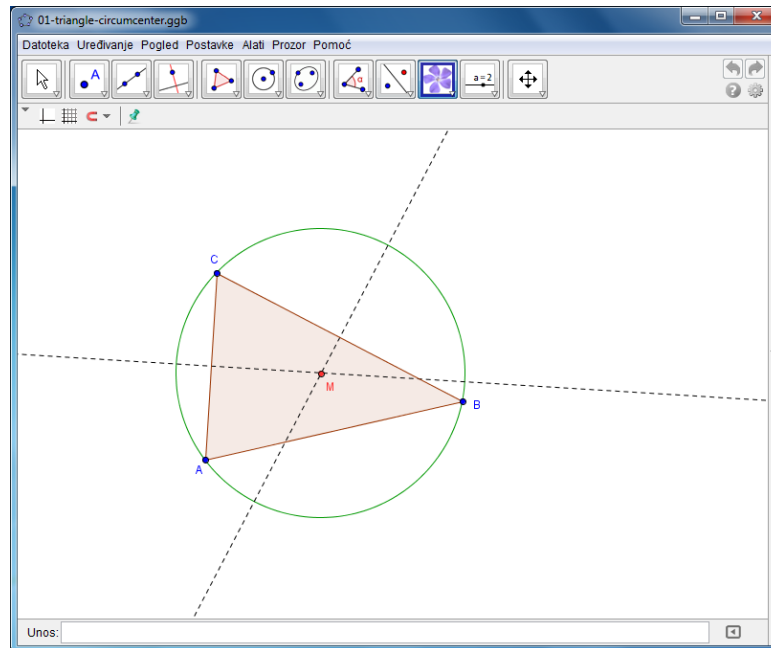
Kad pokrenete GeoGebra vidjet ćete sljedeći prozor:



Koristeći alate **Alatne trake** možete vršiti konstrukcije u **grafičkom prikazu** pomoću miša. Istovremeno će se odgovarajuće koordinate i jednačbe prikazivati u **algebarskom prikazu**. **Traku za unos** možete koristiti za izravan unos koordinata, jednačbi, naredbi i funkcija. Dočim pritisnete tipku *Enter* objekt se prikazuju u Grafičkom prikazu, a u Algebarskom prikazu vidite njegov algebarski zapis. U GeoGebri, geometrija i algebra idu rame uz rame.


# Primjer 1: Trokutu opisana kružnica

**Zadatak:** Konstruiraj trokut čiji su vrhovi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i tom trokutu opisanu kružnicu.








## Konstrukcija mišem

### Priprema

- Kliknite na strelicu s desne strane grafičkog prikaza i odaberite  Osnovna geometrija iz bočne trake *Prikazi*.

### Koraci konstrukcije

1		Odaberite alat <i>Mnogokut</i> iz alatne trake. Kliknite unutar grafičkog prikaza triput kako biste izradili točke $A$ , $B$ i $C$ . Zatvorite trokut tako što ćete kliknuti ponovno na točku $A$ .
2		Potom odaberite alat <i>Simetrala dužine</i> (kliknite na malu strelicu u donjem desnom kutu četvrtog alata s lijeve strane) i izradite dvije simetrale dužine klikom na dvije stranice trokuta.
3		Koristeći alat <i>Sjecište dvaju objekata</i> (nalazi se u drugoj grupi alata s lijeve strane) možete kliknuti na obje simetrale dužine kako biste izradili središte trokutu opisane kružnice. Desnim klikom na točku i odabiranjem <i>Preimenuj</i> , preimenujte točku u " $M$ ".
4		Kako biste dovršili konstrukciju, odaberite alat <i>Kružnica određena središtem</i> i jednom točkom te kliknite na točku $M$ i bilo koji vrh trokuta.
5		Koristeći alat <i>Pomicanje</i> možete pomicati vrhove trokuta – vaša će se konstrukcija dinamički mijenjati.

## Nekoliko savjeta






Isprobajte gumbе **Poništi/Ponovi** koji se nalaze s desne strane alatne trake



Kako biste **sakrili objekt**, kliknite desnim klikom miša na njega (Mac OS: ctrl-click) i isključite *Pokaži objekt*.



Možete mijenjati **izgled objekata** (boju, vrstu linije, ...) jednostavno koristeći *Traku sa stilovima*: kliknite na strelicu  koja se nalazi na vrhu Grafičkog prikaza kako biste je prikazali ili sakrili. Objekt mora biti odabran ukoliko mu želite promijeniti izgled. Za ostale postavke, odaberite ikonu Postavke  (iznad grafičkog prikaza zdesna) i odaberite  *Objekti* iz padajućeg izbornika.



**Koordinatne osi i mreža** može biti prikazana ili skrivena.



Možete isprobati različite prikaze kao što su **Algebarski**, **Grafički**, **Tablični** i **CAS** prikaz odabirući ih iz izbornika *Pogled* ili iz bočne trake *Prikazi* (s desne strane grafičkog prikaza).




Kako biste **pomicali pogled** u grafičkom prikazu, odaberite alat *Pomicanje grafičkog prikaza* i klikom miša ga jednostavno pomičite.



**Opis konstrukcije** (u izborniku *Pogled*) omogućuje da prikazete sve korake konstrukcije. Koristeći gumbе za navigaciju možete prolaziti kroz korake konstrukcije. Osim toga, možete mijenjati redosljed koraka konstrukcije.

## Konstrukcija pomoću trake za unos

### Priprema

- Isti zadatak ćemo sada izraditi koristeći traku za unos, pa ćemo krenuti ispočetka tako što ćemo odabrati *Nova* iz izbornika *Datoteka*.
- Kliknite na strelicu s desne strane grafičkog prikaza kako biste otvorili bočnu traku *Prikazi* te odaberite  *Algebarski i grafički*.

### Koraci konstrukcije

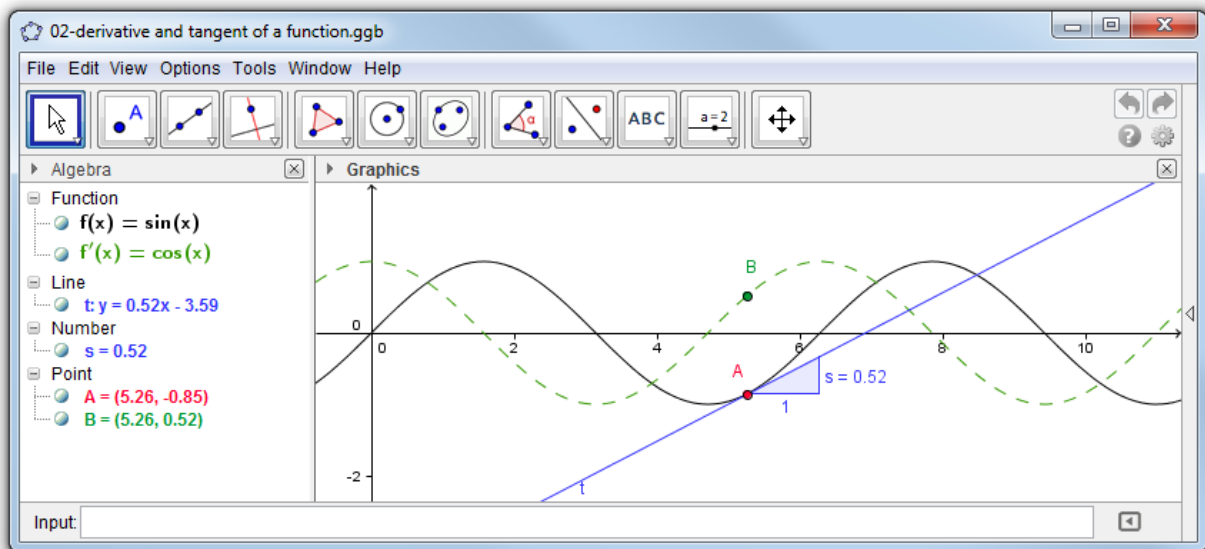
Unesite sljedeće naredbe u traku za unos koja se nalazi na dnu prozora te pritisnite tipku Enter nakon svakog retka.

Unos:  

```
A=(2,1)
B=(12,5)
C=(8,11)
Mnogokut[A,B,C]
s=SimetralaDužine[a]
t=SimetralaDužine[b]
M=Sjecište[s,t]
Kružnica[M,A]
```

## Primjer 2: Derivacija i tangenta funkcije

**Zadatak:** Izraditi funkciju  $f(x) = \sin(x)$ , njenu derivaciju i tangentu u točki na funkciji  $f$  zajedno s trokutom nagiba.








### Prvi način: Točka na grafu funkcije

#### Priprema


- Otvorite novi prozor koristeći  *Novi prozor* iz izbornika *Datoteka*

#### Koraci konstrukcije


1		U traku za unos unesite $f(x) = \sin(x)$ i pritisnite Enter.
2		Koristeći alat <i>Nova točka</i> izradite točku na grafu tako što ćete kliknuti na funkciju. Dobit ćete točku $A$ vezanu za graf funkcije $f$ .
3		Koristeći alat <i>Tangente</i> kliknite na točku $A$ , a potom na funkciju $f$ . Preimenujte tangentu u pravac $t$ .
4		Unesite naredbu $s = \text{Nagib}[t]$ .
5		Koristeći alat <i>Pomicanje</i> mišem pomičite točku $A$ i promotrite kao se i tangenta pomiče.
6		Unesite $B = (x(A), s)$ <u>Savjet:</u> $x(A)$ daje $x$ koordinatu točke $A$ .
		Desnim klikom kliknite na točku $B$ i uključite <i>Uključi trag</i> . Tako će točka $B$ ostavljati trag dok se bude pomicala. Ukoliko želite obrisati trag, pritisnite <i>Ctrl+F</i> na vašoj tipkovnici.
7		Koristeći alat <i>Pomicanje</i> mišem pomičite točku $A$ – točka $B$ sada ostavlja trag “nagiba funkcije”.
8		Unesite naredbu $\text{Derivacija}[f(x)]$ .

## Nekoliko savjeta

U traku za unos upišite neku drugu funkciju, na primjer  $f(x) = x^3 - 2x^2$ . Odmah će se prikazati njena derivacija i tangenta. Također isprobajte naredbu `Integral[f(x)]`.

 Koristeći alat *Pomicanje* mišem pomičite graf funkcije. Promotrite kako se mijenja jednačba funkcije i njena derivacija.

**Automatsko dopunjavanje naredbi:** nakon unošenja prva dva slova naredbe, GeoGebra će ponuditi niz naredbi. Prihvatite li neku ponuđenu naredbu, pritisnite Enter i trepereći kursor pozicionirat će se između uglatih zagrada te čeka na unos ostalih parametara. Ukoliko ponuđena naredba nije ona koju tražite nastavite tipkati dok se ne pojavi.

 **Pomoć za unos** je dostupna s desne strane trake za unos. Tu su također dostupne sve naredbe GeoGebre poslagane po kategorijama.

## Drugi način: Točka s x koordinatom 'a'

### Priprema


- Sada ćemo napraviti prethodnu konstrukciju koristeći *traku za unos*. Molimo otvorite novi prozor.


### Koraci konstrukcije

Unesite sljedeće naredbe u traku za unos te nakon svakog retka pritisnite Enter.

```
f(x)=sin(x)
a=2
T=(a, f(a))
t=Tangenta[a, f]
s=Nagib[t]
B=(x(T), s)
Derivacija[f]
```

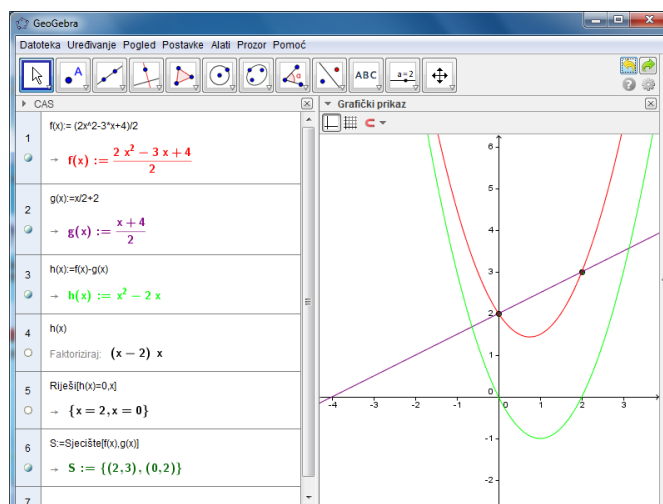
## Nekoliko savjeta

 Koristeći alat *Pomicanje* kliknite na broj  $a$  u algebarskom prikazu te pritišćući strelice lijevo i desno na tipkovnici mijenjajte vrijednost broja  $a$ . Promotrite kako se dinamički mijenja točka  $T$  i tangenta  $t$ .

 Vrijednost broja  $a$  možete mijenjati i **klizačem**: kliknite na simbol  $\circ$  lijevo od  $a$  u algebarskom prikazu. Mijenjajte vrijednost klizača pomičući mišem točku na klizaču.

## Primjer 3: Presjek polinoma

**Zadatak:** Odrediti sjecište parabole i pravca, odnosno odredite rješenja sustava linearne i kvadratne jednadžbe.



### Priprema

- Otvorite bočnu traku *Prikazi* te odaberite  $x=$  CAS i grafički (CAS = computer algebra system).
- CAS prikaz je nova mogućnost dostupna tek od GeoGebre 4.2.

### Koraci konstrukcije

Unesite sljedeće naredbe u redove CAS prikaza.

1		Unesite $f(x) := (2x^2 - 3x + 4) / 2$ u prvi redak kako biste definirali funkciju $f(x)$ . Pritisnite Enter kako biste potvrdili unos. <u>Pomoć</u> : := se koristi za definiranje.
2		Unesite $g(x) := x/2 + 2$ u drugi redak.
3		Definirajte $h(x)$ kao $h(x) := f(x) - g(x)$ u trećem retku.
4	$\begin{matrix} 15 \\ 3 \cdot 5 \end{matrix}$	Unesite $h(x)$ u četvrti redak i faktorizirajte uz pomoć alata <i>Faktorizacija</i> . Rješenja možete odmah iščitati.
5		Unesite $Riješi[h(x)=0, x]$ kako biste provjerili rješenja.
6		Izradite sjecište unoseći $S := Sjeciste[f(x), g(x)]$ .

### Nekoliko savjeta

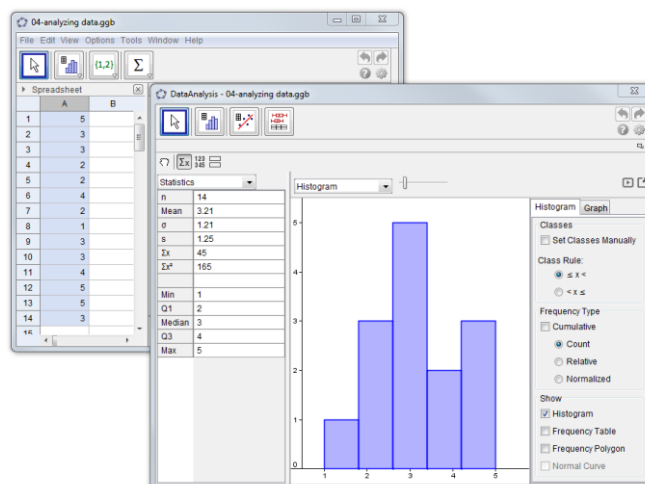
CAS prikaz omogućava korisnicima rad s razlomcima, jednadžbama i formulama koje su sebi sadrže nedefinirane varijable (parametar).

$\begin{matrix} 15 \\ 3 \cdot 5 \end{matrix}$  Možete obraditi samo dio izraza označujući ga mišem i onda odabirući alat *Faktorizacija*.

$x=$  Rješenja su također mogla biti određena neposredno definirajući  $f(x)$  i  $g(x)$  kako je objašnjeno iznad, odabirući oba retka i odabirući alat *Riješi*.

## Primjer4: Analiziranje podataka

**Zadatak:** Izraditi histogram i izračunati aritmetičku sredinu, medijan, minimalnu i maksimalnu vrijednost podataka.



### Priprema

- Otvorite bočnu traku *Prikazi* te odaberite *Tablični i grafički*.

### Koraci konstrukcije

1		Unesite neke podatke u stupac A tablice. Na primjer, u ćelije A1 do A14 unesite vrijednosti 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 5, 5, 3.
2		Označite odgovarajuće ćelije i odaberite alat <i>Jednovarijabilna analiza</i> . <u>Pomoć:</u> Nakon što kliknete <i>Analiza</i> u dijaloškom okviru <i>Izvorišni podaci</i> , otvara se dijaloški okvir <i>Analiza podataka</i> .
3		Odaberite odgovarajući broj <i>Razreda</i> koje ćete vidjeti kao klizač u dijaloškom okviru <i>Analiza podataka</i> . <u>Pomoć:</u> U ovom primjeru upotrijebljeno je pet razreda jer ima pet različitih vrijednosti.
4	$\Sigma x$	Odaberite <i>Pokaži statistiku</i> iz trake sa stilovima kako bi se statistika prikazala. Iščitajte aritmetičku sredinu, medijan, maksimalnu i minimalnu vrijednost podataka.
5		Kliknite na strelicu <i>Postavke</i> koja se nalazi s desne strane i odaberite <i>Postavi ručno</i> . <u>Pomoć:</u> Pritisnite Enter nakon unošenja <i>Početak</i> 0.5 i <i>Širina</i> 1.

### Nekoliko savjeta

Promijenite neke vrijednosti u stupcu A kako biste promotрили utjecaj te promjene na histogram i statističku analizu.

Promijenite vrstu dijagrama iz *Histogram* u *Pravokutni dijagram* iz padajuće liste koja se nalazi odmah iznad histograma.

## Daljnje informacije

Daljnje informacije, materijale i pomoć možete naći na našim stranicama:

Softver

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

Priručnici i tutorijali

[http://wiki.geogebra.org/hr/Glavna\\_stranica](http://wiki.geogebra.org/hr/Glavna_stranica)

Dinamični uradci

[www.geogebraTube.org](http://www.geogebraTube.org)

Korisnički forum

<http://www.geogebra.org/forum/viewforum.php?f=38>

**Theorem of Pythagoras**

Drag the points and change the length of the sides of the triangle

$a = 10.36$     $a^2 = 107.29$     $a^2 + b^2 =$   
 $b = 6.01$     $b^2 = 36.15$     $107.29 + 36.15 = 143.44$   
 $c = 11.98$     $c^2 = 143.44$     $a^2 + b^2 = c^2$

How do the several surface areas of the three squares change if you change the side  $c$ ?

06-cobweb diagram.ggb

File Edit View Options Tools Window Help

Graphics

Spreadsheet

	A	B	C	D
1	0.34	0.53	0.43	
2	0.87	0.43	0.52	
3	0.44	0.52	0.79	
4	0.95	0.79	0.37	
5	0.17	0.37	0.42	
6	0.54	0.42	0.82	
7	0.96	0.82	0.33	
8	0.14	0.33	0.5	
9	0.46	0.5	0.83	
10	0.97	0.83	0.31	
11	0.13	0.31	0.52	
12	0.44	0.52	0.79	
13	0.96	0.79	0.37	
14	0.16	0.37	0.44	
15	0.53	0.44	0.84	
16	0.97	0.84	0.3	
17	0.12	0.3	0.52	
18	0.42	0.52	0.75	
19	0.95	0.75	0.42	

Input: