REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Partita di pallavolo

Durante un torneo di giochi scolastici assistiamo a una partita di pallavolo.
Immaginiamo di fissare un sistema di riferimento cartesiano centrato su una parete alle spalle di una squadra e proiettiamo sulla parete le varie posizioni della palla.
La traiettoria parabolica della palla alzata dal palleggiatore raggiunge la sua massima altezza nel punto $A(4; 6)$ e viene intercettata dallo schiacciatore nel punto $B\left(\frac{1}{2}; \frac{47}{16}\right)$.

- ▶ Determina l'equazione della traiettoria.
- ▶ Nel caso in cui lo schiacciatore (o per meglio dire la sua proiezione sulla parete di fondo) si trovi nell'origine, a che altezza intercetta la palla? (Supponi che il giocatore salti verticalmente.)
- ▶ Se il soffitto della palestra è alto 5,5 m, riuscirà il palleggiatore ad alzare ugualmente la palla? In caso negativo, in che punto la palla rimbalzerà contro il soffitto?

▶ Nei dati del problema vengono fornite le coordinate del   della parabola e il passaggio per un punto. Le tre condizioni per ricavarne l'equazione sono:

$$\begin{cases} \quad\quad = 4 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 6 \\ \dfrac{1}{4}a + \dfrac{1}{2}b + c = \quad \end{cases} \qquad \text{risolvendo per sostituzione:} \qquad \begin{cases} a = -\dfrac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

L'equazione della traiettoria risultante è:

▶ Il quesito si risolve imponendo l'   uguale   nell'equazione della parabola e calcolandone   :

$$y = \qquad\qquad \rightarrow \quad y = 2.$$

Quindi lo schiacciatore intercetta la palla a una altezza di   .

▶ Se il soffitto è alto 5,5 m il palleggiatore non riuscirebbe ad alzare la palla in quanto il punto di   della traiettoria (il   della parabola) è pari a   .
Per determinare il punto P in cui la palla rimbalza contro il soffitto basta calcolare per quali valori di   l'equazione assume il valore   :

$$\frac{11}{2} = \qquad\qquad \rightarrow \quad x^2 \qquad\quad = 0 \quad \rightarrow \quad x = 4 \pm \sqrt{2}.$$

Il punto di impatto avrà coordinate:

$$P\left(4 + \sqrt{2}; \frac{11}{2}\right).$$

2 **Efficienza di un motorino**

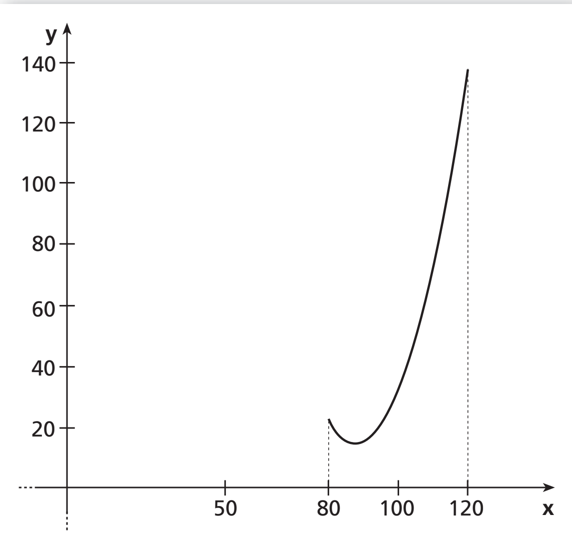
L'efficienza di un motorino (ossia il numero dei kilometri percorsi con un litro di carburante) dipende dal peso del veicolo, approssimativamente secondo la formula:

$$E(x) = 0{,}12x^2 - 21{,}12x + 944{,}12, \qquad 80 \le x \le 120,$$

dove x è il peso del motorino in kilogrammi. Sulla base di tale informazione:

- qual è il peso del motorino meno efficiente?
- qual è l'efficienza minima?
- quanto pesano i motorini la cui efficienza è superiore a quella minima di almeno tre unità?

La funzione $E(x)$ è rappresentata da una ______ con concavità rivolta verso ______. Nel grafico è riportata la porzione relativa ai limiti posti sulla variabile x.



◄ **Figura 1**

- Come si vede dal grafico, la minima efficienza si ha in corrispondenza del valore ______ della parabola:

$$x_V = \underline{\qquad\qquad} = 88, \text{ ovvero } 88 \text{ kg}.$$

- ______ corrispondente è quindi:

$$y_V = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} = 14{,}84, \text{ ovvero } 14{,}84 \text{ km con 1 litro}.$$

- Un motorino supera l'efficienza minima di almeno tre unità se:

$$E(x) \ge \underline{\qquad} \quad \to \quad E(x) \ge 17{,}84 \quad \to$$

$$\to \quad \underline{\qquad\qquad\qquad} \ge 17{,}84 \quad \to \quad 0{,}12x^2 \underline{\qquad\qquad\qquad} \ge 0$$

che è soddisfatta per valori esterni all'intervallo delle radici $x_1 \simeq$ ___ e $x_2 \simeq$ ___. Tenendo conto dei limiti imposti su x, i motorini con efficienza di almeno 17,84 hanno peso:

$$\underline{\quad} \le x \le \underline{\quad} \vee \underline{\quad} \le x \le \underline{\quad}.$$

3 Spettacolo di milioni di stelle brillanti

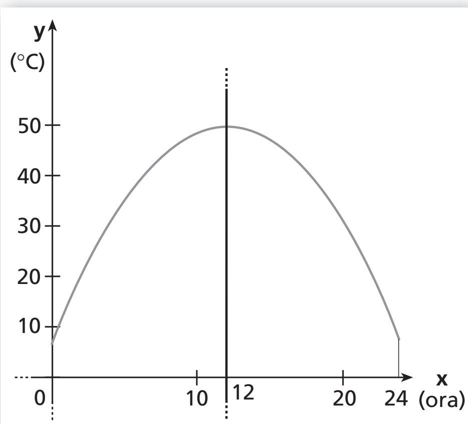
Camilla, per la sua laurea, ha avuto in regalo un buono per il pacchetto viaggio «Spettacolo di milioni di stelle brillanti».
Il viaggio, proposto da un'agenzia specializzata e da un gruppo di esperti conoscitori del deserto del Sahara, si svolgerà nel periodo dal 27 luglio al 10 agosto. Nel programma è prevista una settimana a cavallo di un dromedario per raggiungere i piccoli villaggi, oltre ai bivacchi permanenti allestiti per i turisti. Ovviamente, essendo un viaggio impegnativo, inizia a porsi il problema della temperatura…
Durante la giornata, nel periodo considerato e nel tragitto proposto, la temperatura varia secondo la formula:

$$t(x) = -0,3004 \cdot x^2 + 7,212 \cdot x + 6,73, \quad 0 \leq x \leq 24,$$

dove il tempo x è misurato in ore e la temperatura $t(x)$ in gradi centigradi.

- Quando la temperatura è massima?
- Quando è minima?
- Qual è la massima temperatura raggiunta?
- Qual è l'escursione termica prevista?

La formula data è l'equazione di una parabola con coefficiente a ____ e quindi con concavità rivolta verso ____.



◀ Figura 2

Per $x = 0$, $t(0) = 6,73$; per $x = 24$, $t(24) \simeq$ ____. Vista l'approssimazione insita in questo tipo di modelli, possiamo considerare uguali le temperature: $t(0) = t(24) \simeq 6,7$ °C.

- La temperatura massima si ha in corrispondenza dell' ____:

  $$x_V = -\frac{b}{\_\_} = -\_\_ \simeq 12$$

  a cui corrisponde $y_V \simeq$ ____, ovvero alle ore 12 la temperatura raggiunge i ____ °C.

- Per l'approssimazione considerata, la temperatura ____ si ha in corrispondenza di $x = 0$ o di $x = 24$: a ____ si raggiungono ____ °C.

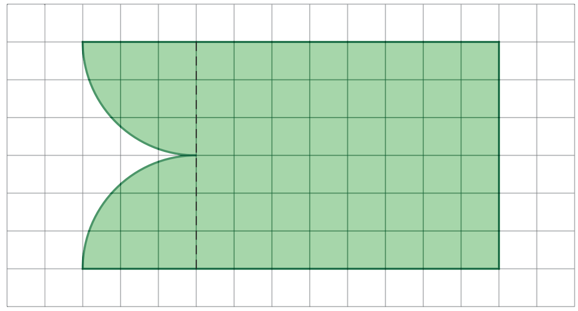
- L'escursione termica è la ____ fra la temperatura ____ e minima in un dato intervallo di tempo e in un determinato luogo; nel nostro caso si ha:

  ____ °C.

4 **Zona riservata ai cani**

All'interno di un parco bisogna creare una zona recintata per i cani che deve avere la forma in figura.

▶ Avendo a disposizione 150 m di recinzione, quali devono essere le dimensioni del rettangolo in modo che l'area della zona sia massima?



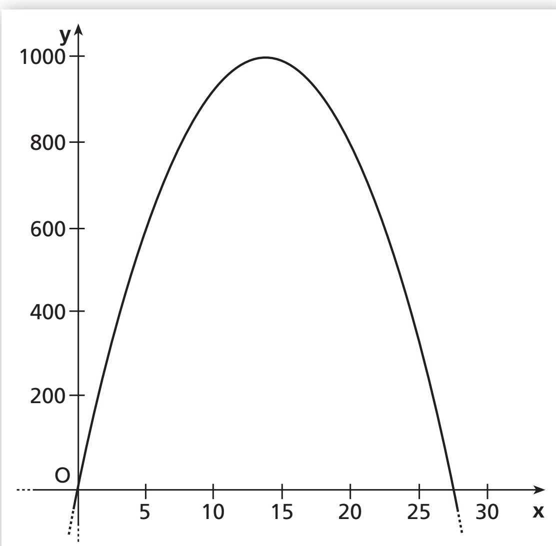
▶ Indichiamo con $2x$ l'altezza del rettangolo (quindi x è il ____ degli ____ di circonferenza) e con ____ la base del rettangolo. Il ____ della figura deve essere lungo ____ m, quindi:

$$2x + 2b + 2x + 2 \cdot \_\_\_\_ = 150 \quad \rightarrow \quad b = \frac{\_\_\_\_}{2}.$$

L'area totale è la somma dell'area del rettangolo e del semicerchio:

$$A = \_\_\_\_ \cdot 2x + \frac{\_\_\, x^2}{\_\_} = 150x - 4x^2 - \pi x^2 + \frac{\pi}{2} x^2 \simeq -5,57x^2 + \_\_\_\_,$$

dove abbiamo approssimato $\pi \simeq 3,14$.
Rappresentando il grafico di $y =$ ____ otteniamo una ____ rivolta verso ____ che interseca l'asse delle ____ nell'origine e nel punto di ascissa $x \simeq$ ____.



◀ **Figura 3**

Il vertice della parabola ha coordinate, approssimate, (____) e rappresenta il punto di ____ assoluto per la funzione area.
Perciò il ____ della zona recintata è di circa ____, che si ottiene con il rettangolo di altezza $h \simeq$ ____ $\simeq$ ____ e di base $b \simeq$ ____ (cioè il rettangolo risulta un ____ di lato circa 26,9 m).