

## Ciclo 2 · Atividade 6 · em 26 de junho de 2020

Fábio Vinícius Silva dos Santos

### Exercício proposto 2.

No plano é dada uma circunferência  $C$  de centro  $O$  e raio  $R$ , é dada uma reta  $t$  e é dado um segmento  $AB$  de comprimento  $r$ . Trace uma circunferência de raio  $r$  que é tangente a reta  $t$  e é tangente exteriormente a circunferência  $C$ .

(a) Na situação da figura apresentada a seguir, quantas soluções esse problema admite?

**Resposta:** O problema admite quatro soluções.

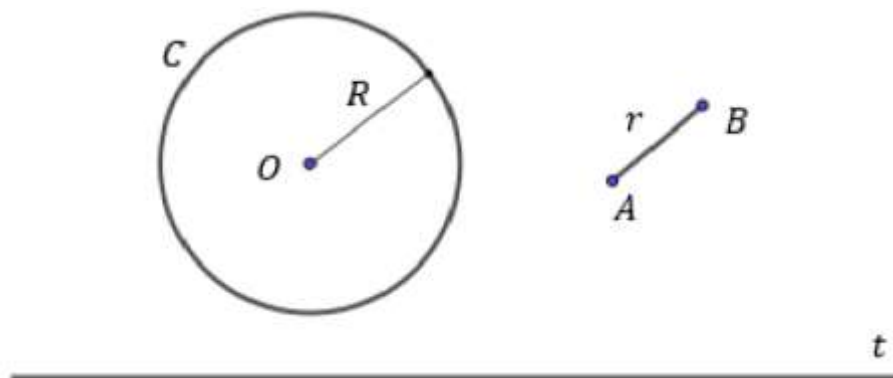
(b) Variando os dados iniciais (posição da circunferência  $C$ , posição da reta  $t$ , o raio  $R$  e o raio  $r$ ) quais números podem ser as quantidades de soluções desse problema?

**Resposta:** 0, 1, 2, 3 e 4.

(c) Caracterize a quantidade de soluções desse problema em termos da distância do ponto  $O$  a reta  $t$ .

**Resposta:**

$d(O, t)$	$< R <$	$d(O, t)$	$< R + 2r <$	$d(O, t)$
↓	<i>igual</i>	↓	<i>igual</i>	↓
<i>quatro soluções</i>	<i>três soluções</i>	<i>duas soluções</i>	<i>uma solução</i>	<i>zero soluções</i>



Veja a seguir a construção (Figura 2) e o protocolo de construção (Tabela 2) do exercício proposto 2 da atividade 6 do ciclo 2.

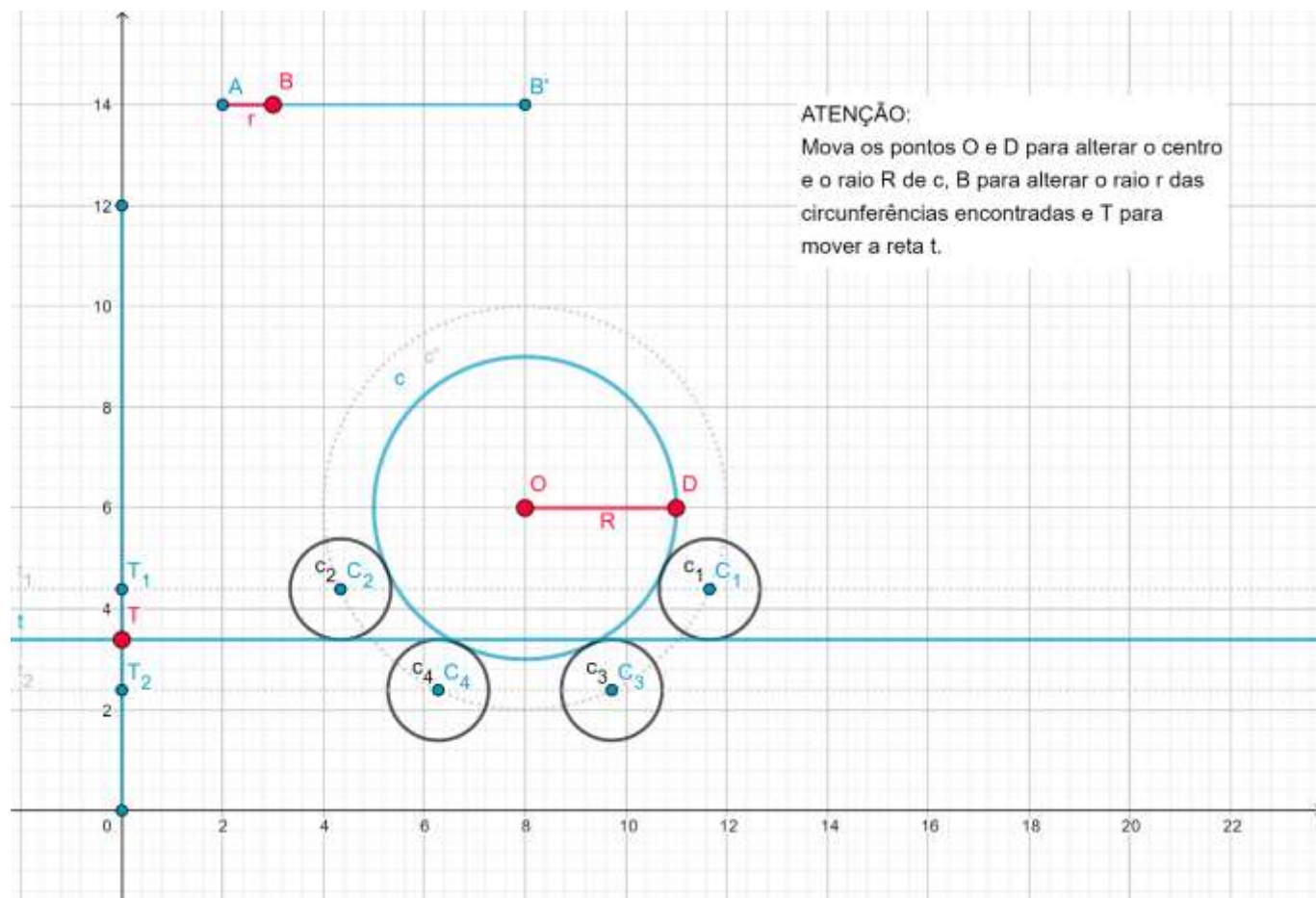


Figura 2: Construção do exercício proposto 2 no Geogebra.

**Justificativa:**

Por construção, temos que:

- a circunferência  $c'$  tem raio igual a  $R + r$ ;
- a distância entre as retas  $t$  e  $t_1$  é igual a  $r$ ;
- a distância entre as retas  $t$  e  $t_2$  é igual a  $r$ ;
- os centros  $O_1$  e  $O_2$  das circunferência  $c_1$  e  $c_2$ , respectivamente, correspondem a interseção da circunferência  $c'$  e a reta  $t_1$  que é paralela à reta  $t$  passando pelo ponto  $T_1$ ;
- os centros  $O_3$  e  $O_4$  das circunferência  $c_3$  e  $c_4$ , respectivamente, correspondem a interseção da circunferência  $c'$  e a reta  $t_2$  que é paralela à reta  $t$  passando pelo ponto  $T_2$ ;

E com esses itens, podemos afirmar que o centro de cada uma das circunferência  $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$  tem distância igual a  $r$  em relação a reta  $t$  e distância igual a  $r$  em relação a circunferência  $c$  atendendo assim as condições e as solicitações do exercício proposto em questão.

Nome	Definição	Valor
Ponto P'	Interseção(EixoX, EixoY)	$P' = (0, 0)$
Ponto Q'	Ponto(EixoY)	$Q' = (0, 12)$
Segmento P'Q'	Segmento(P', Q')	$P'Q' = 12$
Ponto T	Ponto(P'Q')	$T = (0, 3.39)$
Reta t	Perpendicular(T, P'Q')	$t: y = 3.39$
Ponto A		$A = (2, 14)$
Ponto B'		$B' = (8, 14)$
Segmento AB'	Segmento(A, B')	$AB' = 6$
Ponto B	Ponto(AB')	$B = (3, 14)$
Segmento r	Segmento(A, B)	$r = 1$
Ponto O		$O = (8, 6)$
Ponto D		$D = (11, 6)$
Círculo c	Círculo(O, D)	$c: (x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 9$
Segmento R	Segmento(O, D)	$R = 3$
Círculo c'	Círculo(O, Distância(O, D) + Distância(A, B))	$c': (x - 8)^2 + (y - 6)^2 = 16$
Ponto T <sub>1</sub> (0, 4.39)	(x(T), y(T) + Distância(A, B))	$T_1 = (0, 4.39)$
Ponto T <sub>2</sub> (0, 2.39)	(x(T), y(T) - Distância(A, B))	$T_2 = (0, 2.39)$
Reta t <sub>1</sub>	Perpendicular(T <sub>1</sub> , P'Q')	$t_1: y = 4.39$
Reta t <sub>2</sub>	Perpendicular(T <sub>2</sub> , P'Q')	$t_2: y = 2.39$
Ponto O <sub>1</sub> (11.66, 4.39)	Interseção(c', t <sub>1</sub> , 1)	$O_1 = (11.66, 4.39)$
Ponto O <sub>2</sub> (4.34, 4.39)	Interseção(c', t <sub>1</sub> , 2)	$O_2 = (4.34, 4.39)$
Ponto O <sub>3</sub> (9.72, 2.39)	Interseção(c', t <sub>2</sub> , 1)	$O_3 = (9.72, 2.39)$
Ponto O <sub>4</sub> (6.28, 2.39)	Interseção(c', t <sub>2</sub> , 2)	$O_4 = (6.28, 2.39)$
Círculo c <sub>1</sub>	Círculo(O <sub>1</sub> , Distância(A, B))	$c_1: (x - 11.66)^2 + (y - 4.39)^2 = 1$
Círculo c <sub>2</sub>	Círculo(O <sub>2</sub> , Distância(A, B))	$c_2: (x - 4.34)^2 + (y - 4.39)^2 = 1$
Círculo c <sub>3</sub>	Círculo(O <sub>3</sub> , Distância(A, B))	$c_3: (x - 9.72)^2 + (y - 2.39)^2 = 1$
Círculo c <sub>4</sub>	Círculo(O <sub>4</sub> , Distância(A, B))	$c_4: (x - 6.28)^2 + (y - 2.39)^2 = 1$
Texto Orientação		"ATENÇÃO: Mova os pontos O e D para alterar o centro e o raio R de c, B para alterar o raio r das circunferências encontradas e T para mover a reta t."

**Tabela 2:** Protocolo de construção do exercício proposto 2 no Geogebra.