GUÍA DE SOLUCIONES Y PROCEDIMIENTOS DETALLADOS MATEMÁTICAS 3 - ETAPA 1: RELACIONES Y FUNCIONES POLINOMIALES

UANL - Preparatoria 23 (Portafolio de Repaso y Regularización)

Pregunta 1

¿Cuál es el dominio de la función f(x)=x^2-6x-27?

A) (-∞, ∞)
B) [0, ∞)
C) (-27, 27)
D) [3, ∞)
E) (-∞, 0]

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Una función cuadrática (polinomio de segundo grado) no presenta restricciones en los valores que puede tomar la variable independiente x (no hay denominadores con variables ni raíces de índice par). Por lo tanto, el dominio son todos los números reales, denotado como (-∞, ∞).

Pregunta 2

¿Cuál es el rango de la función f(x)=x^2-6x-27?

A) (-∞, ∞)
B) [-36, ∞)
C) [3, ∞)
D) (-∞, -36]
E) [-27, 27]

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: El coeficiente principal de la parábola es a=1 (positivo), por lo que abre hacia arriba y su vértice representa el valor mínimo de la función. La coordenada y del vértice se obtiene evaluando x = -b/(2a) = -(-6)/(2(1)) = 3. Al evaluar f(3) = (3)^2 - 6(3) - 27 = 9 - 18 - 27 = -36. Como abre hacia arriba, el rango abarca desde la ordenada del vértice hasta el infinito positivo: [-36, ∞).

Pregunta 3

Dada la recta y=3x+5, ¿cuál es su pendiente?

A) -3
B) 5
C) 3
D) -5
E) 1/3

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: La ecuación está escrita en su forma pendiente-intersección y = mx + b, donde m representa la pendiente y b la ordenada al origen. Al comparar y = 3x + 5 con la forma general, se identifica directamente que la pendiente m = 3.

Pregunta 4

Dada la recta y=3x+5, ¿cuál es la ordenada en y?

A) 3
B) 5
C) -5
D) -3
E) 0

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: En la ecuación canónica y = mx + b, el término independiente b corresponde a la intersección con el eje y (ordenada al origen). Para y = 3x + 5, el valor de b es 5, lo que equivale al punto (0, 5).

Pregunta 5

Identifica la pendiente de la recta y=-6x+4:

A) 4
B) 6
C) -4
D) -6
E) 1/6

Respuesta Correcta: **Opción D**
Procedimiento y Explicación: Siguiendo la estructura y = mx + b de la ecuación de la recta, el coeficiente que acompaña directamente a la variable x es la pendiente m. En la expresión y = -6x + 4, el coeficiente es -6.

Pregunta 6

Ecuación con m=-3 y ordenada b=17:

A) y=3x+17
B) y=-3x-17
C) y=-3x+17
D) y=17x-3
E) y=17x+3

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: Sustituyendo los valores dados de la pendiente (m = -3) y la ordenada al origen (b = 17) en la forma general de la recta y = mx + b, se obtiene directamente la ecuación y = -3x + 17.

Pregunta 7

Ecuación de la recta que pasa por (5,11) y (2,8):

A) y=x+6
B) y=2x+1
C) y=x-6
D) y=-x+6
E) y=3x-4

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Primero calculamos la pendiente m = (y2 - y1) / (x2 - x1) = (8 - 11) / (2 - 5) = -3 / -3 = 1. Luego aplicamos la ecuación punto-pendiente y - y1 = m(x - x1) usando el punto (2, 8): y - 8 = 1(x - 2) => y = x - 2 + 8 => y = x + 6.

Pregunta 8

Intersección con el eje y de f(x)=x^2+8x+12:

A) (0, -12)
B) (12, 0)
C) (0, 12)
D) (-8, 0)
E) (0, 8)

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: La intersección con el eje y ocurre cuando evaluamos la función en x = 0. Calculando f(0) = (0)^2 + 8(0) + 12 = 12. Por lo tanto, la coordenada de intersección es el punto (0, 12).

Pregunta 9

Raíces de la función f(x)=x^2+8x+12:

A) x=6, x=2
B) x=-6, x=-2
C) x=4, x=3
D) x=-4, x=-3
E) x=8, x=12

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: Para hallar las raíces o intersecciones con el eje x, igualamos la función a cero: x^2 + 8x + 12 = 0. Factorizamos buscando dos números que multiplicados den 12 y sumados den 8, los cuales son 6 y 2: (x + 6)(x + 2) = 0. Igualando cada factor a cero obtenemos x = -6 y x = -2.

Pregunta 10

Coordenada en x del vértice de f(x)=x^2+8x+12:

A) 4
B) -4
C) 8

D) -8
E) 0

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: La coordenada en x del vértice de una parábola de la forma f(x) = ax^2 + bx + c se calcula mediante la fórmula x_v = -b / (2a). Sustituyendo a = 1 y b = 8: x_v = -8 / (2(1)) = -8 / 2 = -4.

Pregunta 11

Forma estándar del vértice de f(x)=x^2+8x+12:

A) f(x)=(x+4)^2-4
B) f(x)=(x-4)^2+4
C) f(x)=(x+8)^2+12
D) f(x)=(x-8)^2-4
E) f(x)=(x+4)^2+4

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Completamos el trinomio cuadrado perfecto para f(x) = x^2 + 8x + 12. Tomamos el coeficiente lineal 8, lo dividimos entre 2 y lo elevamos al cuadrado: (8/2)^2 = 16. Sumamos y restamos 16: f(x) = (x^2 + 8x + 16) + 12 - 16 = (x + 4)^2 - 4.

Pregunta 12

La relación x^2+y^2=9 representa una función:

A) Sí, siempre
B) No, falla la línea vertical
C) Sí, es parábola
D) Sí, es recta
E) No, no tiene centro

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: La ecuación x^2 + y^2 = 9 representa una circunferencia con centro en el origen y radio 3. Al aplicar el criterio de la línea vertical, una línea vertical cruza la circunferencia en dos puntos distintos simultáneamente, por lo que no cumple la definición de función.

Pregunta 13

Recta que pasa por (3,1) y (1,-3):

A) y=2x-5
B) y=-2x+5
C) y=2x+5
D) y=x-2
E) y=3x-2

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Calculamos la pendiente m = (-3 - 1) / (1 - 3) = -4 / -2 = 2. Usando la

forma punto-pendiente con el punto (3, 1): y - 1 = 2(x - 3) => y - 1 = 2x - 6 => y = 2x - 6 + 1 => y = 2x - 5.

Pregunta 14

Intersección en x de la recta y=-6x+4:

A) (4, 0)
B) (-6, 0)
C) (2/3, 0)
D) (0, 4)
E) (3/2, 0)

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: La intersección con el eje x ocurre cuando hacemos y = 0. Entonces: 0 = -6x + 4 => 6x = 4 => x = 4/6 = 2/3. El punto de intersección es (2/3, 0).

Pregunta 15

Intersecciones con x de f(x)=x^2-6x-27:

A) x=3, x=-9
B) x=-3, x=9
C) x=6, x=27
D) x=-6, x=27
E) x=1, x=-27

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: Igualamos a cero: x^2 - 6x - 27 = 0. Buscamos dos números que multiplicados den -27 y sumados den -6, los cuales son -9 y 3: (x - 9)(x + 3) = 0. Al despejar cada factor, obtenemos x = 9 y x = -3.

Pregunta 16

Vértice de la función f(x)=x^2-6x-27:

A) (-3, 36)
B) (6, -27)
C) (3, -36)
D) (-6, 27)
E) (3, 36)

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: Calculamos la coordenada x del vértice: x_v = -(-6) / (2(1)) = 6 / 2 = 3. Evaluamos en la función: f(3) = (3)^2 - 6(3) - 27 = 9 - 18 - 27 = -36. Por lo tanto, el vértice es el punto (3, -36).

Pregunta 17

Forma estándar de f(x)=x^2-6x-27:

A) f(x)=(x-3)^2-36

B) f(x)=(x+3)^2-36
C) f(x)=(x-3)^2+36
D) f(x)=(x-6)^2-27
E) f(x)=(x+3)^2+36

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Completamos el trinomio cuadrado perfecto tomando el coeficiente lineal -6: (-6/2)^2 = 9. Sumamos y restamos 9: f(x) = (x^2 - 6x + 9) - 27 - 9 = (x - 3)^2 - 36.

Pregunta 18

Recta que pasa por (-1,9) y (2,3):

A) y=-2x+7
B) y=2x+7
C) y=-2x-7
D) y=3x+6
E) y=-3x+6

Respuesta Correcta: **Opción A**
Procedimiento y Explicación: Calculamos la pendiente m = (3 - 9) / (2 - (-1)) = -6 / 3 = -2. Usando la forma punto-pendiente con el punto (2, 3): y - 3 = -2(x - 2) => y - 3 = -2x + 4 => y = -2x + 4 + 3 => y = -2x + 7.

Pregunta 19

Intersección con el eje y de f(x)=x^2-6x-27:

A) (0, 6)
B) (0, -27)
C) (0, 27)
D) (-6, 0)
E) (0, -3)

Respuesta Correcta: **Opción B**
Procedimiento y Explicación: Evaluamos la función cuadrática cuando x = 0: f(0) = (0)^2 - 6(0) - 27 = -27. La intersección con el eje y es el punto (0, -27), que corresponde directamente al término independiente c.

Pregunta 20

Criterio para saber si una gráfica es función:

A) Línea horizontal
B) Línea inclinada
C) Línea vertical
D) Pendiente cero
E) Origen (0,0)

Respuesta Correcta: **Opción C**
Procedimiento y Explicación: El criterio gráfico fundamental para determinar si una relación en el

plano cartesiano representa una función es la prueba de la línea vertical. Si cualquier línea vertical cruza la gráfica en a lo más un punto, la relación es una función.