CAPITULO 3. ONDAS

Cuando se practica alguna perturbación en un medio en equilibrio, la energía invertida se propaga a través de todo el medio con cierta rapidez. La Fig. (3.1) muestra algunos casos de propagación de ondas en el agua, sonido en el aire, pulso en una cuerda, ondas electromagnéticas, etc.

Ondas en el agua   onda sonora   ondas en una cuerda   Ondas electromagnéticas

Fig. 3.1 Ondas propagándose en diferentes medios

El movimiento de las partículas del medio perturbado, están sujetas a las leyes de la dinámica (2da ley de newton) siendo las fuerza actuantes elásticas en su interacción con su alrededor. La ecuación de movimiento resultante tiene la forma en un sistema tridimensional:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad \text{------------------------------} \ (3.1)$$

En nuestro desarrollo solo vamos a considerar las ondas en una dimensión, resultando la ec (3.1)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad \text{--------------------------------------} \quad (3.2)$$

3.1 ONDAS ARMONICAS

De todos los tipos de ondas que se presentan en la naturaleza, vamos a estudiar las ondas armónicas, las cuales se generan por perturbaciones periódicas (m.a.s.). En la Fig. 3.2 se aprecia el generador donde nace la onda que luego se propaga por la cuerda..

Considerando que la perturbación que origina la onda es del tipo armónico, la solución en la parte temporal se representa por las funciones sen (wt) y cos (wt); obteniéndose a partir de la ec. (3.2), la ecuación unidimensional de una onda armónica.

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \left(\frac{w}{v}\right)^2 f = 0 \quad \text{--------------------------------------} \quad (3.3)$$

Considerando que la dirección del movimiento es en el eje X y para una onda transversal, la dirección de la perturbación es el eje Y, se obtiene la siguiente solución de la ec. (3.3):

$$y(x,t) = Acos(kx \pm wt + \varphi) \text{ ------------------------------------ } (3.4)$$

(+) Si la onda se propaga en la dirección –X
(-) Si la onda se propaga en la dirección +X
Numero de onda (k) = w/v;   rad/m

La Fig.3.2 nos muestra la forma armónica de la onda propagándose.

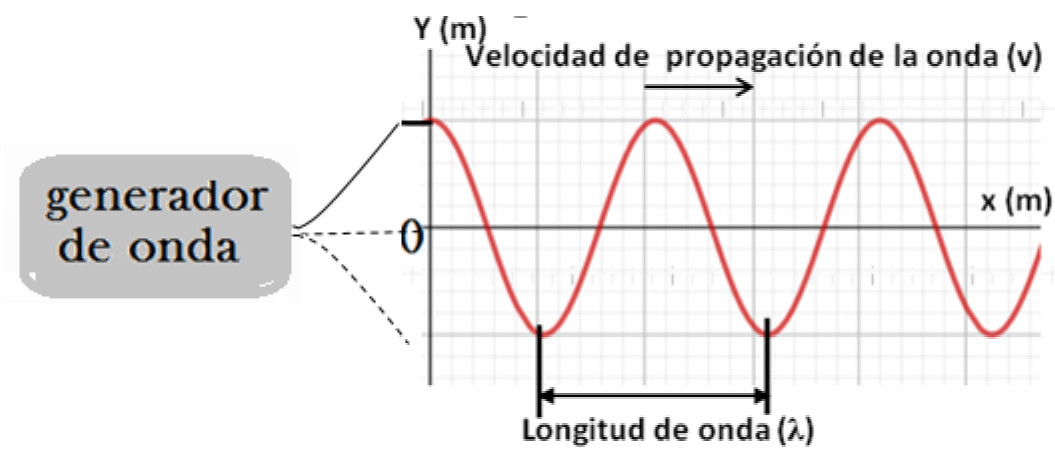


Fig. 3.2 Generador de ondas en una cuerda y onda propagándose. La onda adquiere la amplitud y la frecuencia en el generador

El generador es la fuente donde se origina la perturbación con cierta energía a través de una oscilación armónica; aquí es donde se determina la amplitud de la onda, la frecuencia de la onda que es la del generador y la fase.
Luego cuando la onda se propaga a través de cierto medio, lo hace con una velocidad que depende del medio y se obtiene la longitud de onda como la distancia que viaja la onda durante un periodo de tiempo.

3.1.1 PARAMETROS DE LAS ONDAS ARMONICAS

AMPLITUD (A)

Es el valor máximo de la perturbación producida en el medio. Las unidades dependerán del tipo de perturbación realizado; puede se desplazamiento, intensidad, presión, etc.

PERIODO (T)

Es el tiempo que dura una oscilación.

FRECUENCIA (f)

Es el número de oscilaciones de una perturbación periódica por unidad de tiempo.

f = 1/T. Unidades: [f] = Hertz (Hz)

VELOCIDAD DE PROPAGACION (V)

Es la velocidad o rapidez de la onda a través del medio. Depende del medio y del tipo de onda.

a) En una cuerda.

Siendo: F =Tensión en la cuerda, y μ = Densidad lineal de la cuerda (kg/m).

$$v = \sqrt{F/\mu} \quad \text{-------------------------------------} \ (3.5a)$$

b) Sonido en el aire: v = 340m/s

c) Onda sonora en una barra sólida

Siendo: Y = Módulo de Elasticidad (Young); N/m^2 y ρ = densidad del medio; kg/m^3

$$v = \sqrt{{}^{Y}/_{\rho}} \quad \text{---} \ (3.5b)$$

d) Onda electromagnética en el aire o vacío: v = $3{,}00 \times 10^8$ m/s

LONGITUD DE ONDA (λ)

Es la distancia que viaja la onda en un tiempo igual al periodo. λ= vT = v/f; [λ]=m

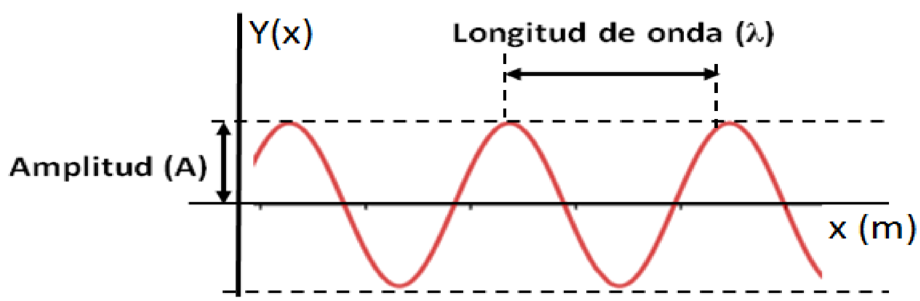


Fig. 3.3 Parámetros amplitud y longitud de onda en una onda transversal.

EJEMPLO 3.1

Cierta cuerda estirada posee una densidad lineal de masa 0,120kg/m y una tensión de 20,0N, Se propaga a través de la cuerda una onda de 200Hz y 5cm de amplitud, hallar:

a) la velocidad de propagación de la onda

b) la longitud de onda

3.1.2 ONDAS: TRANSVERSALES Y LONGITUDINALES

Las ondas transversales ocurren cuando la perturbación tiene una dirección perpendicular a la velocidad de propagación de la onda; por ejemplo la onda en una cuerda Fig.3.4.

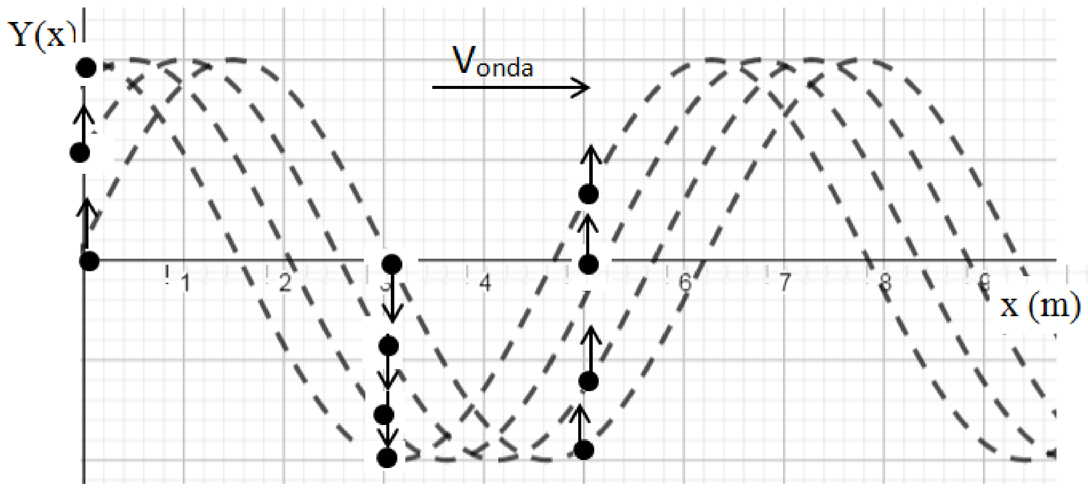


Fig. 3.4. Propagación de una onda armónica transversal mostrando la velocidad de la onda y las velocidades transversales.

Las ondas longitudinales ocurren cuando la perturbación origina desplazamientos en la misma dirección de la velocidad de la onda. Por ejemplo la propagación del sonido. Fig.3.5

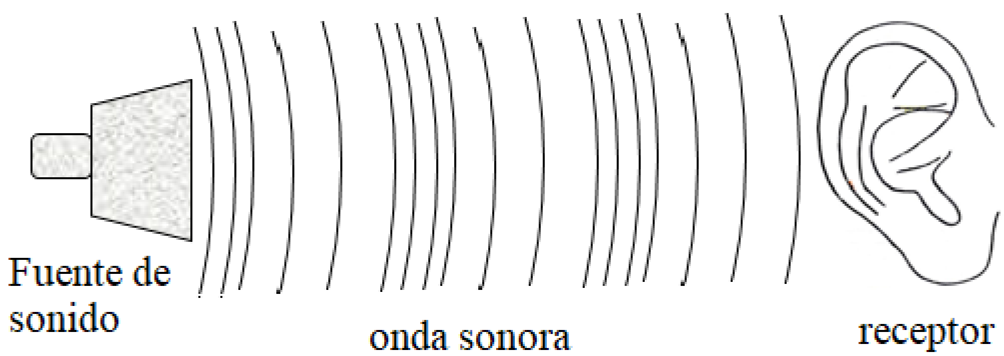


Fig. 3.5 Propagación de una onda armónica longitudinal

3.1.3 ECUACION DE LA ONDA ARMONICA

La onda armónica es una perturbación periódica (m.a.s.) practicada en algún medio.

Onda viajando en la dirección +X:

$$y(x, t) = A\cos(kx - wt + \varphi) \quad \text{--------------------------------------} \quad (3.6)$$

Onda viajando en la dirección -X:

$$y(x, t) = A\cos(kx + wt + \varphi) \quad \text{--} \quad (3.7)$$

- Número de onda (k) = $w/v = 2\pi/\lambda$, rad/m
- Frecuencia angular (w) = $2\pi f$, rad/s
- Velocidad de la onda: $v = w/k$
- Velocidad transversal: $v_t = dy/dt = wA\text{sen}(kx - wt + \varphi)$

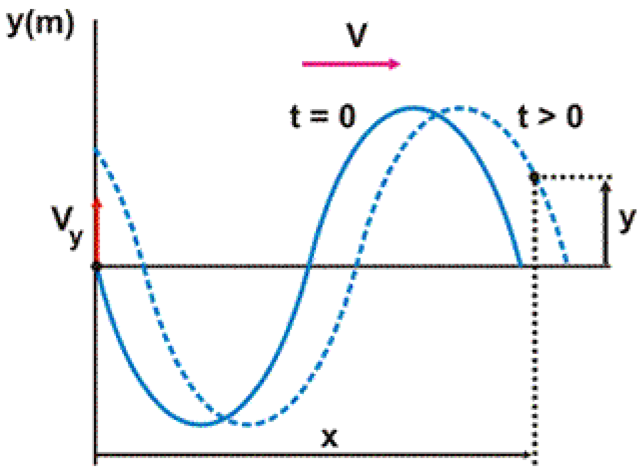


Fig. 3.6. Onda armónica transversal propagándose

EJEMPLO 3.2

La ecuación de una onda transversal viajando en una cuerda se representa por

$y = 4{,}50\cos(15{,}0x + 3{,}40t)$ en el S.I. Hallar:

a) la longitud de onda y periodo

b) velocidad de la onda y velocidad máxima transversal.

3.2 ENERGIA Y POTENCIA TRANSMITIDA

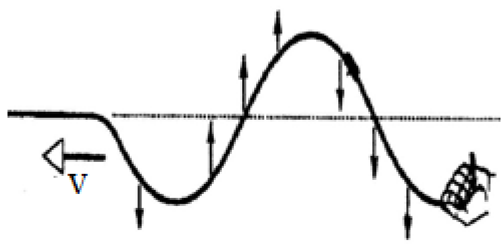
Una onda transporta energía a medida que se propaga y lo hace con cierta rapidez lo que llamamos potencia transportada.
De la ec. (2.5)

$$Energia\ transmitida/longitud = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{l}\right)v_{max}^2 = \frac{1}{2}\mu w^2 A^2 \quad \text{-------------} \quad (3.8a)$$

$$Energia\ transmitida\ onda = \frac{1}{2}\mu\lambda w^2 A^2 \quad \text{-----------------------------} \quad (3.8b)$$

$$Potencia\ media\ transmitida\ por\ la\ onda = EM/T = \frac{1}{2}\mu v w^2 A^2 \text{ -------------- } (3.9)$$

La Fig. 3.7 muestra el movimiento de las particulas de una cuerda transmitiendo la energia.



μ=densidad lineal de masa del material (kg/m).
v=velocidad de propagación de la onda.
f=frecuencia de la onda (1/s=hertz).
A=amplitud de la onda.

Fig. 3.7. Energía propagándose a través de una onda armónica

3.3 REFLEXION Y TRANSMISON DE ONDAS

Cuando la onda viajando por un medio, incide en otro medio diferente parte de la energía se transmite (Onda Transmitida) y parte de la energía se refleja (Onda Reflejada).

- Las ondas: incidente, transmitida y reflejada tienen la misma frecuencia por tener el misma origen.
- La onda incidente tiene igual velocidad que la onda reflejada por viajar en el mismo medio, pero diferente velocidad y longitud de onda que la onda transmitida.

$$Onda\ incidente: y_i = A_1 \cos(kx - wt) \text{ ------------------------------- } (3.10)$$
$$Onda\ transmitida: y_t = A_2 \cos(k^{/}x - wt) \text{ ------------------------- } (3.11)$$
$$Onda\ reflejada: y_r = A_3 \cos(kx + wt) \text{ -------------------------- } (3.12)$$

La Fig. 3.8, nos muestra a una onda transportando energía (onda incidente) que viaja por cierto medio, al incidir en otro medio parte de la energía se transmite (onda transmitida) y parte de la energía se refleja (onda reflejada).

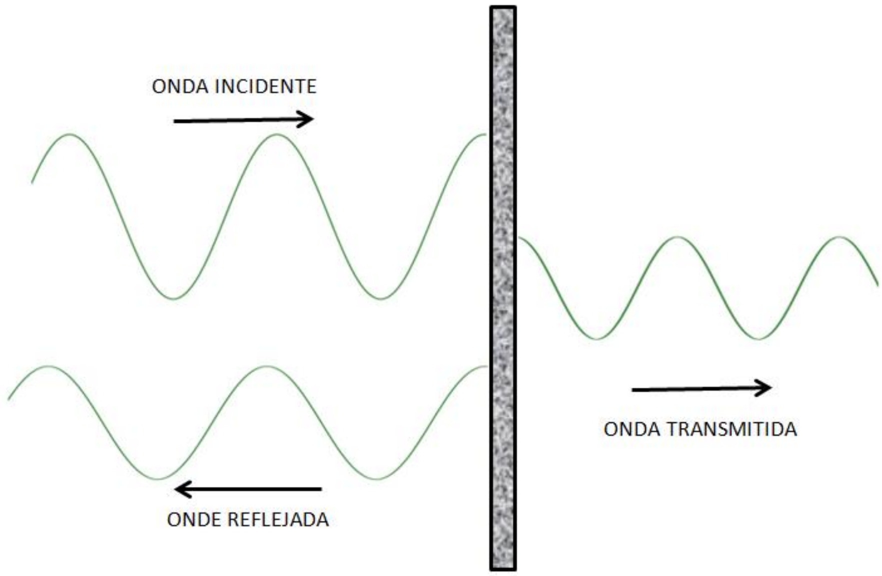


Fig. 3.8. Onda incidente, transmitida y reflejada.

3.4 SUPERPOSICION DE ONDAS

Se llama así, cuando dos o más ondas viajando en el mismo medio, se encuentran.

3.4.1 ONDAS PROPAGÁNDOSE EN IGUAL SENTIDO

Consideremos dos ondas armónicas y_1 e y_2 de igual frecuencia y amplitud pero desfasadas un ángulo φ, viajando por el mismo medio, en la misma dirección X.

- Onda "1": $y_1 = A\cos(kx-wt)$,
- Onda "2": $y_2 = A\cos(kx-wt+\varphi)$

Cuando se superponen, se obtiene el siguiente resultado:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(kx-wt+\varphi/2)\cos(\varphi/2) = [2A\cos(\varphi/2)]\cos(kx-wt+\varphi/2) \quad \text{-------} \ (3.13)$$

Esta expresión corresponde a una nueva onda armónica con amplitud 2Acos (φ/2) y depende del desfasaje inicial. Se observa que la amplitud de la onda resultante, puede tomar valores extremos de 0 y 2A, correspondiendo a interferencias destructivas y constructivas respectivamente. La Fig.3.9 nos muestra la superposición de dos ondas con la misma amplitud, igual frecuencia, viajando por el mismo medio es decir con la misma velocidad pero con diferentes fases. La interferencia constructiva se obtiene cuando las ondas están en fase y la interferencia destructiva se obtiene cuando las ondas están desfasadas π radianes.

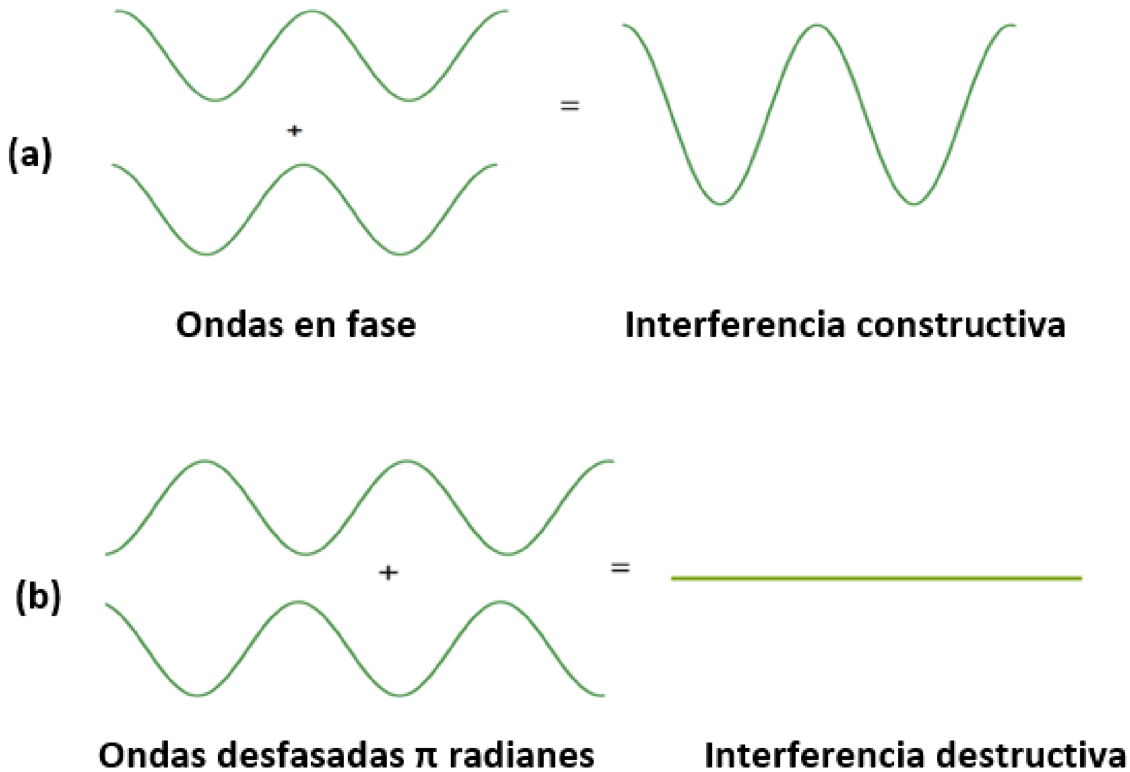


Fig. 3.9 Interferencia de ondas con igual amplitud, frecuencia y velocidad: (a) constructiva y (b) destructiva

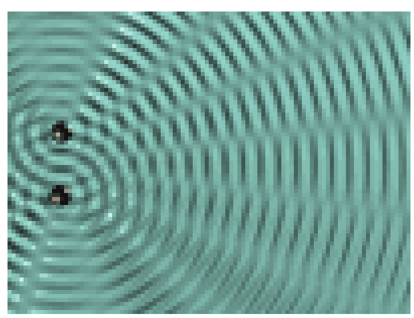


Fig. 3.10. Patrón de interferencia de ondas en el agua. Se aprecian los puntos de interferencia constructiva y destructiva.

EJEMPLO 3.3

Dos ondas de igual amplitud y desfasadas 60,0° se superponen, hallar la amplitud de la onda resultante.

3.4.2 ONDAS PROPAGÁNDOSE EN SENTIDOS OPUESTOS

En el caso de propagación de ondas de igual frecuencia y amplitud, pero en sentidos opuestos.

- Onda "1": $y_1 = A\cos(kx-wt)$,
- Onda "2": $y_2 = A\cos(kx+wt)$

La ecuación de la onda resultante es:

- $y_T = y_1 + y_2 = 2A \cos kx \cos wt = 2A \cos(2\pi x/\lambda) \cos wt$ --------------- (3.14)

Esta ecuación no es una onda viajera por no tener el factor ($kx\pm wt$); por consiguiente representa a una vibración de la cuerda con puntos fijos llamados nodos. A esta vibración se le llama onda estacionaria.

Los punto fijos (nodos) se encuentran en las posiciones donde Cos $(2\pi x/\lambda) = 0$; es decir: $x = x_n = \lambda/4, 3\lambda/4 \ldots (2n+1)\, \lambda/4)$, a estos puntos fijos de la cuerda se les llama nodos donde $y_T = 0$
Distancia entre dos nodos vecinos: $x_{n+1} - x_n = \lambda/2$

La Fig.3.11a nos muestra que al superponerse las ondas incidentes y reflejadas las cuales tienen igual frecuencia, amplitud y velocidades opuestas, nos da como resultado la formación de una onda estacionaria con amplitud 2A.

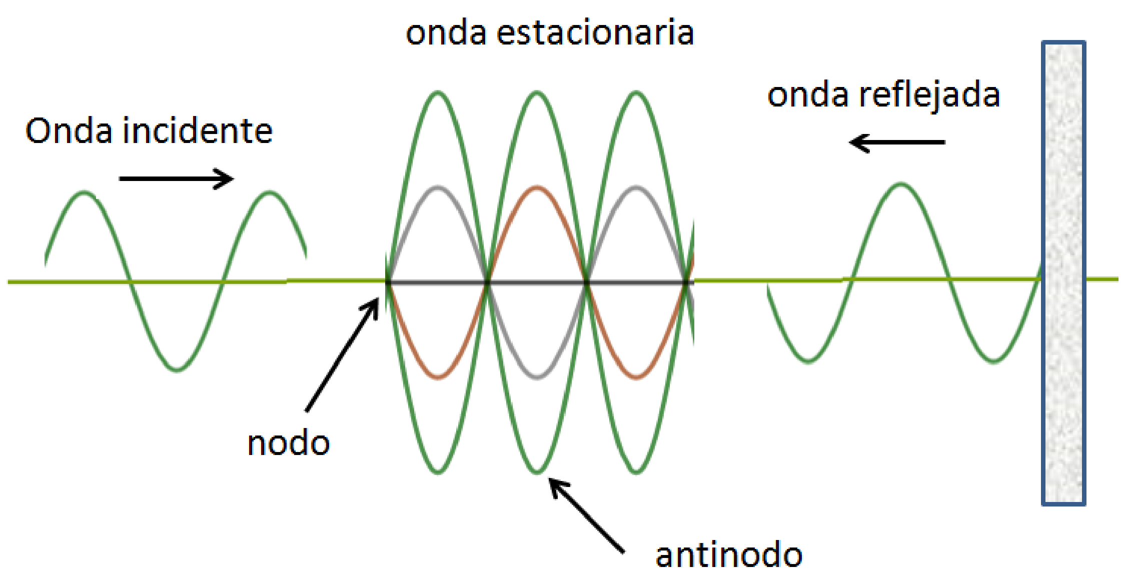


Fig. 3.11a. La superposición de las ondas incidentes y reflejadas, dan origen a la formación de la onda estacionaria.

La Fig.3.11 nos muestra las ondas estacionarias que se forman en una cuerda de cierta longitud fija en sus extremos. En esta situación las frecuencias de las ondas formadas tienen un valor mínimo llamado fundamental (f_0) y otras con frecuencia múltiplos de esta (f_n).
Para una cuerda de longitud = L
El modo n-esimo, tendrá:
Distancia entre nodos vecinos: $\frac{\lambda_n}{2} = \frac{L}{n}$

Velocidad de propagación de las ondas: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; F = Tensión de la cuerda; μ = densidad lineal de masa de la cuerda.

Frecuencia del modo n: $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

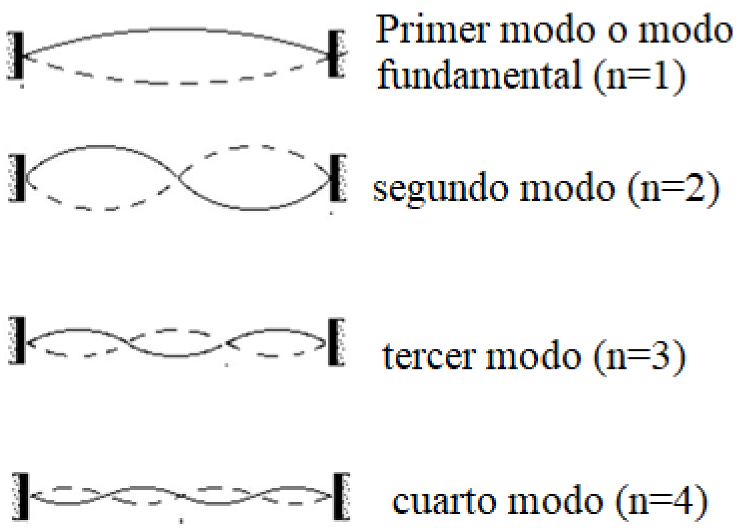


Fig. 3.11b. Modos de vibración (n) de ondas estacionarias en una cuerda de longitud L fija en sus extremos..
https://www.youtube.com/watch?v=kkKp6PZZyQg

EJEMPLO 3.4

La rapidez de la onda en una cuerda tensa de 1,50 m de longitud es de 60,0m/s. Hallar la frecuencia fundamental y la frecuencia del primer sobretono de la cuerda.

3.5 ONDAS SONORAS

Llamadas también Ondas Audibles, son ondas de presión, longitudinales cuyas frecuencias están dentro del intervalo de sensibilidad del oído humano (20Hz - 20kHz). La amplitud en la ecuación de estas ondas sonoras puede ser la presión o desplazamiento de las moléculas del medio. La Fig. 3.12 nos muestra que la perturbación tiene la misma dirección que la velocidad de las ondas.

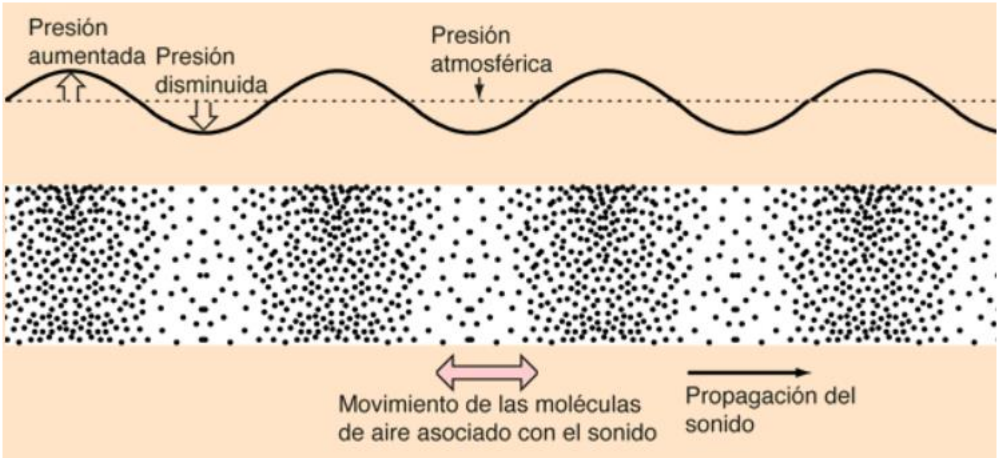


Fig. 3.12. Ondas sonoras propagándose en el aire

Infrasonido: ondas sonoras con frecuencias menores a 20 Hz
Ultrasonido: Ondas sonoras con frecuencias mayores a 20 kHz

Tabla 3.1. Rango de frecuencias audibles de algunos seres vivos

	Rango de frecuencias audibles
Ser humano	20 – 20 kHz
perros	20 – 65 kHz
murciélago	14 kHz – 100 kHz
delfín	20 kHz – 150 kHz

3.5.1 Velocidad de la Onda Sonora (Onda Longitudinal)

La velocidad de la onda sonora depende de la respuesta elástica del medio y de la inercia del medio.
Y = módulo de Young (N/m^2),
B = Módulo Volumétrico (N/m^2);
ρ = densidad del medio (kg/m^3)

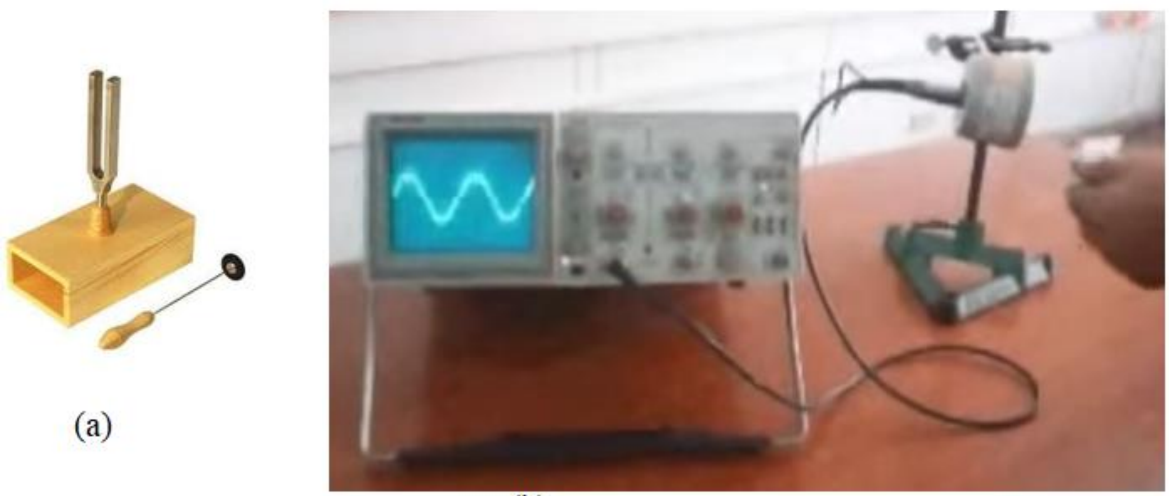
$$velocidad\ del\ sonido\ en\ una\ varilla\ solida: v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \text{ --------------- } (3.15)$$

$$velocidad\ del\ sonido\ en\ un\ fluido: v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \text{ --------------------------- } (3.16)$$

Tabla 3.2 Velocidad del sonido en diferentes medios

Medio	V(m/s)
Aire (20 ˚C)	343
Agua (25 ˚C)	1493
Aluminio	5100

Diapasón. Es un dispositivo metálico que al golpearlo emite sonido con una sola frecuencia y se utiliza para graduación de las notas en instrumentos musicales. El sonido emitido por el diapasón puede detectarse con un micrófono y ser reproducido en un osciloscopio. En la Fig. (3.13) se muestra a un diapasón y el sonido que emite reproducido en un osciloscopio.



(a) (b)

Fig. 3.13. (a) Diapasón; (b) Sonido emitido por el diapasón y reproducido en un osciloscopio.

3.5.2 Intensidad de las Ondas Sonoras (I)

Estando a cierta distancia de un parlante y escuchamos el sonido proveniente de este, notamos que se atenúa el sonido a medida que nos alejamos del parlante o que lo escuchamos más fuerte cuando nos acercamos a este.

Esto nos lleva a la definición de intensidad sonora (o del sonido). Es la potencia que transporta la onda por unidad de área perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

$$Intensidad\ sonora\ (I) = \frac{Potencia}{Area} = \frac{P}{4\pi r^2} \text{ ------------------------------------ } (3.17)$$

- Unidades [I] = [P]/[Área] = watts/m^2

La Fig.3.14 nos muestra una fuente sonora que emite sonido con potencia P; el cual es escuchado por dos personas a distancias diferentes (r_A y r_B) escuchando con intensidades diferentes.

$I_A = \frac{P}{4\pi r_A^2}$; $I_B = \frac{P}{4\pi r_B^2}$

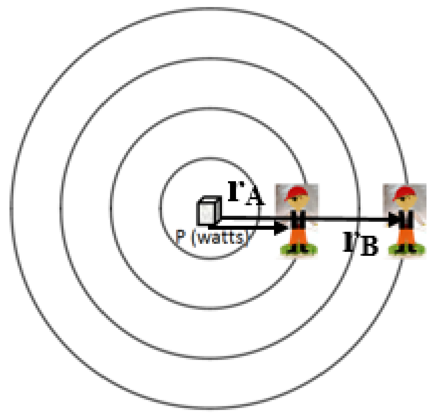


Fig. 3.14. Fuente de sonido de potencia P (watts), con Intensidad sonoras diferentes a diferentes distancias de la fuente.

3.5.3 Nivel Sonoro o Nivel de intensidad Sonora (β).

Es una cantidad escalar que cuantifica la intensidad del sonido percibida por el oído humano, respecto a la intensidad mínima que puede detectar el oído humano. Esta cantidad es independiente del rango de frecuencias audible por el ser humano.

$$\beta = 10Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ --- } (3.18)$$

[β] = decibeles (dB)

Io = Es la intensidad mínima que puede detectar el oído humano (Intensidad umbral).

$I_0 = 1{,}0\times10^{-12}$ W/m^2.

Cuando $I = I_0$, $\beta = 0$. Umbral auditivo. Intensidad sonora más baja que puede escuchar el oído humano

Tabla 3.3 Algunos valores característicos del nivel de intensidad sonoro.

Fuente de Sonido	Nivel sonoro β (dB)
Cerca de un avión a reacción	150
Sirena, concierto de rock (*)	120
Tráfico intenso	80
Conversación normal	50
Murmullo de las hojas	10
Umbral auditivo	0
(*)	Dolor auditivo

EJEMPLO 3.5

Una fuente sonora emite con potencia de 200W. Hallar:

a) La intensidad del sonido y el nivel de intensidad a una distancia de 2,00m de la fuente.

b) La distancia a la fuente donde se percibe el dolor auditivo.

https://www.youtube.com/watch?v=VAzmZAd2USg
https://www.youtube.com/watch?v=IFTA9AmXyuE

3.6 EFECTO DOPPLER

Es el fenómeno que se detecta en el cambio de la frecuencia de una onda percibida con respecto a la frecuencia de la onda emitida; este fenómeno ocurre cuando la fuente, el observador o ambos se encuentran en movimiento.

Primer Caso: Fuente en Reposo y Observador en movimiento.

La Fig.3.15 nos muestra una fuente de sonido en reposo emitiendo sonido con una frecuencia f_0, el cual es escuchado por dos observadores corriendo con cierta velocidad (v); uno de ellos acercándose a la fuente y el otro alejándose de la fuente. Ambos escucharan frecuencias diferentes entre ellos y diferentes a la frecuencia original.

Fig. 3.15. Fuente en reposo y observadores A y B acercándose y alejándose de la fuente de sonido.

Cuando la fuente sonora, estando en reposo, emite el sonido a una frecuencia f_0, este viaja por el aire a la velocidad (vs= 342 m/s) y tiene una longitud de onda (λ_0). Cuando un observador se desplaza hacia la fuente del sonido o alejándose de ella, el sonido llegara a la persona con diferente velocidad dependiendo si se aleja o se acerca de la fuente; por tanto al cambiar la velocidad del sonido para el observador también cambiara la frecuencia de percepción; mientras la longitud de onda emitida por la fuente se mantiene inalterable en el espacio (λ_0).

<u>Observador A, acercándose a la fuente sonora en reposo</u>

Fuente de sonido en reposo:
- ▪Frecuencia = f_0,
- ▪Velocidad de la onda = vs
- ▪Longitud de onda: $\lambda_0 = vs/f_0$

La onda percibida por el observador, acercándose a la fuente con velocidad V:
- Velocidad de la onda: vs'= vs + V
- Longitud de onda percibida: $\lambda = \lambda_0$
- Frecuencia percibida: f = vs' /λ = (vs + V)/λ_0 = (vs+V)f_0/vs

$f = f_0\left(\frac{v_s+V}{v_s}\right)$ -- (3.19)

<u>Observador B, alejándose de la fuente sonora en reposo</u>

Fuente de sonido en reposo:
- ▪Frecuencia = f_0,
- ▪Velocidad de la onda = vs
- ▪Longitud de onda: $\lambda_0 = vs/f_0$

La onda percibida por el observador, acercándose a la fuente con velocidad V:
- Velocidad de la onda: vs'= vs - V
- Longitud de onda percibida: $\lambda = \lambda_0$
- Frecuencia percibida: f = vs' /λ = (vs - V)/λ_0 = (vs-V)f_0/vs

$$f = f_0\left(\frac{v_s - V}{v_s}\right) \text{ ---} (3.20)$$

Segundo Caso. Observador en reposo y fuente en movimiento

La Fig.3.16 nos muestra una fuente de sonido en movimiento con cierta velocidad (V), emitiendo sonido con una frecuencia f_0, el cual es escuchado por dos observadores en reposo; uno de ellos aprecia a la fuente acercándosele y el otro aprecia a la fuente alejándosele. Ambos escucharan frecuencias diferentes entre ellos y diferentes a la frecuencia original.

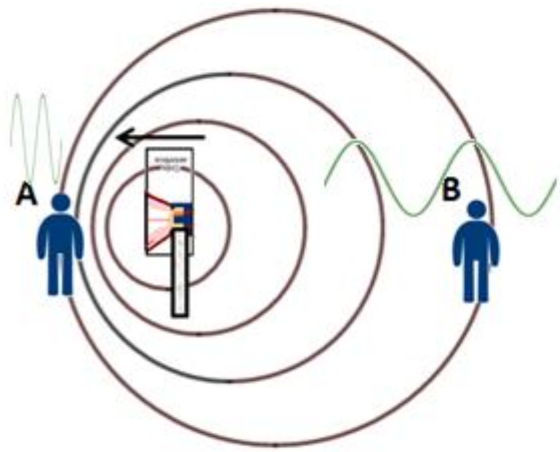


Fig. 3.16. Observador en reposos (A y B). Fuente acercándose a "A" y alejándose de "B".

.

La persona A percibe un sonido con menor longitud de onda; la persona B percibe un sonido con mayor longitud de onda.

La fuente emite sonido con una frecuencia f_0, el cual viaja a la velocidad del sonido (v_s) por el aire.

<u>Fuente sonora acercándose al observador A en reposo</u>

Siendo:

T_0 = el periodo de la onda emitida;

f_0 = frecuencia de la onda emitida

$f_A = vs/\lambda_A$; frecuencia de la onda percibida por A

v_s = la velocidad del sonido percibida por A = 340 m/s

V = la velocidad de la fuente emisora.

Longitud de onda percibida por A delante de la fuente:

$$\lambda_A = \lambda_0 - VT_0 = \frac{v_s}{f_0} - \frac{V}{f_0}$$

Resulta:

$$f_A = f_0\left(\frac{v_s}{v_s - V}\right) \text{ -- (3.21)}$$

<u>Fuente sonora alejándose del observador B en reposo</u>

Siendo:

T_0 = el periodo de la onda emitida;

f_0 = frecuencia de la onda emitida

$f_A = vs/\lambda_A$; frecuencia de la onda percibida por A

v_s = la velocidad del sonido percibida por A = 340 m/s

V = la velocidad de la fuente emisora.

Longitud de onda percibida por B detrás de la fuente:

$$\lambda_B = \lambda_0 + VT_0 = \frac{v_s}{f_0} + \frac{V}{f_0}$$

Resulta:

$$f_A = f_0\left(\frac{v_s}{v_s + V}\right) \text{ -- (3.22)}$$

EJEMPLO 3.6

Una ambulancia con rapidez de 80,0 km/h, se dirige hacia una estación emitiendo un sonido de 300Hz. ¿Qué frecuencia escucha el conductor de la onda reflejada en la estación?

EJERCICIOS DE APLICACION

EJERCICIO 3.1.

Una onda viajera senoidal está representada por la ecuación y(x, t) = 0,150 cos (2,62 x – 7,50t) en el S.I. Se pide:

a) La amplitud, período, longitud de onda y velocidad de propagación
b) La velocidad y aceleración para una particular en x = 0 y t = 0,400s
c) Un dibujo de la onda en el plano (x,y) en el instante t = 0,500 s

Solución

a) Amplitud: A = 0,150 m; Periodo: T = 2π/7,50 = 0,838 s; longitud de onda: λ = 2π/2,62 = 2,40 m;
   Velocidad de propagación: v = 2,40 / 0,838 = 2,86 m/s
b) velocidad: V = dy/dt = -0,159 m/s; aceleración: a = dv/dt = 8, 35 m/s^2
c) onda en el plano (x,y) en el instante t = 0,500 s

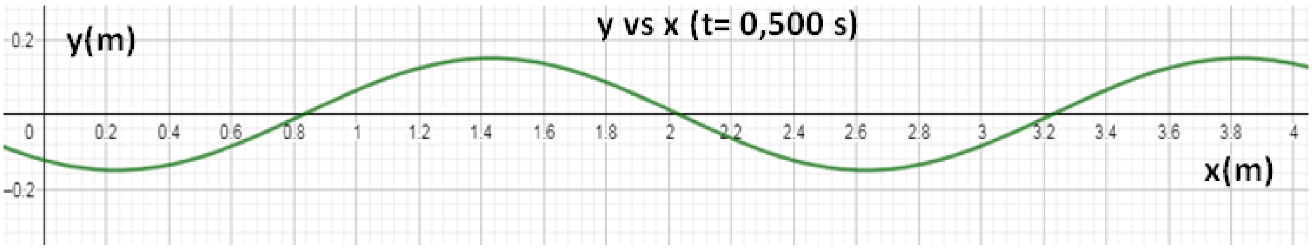


Fig.3.17. Onda armónica en el instante t=0,500s. Ejercicio 3.1

EJERCICIO 3.2.

En una cuerda larga y tensa, que tiene una densidad lineal de masa $\mu = 2{,}50$ g/m y una tensión de 6,20 N, viajan ondas transversales en la dirección del eje x positivo con una frecuencia de 40,0Hz. En el instante t = 0 se muestra en la figura el gráfico de y vs x. Determinar:

a) La velocidad de propagación de la onda.
b) Los valores de λ, x_1, x_2 y x_3.
c) La ecuación de la onda y(x, t) utilizando la función coseno.

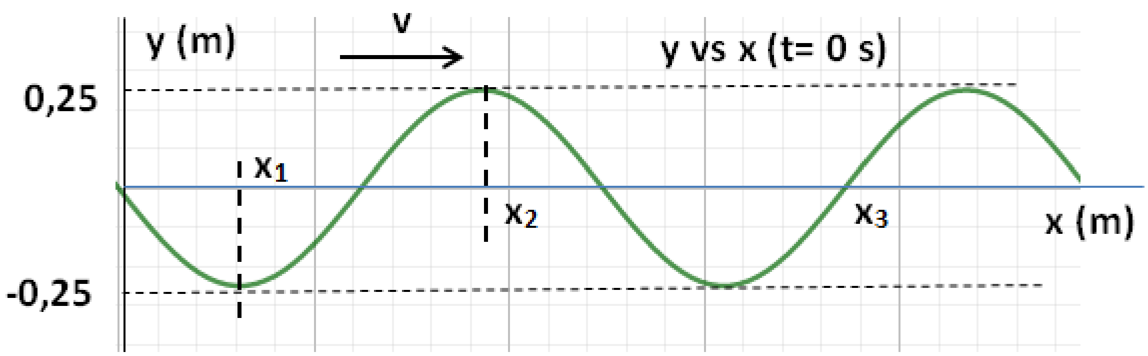


Fig.3.18. Onda armónica en el instante t=0,500s. Ejercicio 3.2

Solución

a) velocidad de propagación: $V = \sqrt{\frac{6{,}20}{2{,}50X10^{-3}}} = 49{,}8\ m/s$
b) Longitud de onda: $\lambda = 49{,}8/40{,}0 = 1{,}24$ m; posiciones: $x_1 = \lambda/4 = 0{,}310$ m; $x_2 = 3\lambda/4 = 0{,}930$ m; $x_3 = 3\lambda/2 = 1{,}86$ m
c) $k = 2\pi/1{,}24 = 5{,}07$ rad/m; $w = 2\pi\ (40{,}0) = 251$ rad/s;
   $y(x,\ t) = 0{,}250\ \cos\ (5{,}07x - 251t + \varphi)$; siendo en t =0, x=0, y=0; dy/dx <0; $\phi = \pi/2$; resultando:

Ecuación de onda: y(x, t) = 0,250 cos (5,07x -251t +1,57) m

EJERCICIO 3.3.

Una cuerda tensa se ubica en el eje X, se agita transversalmente en el extremo x=0, con un m.a.s. dada por la ecuación y=0,120cos (8,50t) m y se forma una onda que viaja en la dirección –X. Si la tensión de la cuerda es 2,50 N y su densidad lineal es de 12,0 g/m. Se pide:

a) halle la frecuencia, velocidad de propagación y la longitud de onda.
b) escriba la ecuación de la onda y(x, t).
c) Un dibujo de la onda en el plano XY en el instante t = 1,20 s

Solución

a) frecuencia: f =8,50/2π = 1,34 Hz; velocidad de propagación: v = (2,50/0,0120)1/2 = 14,4 m/s;
   Longitud de onda: λ = 14,4/1,34 = 10,8 m
b) y(x, t) = 0,120 cos (kx + 8,50t +φ); k = 2π/10,8 = 0,582 rad/s; x =0; t=0; y =0,120; luego; φ = 0. Luego; ecuación de la onda: y(x,t) = 0,120cos(0,582x + 8,50t) m
c)

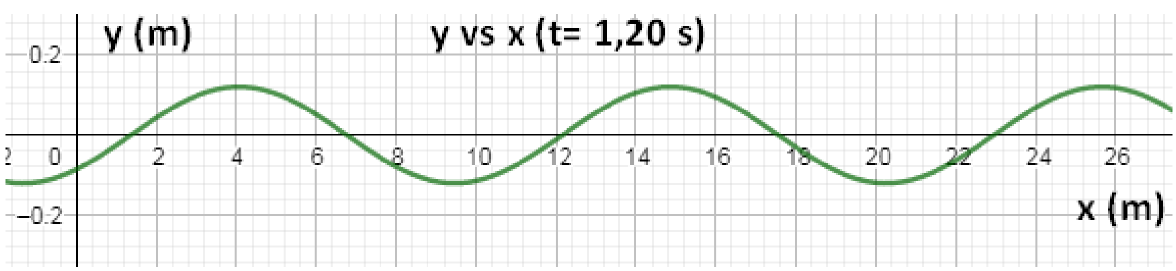


Fig.3.19. Onda armónica en el instante t=1,20s. Ejercicio 3.3

EJERCICIO 3.4.

En una cuerda elástica se propaga una onda transversal armónica en la dirección +X. Si se conocen las elongaciones en el instante t =0 (Fig. a) y la elongación en el origen x = 0, en función del tiempo. (Fig. b). Se pide:

a) La amplitud, frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.
b) Escribir la ecuación de la onda y(x, t) utilizando la función coseno.
c) La velocidad transversal en el punto x = 0 cm en el instante t = 0,120 s

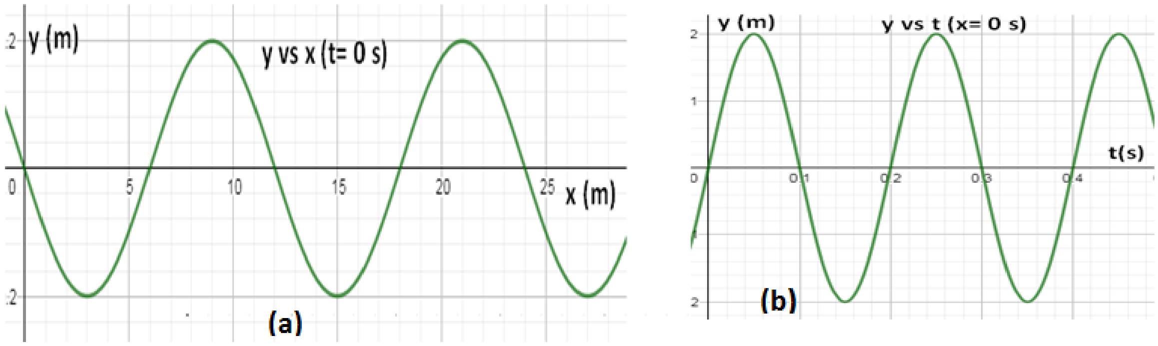


Fig.3.20. (a) Onda armónica en el instante t=0s y oscilación en el extremo x=0. Ejercicio 3.4

Solución

a) Amplitud: A = 0,200 mm; frecuencia: f = 1/ 0,200 = 5,00 Hz; longitud de onda: λ = 0,120 m; Velocidad de propagación: v = 0,120x5,00 = 0,600 m/s
k = 2π/0,120 = 52, 5 rad/m; w = 2πx5, 00 = 31, 4 rad/s;
b) y(x,t) = 0,200x10-3 cos(52,5x – 31,4t+φ); siendo en t =0, x =0; y =0; v_t>0; reemplazando: 0 = 0,200x10-3 cosφ; φ =$\pm\pi$/2; v_t = 0,200x10-3x31,4senφ>0; φ = π/2 = 1,57 rad;
Ecuación de onda: y(x,t) = 0,200x10-3 cos(52,5x – 31,4t+1,57) m
c) velocidad transversal: v_t = dy/dt = 0,200x10-3x31,4sen(0 – 3,77+1,57) = -5,08x10^{-3} m/s

EJERCICIO 3.5.

Una onda transversal armónica se propaga hacia la derecha a lo largo de una cuerda horizontal con una amplitud de 8,50 cm y una longitud de onda de 38,0 cm. La tensión de la cuerda es de 4,20 N y su densidad lineal 15,0 g/m. Si para t= 0, en x= 0, y= 8,00 cm y la partícula tiene $v_{transversal}$ negativa; se pide:

a) halle la velocidad de propagación, frecuencia y número de onda.
b) La ecuación de la onda viajera utilizando la función coseno
c) Un dibujo de la onda en el plano (x, y) en el instante t = 1,50 s

Solución

a) Velocidad de propagación: V = $(4{,}20/0{,}0150)^{1/2}$ = 16,7 m/s; frecuencia: f = 16,7 / 0,380 = 44,0 Hz; número de onda: k = 2π/0,380 = 16,5 rad/m
b) y(x,t) = 0,0850cos(16,5x – 276t +φ); t=0, x=0, y = 0,0800 cm; reemplazando: 0,0800 = 0,0850 cos(φ); φ = ±0,345 rad; Vt = dy/dt = 0,0850*276senφ<0; Ø = -0,345 rad.
Ecuación de la onda: y(x,t) = 0,0850cos(16,5x -276t -0,345) m
c) dibujo de la onda en el plano (x,y) en el instante t = 1,50 s

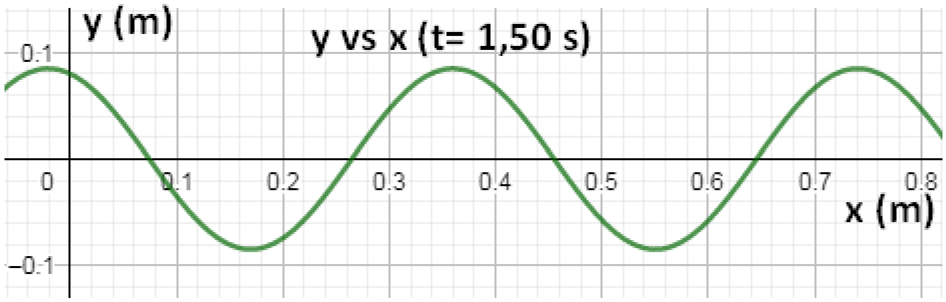


Fig.3.21. Onda armónica en el instante t=1,00s. Ejercicio 3.5

EJERCICIO 3.6

La figura muestra la forma de una onda que viaja en sentido negativo del eje X, en una cuerda tensa en el instante t = 0,250 s. La densidad lineal de la cuerda es de 0,250 g/m la frecuencia es de 4,20 Hz, y la velocidad de propagación es 30,0 m/s.

a) Determine la amplitud de la onda, la longitud de onda y la frecuencia angular.
b) Escriba la ecuación y(x, t) utilizando la función coseno.
c) Calcule la velocidad de oscilación de la partícula situada en x = 7,76 m en el instante t = 0,250s. Indique su dirección.

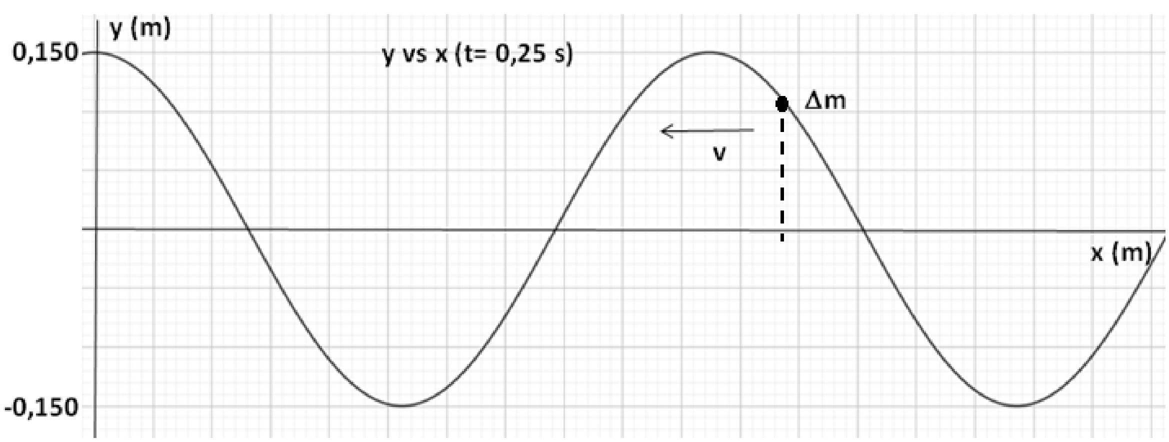


Fig.3.22. Onda armónica en el instante t=0,250s. Ejercicio 3.6

Solución

a) Amplitud: A = 0,150 m; longitud de onda: λ = 30,0/4,20 = 7,14 m;
   Frecuencia angular: w = 2πx4, 20 = 26,4 rad/s
b) K = 2π/7,14 = 0,880 rad/m; y(x, t) = 0,150 cos (0,880x +26,4t+φ) En t=0,250s, x =0, y = 0,150 m; reemplazando: 0,150 = 0,150cos (26,4x0, 250 +φ); φ = -6,60 rad.
   Ecuación de la onda: y(x, t) = 0,150 cos (0,88x +26,4t-6,60) m
c) Vy = dy/dt =-0,150x26, 4xsen (0,88x0, 620+26,4x0, 250-6,60) = -2,05 m/s. Dirección –Y

EJERCICIO 3.7

Unos trenes de ondas en una cuerda tienen una amplitud de 2,50 cm, las ondas viajan en dirección positiva de las X, con una rapidez de 3,50 m/s y se observa que hay 5 ondas completas en 3,40 m de la cuerda. Encuentre:

a) La longitud de onda y la frecuencia lineal de la onda
b) La ecuación que describe esta onda utilizando la función coseno, considerando que en el instante inicial (t=0), se encuentra en el origen de coordenadas (0,0) m con velocidad transversal negativa.
c) Dibuje en un mismo sistema coordenado XY, la forma de la onda en los instantes inicial (t =0) y t = 0,120 s.

Solución.

a) 5λ = 3,40m; longitud de onda: λ = 0,680 m; frecuencia: f = v/λ = 3,50/0,680 = 5,15 Hz
b) y(x, t) = A cos (kx – wt); A = 0,0250 m; k = 2π/λ = 9,24 rad/m; w = 2πf = 32,3 rad/s y(x, t) = 0,0250 cos (10,0x – 32,3t+φ); 0 = 0,0250 cos (0 -0 + φ); cosφ = 0; φ =±π/2.

En t=0; x=0, v_t = dy/dt = 0, 0250x32, 3 sen (φ) <0; Ø=-π/2 = -1, 57 rad;

Ecuación de la onda: y(x, t) = 0,0250 cos (9,24x -32,3t -1,57) m

c) Gráfica y vs x

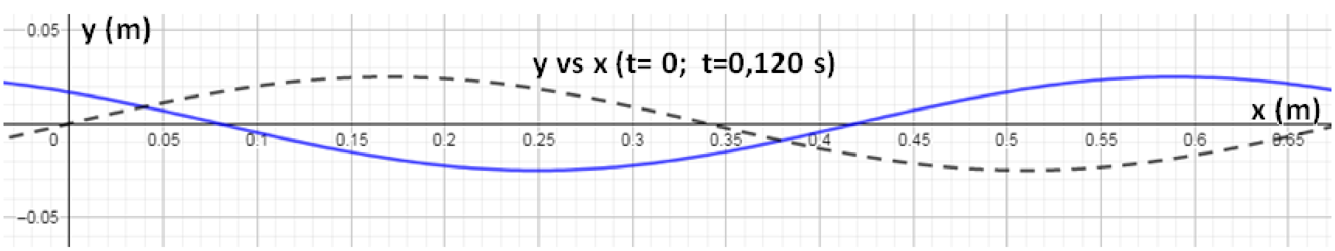


Fig.3.23. Onda armónica en los instante t=0 y t=0,120 s. Ejercicio 3.7

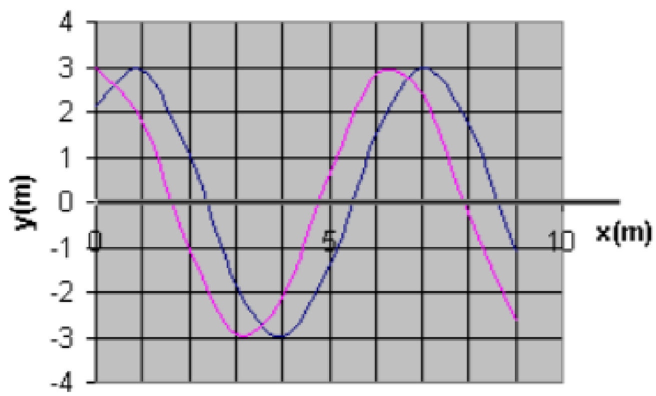
EJERCICIO 3.8

La figura muestra una onda armónica viajando en la dirección +X, en los instantes sucesivos: t = 0 y t = 0,250 s. Hallar aproximadamente:

a) La velocidad de propagación de la onda
b) La frecuencia y la fase de la onda utilizando la función coseno.

c) Escriba la ecuación de la onda y determine la elongación (y) en x = 4,20 m y t = 0,250 s

Fig.3.24. Onda armónica en los instante t=0 y t=0,250 s. Ejercicio 3.8



Solución

a) $V = \Delta x/\Delta t = 1{,}00 / 0{,}250 = 4{,}00$ m/s
b) $\lambda = 6{,}00$ m; $f = v/\lambda = 4{,}000/6{,}00 = 0{,}667$ Hz $A = 3{,}00$ m, $k = 2\pi/\lambda = 1{,}05$ rad/m; $w = 2\pi f = 4{,}19$ rad/s $y(x,t) = A\cos(kx - wt+\varphi) = 3{,}00\cos(1{,}05x - 4{,}19t + \varphi)$ m De la figura, t =0, x = 0, y= A=3,00 m; $3{,}00 = 3{,}00\cos(\varphi)$; $\varphi = 0$
c) $y = 3{,}00\cos(1{,}05x - 4{,}19t)$ m t = 0,250 s y x = 4,20 m; y = -2,93 m.

EJERCICIO 3.9

Un parlante de potencia sonora 2,40 W, en un edificio, emite sonido a la frecuencia 450 Hz hacia todas las direcciones del espacio. Un motociclista se acerca al parlante a razón de 40,0 km/h. Se pide:

a) A 25,0 m del parlante, halle la intensidad (W/m^2) y el nivel de intensidad (dB)
b) A que distancia el motociclista percibirá un nivel de intensidad de 70,0 dB
c) La longitud de onda y frecuencia percibe el motociclista cuando se acerca al parlante y cuando se aleja luego de sobrepasarlo.

Solución

a) $I = P/4\pi r^2 = 2{,}40/(4\pi x 25{,}0^2) = 3{,}06x10^{-4}$ W $\beta = 10{,}0Log(I/10\text{-}12) = 10{,}0Log(3{,}06x10^{-4}/10^{-12}) = 84{,}9$ dB
b) 70, 0 = 10, 0 Log (I/10-12); I = 10-5 = 2, $40/4\pi r^2$; r = 138 m
c) $\lambda_0 = vs/f_0 = 340 / 450 = 0{,}756$ m;
Acerca: $\lambda = \lambda_0 = 0{,}756$ m; $f = (V+vs)/\lambda 0 = (40/3, 60 + 340)/0{,}756 = 464$ Hz;
Aleja: $\lambda = \lambda_0 = 0{,}756$ m; $f = (vs - V)/\lambda 0 = (340 - 40/3, 60)/0{,}756 = 435$ Hz

EJERCICIO 3.10

Un autobús viaja a la velocidad de 25,0m/s, y su claxon emite un sonido con una potencia de 1,50 mW y frecuencia de 350 Hz. Si un ciclista inicialmente se encuentra a una distancia de 80,0 m detrás del autobús y corre en el mismo sentido a una velocidad de 12,0 m/s. (V_{SONIDO} = 340m/s). Se pide:

a) La intensidad y el nivel de intensidad del sonido que percibe el ciclista inicialmente.
b) Después de que tiempo el ciclista escucha con 30 db
c) Si el ciclista se detiene, ¿Qué longitud de onda y frecuencia percibirá?

Solución

a) $I = 1{,}50x10^{-3} /4\pi (80{,}0)^2 = 1{,}87x10^{-8}$ W/m^2; $\beta = 10Log (1{,}87x10^{-8} /10^{-12}) = 42{,}7$ db
b) $30 = 10Log (I/10^{-12})$; $I = 10\text{-}9W/m^2 = 1, 50x10^{-3} /4\pi r^2$; r = 345m; t = 345/ (25, 0-12, 0) = 26, 6 s
c) $\lambda_0 = 340/350 = 0{,}971$ m; $\lambda = 0{,}971 + 25, 0/350 = 1, 04$ m; f = 340/1,04 = 326 Hz

EJERCICIO 3.11

Un tren con cierta velocidad se acerca a una persona que percibe el sonido de la sirena con una frecuencia de 360Hz y cuando se aleja el tren, lo percibe con una frecuencia de 325 Hz. El sonido es emitido por un parlante de 1,20 mW de potencia. (V_{SONIDO} = 340m/s). Se pide:

a) La intensidad y el nivel de intensidad cuando el tren se encuentra a 50,0 m alejándose de la persona.
b) La longitud de onda que percibe la persona, cuando el tren se le acerca y cuando se le aleja.
c) La frecuencia del sonido de la sirena y la velocidad del tren

Solución

a) $I = 1{,}20x10^{-3} /4\pi (50{,}0)^2 = 3{,}82x10\text{-}8$ W/m^2; $\beta = 10Log (3{,}82x10^{-8} /10^{-12}) = 45{,}8$db
b) Acerca: $\lambda_1 = 340/360 = 0{,}944$m; aleja: $\lambda_2 = 340/325 = 1{,}05$ m
c) $\lambda_1 = 0{,}944 = \lambda_0 - V/f_0$; $\lambda_2 = 1{,}05 = \lambda_0 + V/f_0$; resolviendo: f_0 = 341 Hz y V = 18,0 m/s.

EJERCICIO 3.12

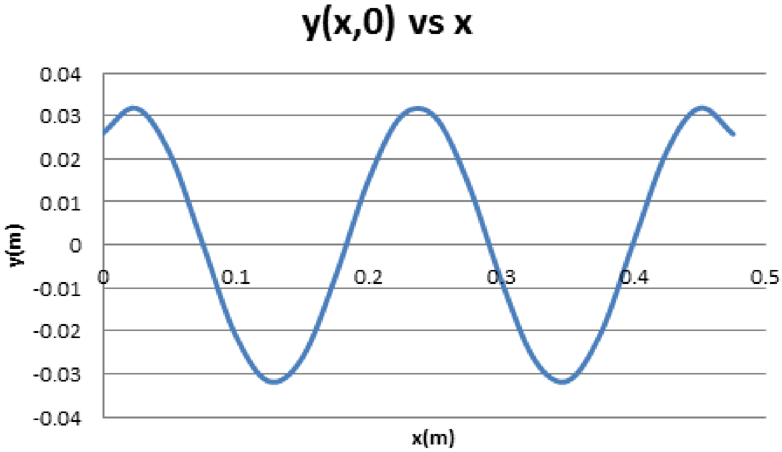
Una persona en reposo percibe que la frecuencia del sonido emitido por el parlante de un tren es 350 Hz cuando se le acerca y de 315 Hz cuando se aleja. (V_{sonido} = 340m/s). La potencia del parlante es 150mW. Se pide:

a) La intensidad y el nivel de intensidad del sonido percibido cuando el tren se encuentra inicialmente a 60,0 m de la persona.
b) A que distancia del tren la persona percibirá 62,0 db. Indique si el tren se acerca o se aleja de la persona.
c) La longitud de onda que percibe la persona, cuando el tren se le acerca y cuando se le aleja.

Solución

a) $I = 150x10\text{-}3 /4\pi x60, 0^2 = 3{,}32x10\text{-}6W/m^2$; $\beta = 10Log (3{,}32x10\text{-}6 /10^{-12}) = 65{,}2$db
b) $62{,}0 = 10Log (I/10^{-12})$; $I = 1{,}58x10^{-6}$ W/m^2 = $150x10\text{-}3 /4\pi r^2$; r = 86,9 m; r>60,0 m; se aleja.

c) Acerca: λ_1 = 340/350 = 0,971 m; aleja: λ_2 = 340/315 = 1,08 m

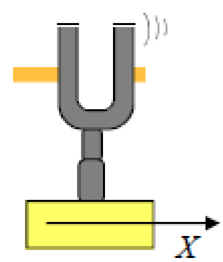


EJERCICIO 3.13

ONDA SONORA

Un diapasón vibra con una frecuencia de 275.2 Hz. Una persona que oye la nota emitida por el mismo percibe un nivel sonoro de 64,0 dB. (v_{sonido} = 343 m/s). Calcular:

a) la longitud de onda y la intensidad de la onda escuchada por la persona.
b) Si el diapasón se aleja de la persona a razón de 50,0 m/s, determine la longitud de onda y frecuencia que percibe.



Solución

a) $\lambda_0 = v/f_0$ = 343/275,2 = 1,25 m

$\beta = 10\text{Log}(I/I_0)$; $6{,}4 = \text{Log}(10^{12}I)$; $I = 2{,}51\text{x}10^{-6}\ \text{W/m}^2$

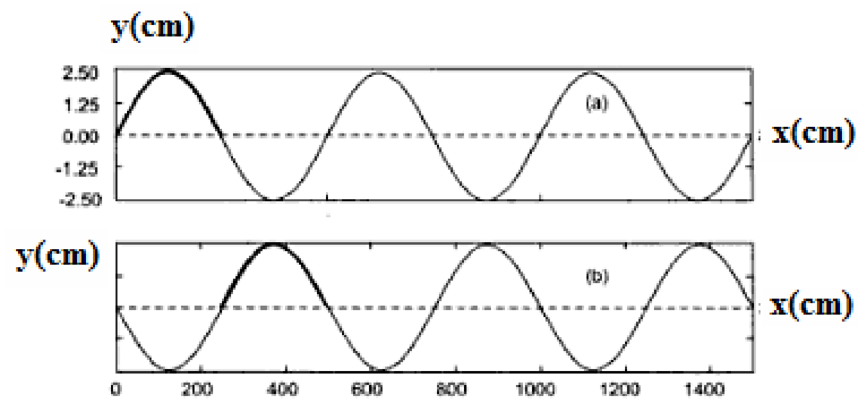
b) $\lambda = \lambda_0 + V/f_0$ = 1,25 + 50,0/275,2 = 1,43 m

$f = v/\lambda$ = 343/1,43 = 240 Hz

EJERCICIO 3.14

Cierta onda transversal se propaga por una cuerda en la dirección +X y se muestra la posición de la onda en dos instantes sucesivos: t = 0 y t = 2,50 s. Siendo la tensión de la cuerda de 1,50 N, se pide:

a) La amplitud, longitud de onda, velocidad de propagación y frecuencia
b) Escribir la ecuación de la onda y(x,t)en términos de la función coseno.
c) La velocidad máxima transversal y aceleración máxima de un punto en la cuerda
d) La densidad lineal de masa de la cuerda



Solución

a) A= 2,50 cm; λ= 500 cm; $v = \frac{x}{t} = \frac{2,50}{2,50} = 1,00\ m/s$; $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,00}{5,00} = 0,200\ Hz$

$w = 2\pi f = 1,26 \frac{rad}{s}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1,26 rad/m$

b) y(x,t) = 2,50 sen(1,26x- 1,26t) = 2,50 cos(1,26x – 1,26t -1,57) cm

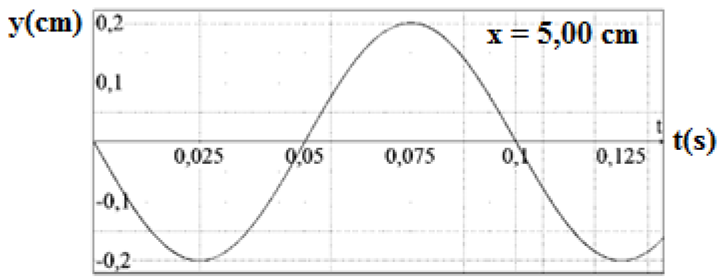
c) $v_{max} = wA = 0,0315 \frac{m}{s}\ \ a_{max} = w^2 A = 0,0397 m/s^2$

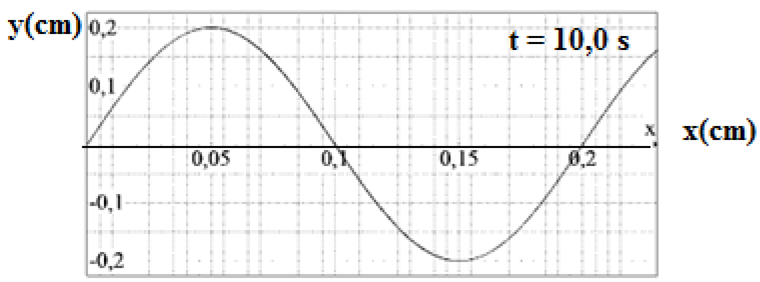
d) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}; \quad \mu = \frac{F}{v^2} = \frac{1,50}{1,00^2} = 1,50 kg/m$

EJERCICIO 3.15

Por cierta cuerda tensa a lo largo del eje X, se propaga una omda transversal. Las figuras muestran el desplazamiento vs tiempo de un punto de la cuerda en la posicion x = 5,00 cm y la forma de la onda en el instante t = 10 s. Siendo la tension de la cuerda de 0,350 N, se pide:

a) La amplitud, longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación
b) Escribir la ecuación de la onda y(x,t) en términos de la función coseno.
c) La velocidad máxima transversal y aceleración máxima de un punto en la cuerda
d) La densidad lineal de masa de la cuerda





Solucion

a) A = 0,200 cm; λ = 0,200 cm; $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,100} = 10,0\ Hz$; $v = \lambda F = 2,0 cm/s$

b) $K = \frac{2\pi}{\lambda} = 31,4 rad/m$; $w = 2\pi f = 62,8 rad/s$

y(x,t) = 0,200cos(31,4x-62,8t+φ)

x = 0, t = 10,0 s; y = 0,200 cos (-628+φ) = 0; φ = π/2; -π/2

x=0, t=10,0 s; $\frac{dy}{dx} = -0,200x31,4sen(-628 + \phi) > 0$; $\phi = -\pi/2$

y(x,t) = 0,200cos(31,4x-62,8t-1,57) cm

c) $v_{max} = wA = 12,6 \frac{cm}{s}$ $a_{max} = w^2 A = 789 cm/s^2$

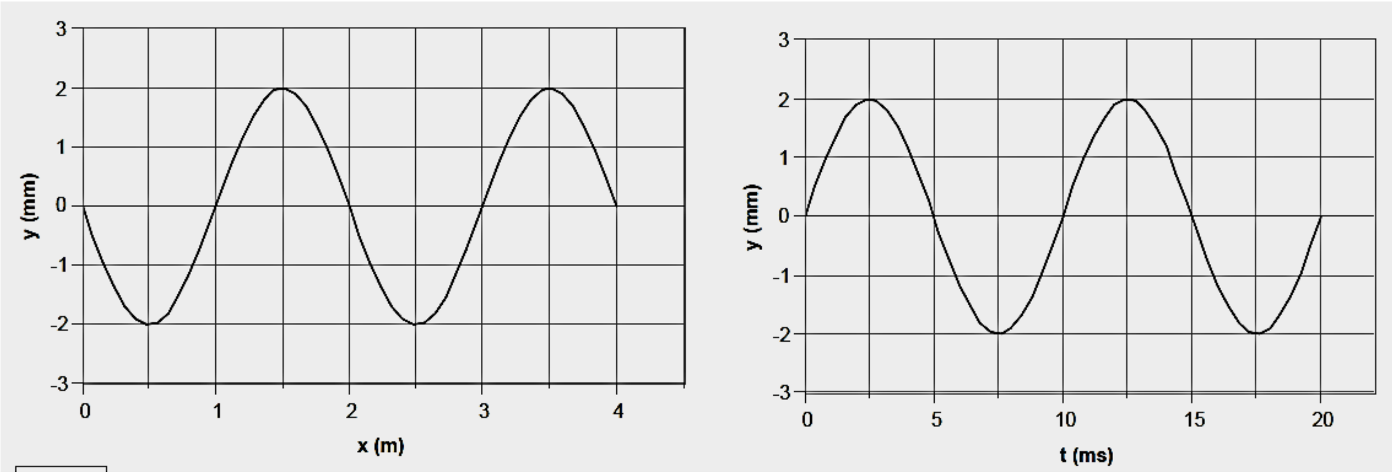
d) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $\mu = \frac{F}{v^2} = \frac{0,350}{0,020^2} = 875 kg/m$

EJERCICIO 3.16

Por una cuerda tensa situada a lo largo del eje X se propaga, en el sentido positivo de dicho eje, una onda transversal armónica. En la figura (a) se muestra el perfil de la onda y(x,0) en t = 0, y en la figura (b) se representa, el desplazamiento transversal del punto de la cuerda en función del tiempo, situado en x = 0.y(0,t). Se pide:

a) Los parámetros de la onda: de la onda: amplitud, numero de onda, frecuencia angular y fase inicial utilizando la función coseno para la onda.
b) La ecuación de la onda y(x,t)

c) La onda llega a un punto y se refleja; obtenga la velocidad de la onda reflejada y escriba su ecuación.



Solución

a) Amplitud: $A = 2{,}00\text{x}10^{-3}$ m;
   Longitud de onda: $\lambda = 2{,}00$ m; Numero de onda (K) = $2\pi/\lambda = 3{,}14$ rad/m
   Periodo (T) = 10 ms; Frec. Angular (w) = $2\pi/T = 628$ rad/s
   $Y(x,t) = A\cos(Kx - wt + \varphi) = 2{,}00\text{x}10^{-3}\cos(3{,}14x - 628t + \varphi)$;
   Utilizando los datos iniciales: x = 0; t=0; y = 0; vt >0;
   $0 = 2{,}00\text{x}10^{-3}\cos\varphi$; $\varphi = \pm\pi/2$; siendo vt<0; $\varphi = -\pi/2 = -1{,}57$ rad;

b) $Y(x,t) = 2{,}00\text{x}10^{-3} \cos(3{,}14 - 628t - 1{,}57)$ m
c) $V = \lambda f = 2{,}00/10\text{x}10^{-3} = 200$ m/s;
   $Y(x,t) = 2{,}00\text{x}10^{-3} \cos(-3{,}14 - 628t - 1{,}57)$ m

EJERCICIO 3.17

Un tren pasa frente a la estación con velocidad 90,0 km/h. El silbato del tren tiene frecuencia 320 Hz y emite con 120 W de potencia. Vsonido = 340 m/s.

a) Qué cambio en la longitud de onda y en la frecuencia detecta una persona parada en la estación cuando pasa el tren.
b) Luego de 20 segundos de haber pasado el tren por la estación, con qué nivel de intensidad la persona escucha el sonido.
c) Que tiempo hasta que la persona logre escuchar el silbato del tren con un nivel de intensidad igual a la mitad de la hallada en (b).

Solución

a) V = 90,0x1000/3600 = 25,0 m/s
   Tren se acerca: $\lambda_1 = \lambda_0 - V/f_0 = 340/320 - 25{,}0/320 = 0{,}984$ m

$f_1 = v/\lambda_1 = 340/0{,}984 = 346$ Hz

Tren se aleja: $\lambda_2 = \lambda_0 + V/f_0 = 340/320 + 25{,}0/320 = 1{,}14$ m

$f_2 = v/\lambda_2 = 340/1{,}14 = 298$ m

$\Delta\lambda = 1{,}14 - 0{,}984 = 0{,}156$ m

$\Delta f = 298 - 346 = -48{,}0$ Hz

b) $R = Vt = 25{,}0\text{x}20 = 500$ m

$I = P/4\pi R^2 = 120/(4\pi 500^2) = 3{,}82\text{x}10^{-5}$ W/m^2

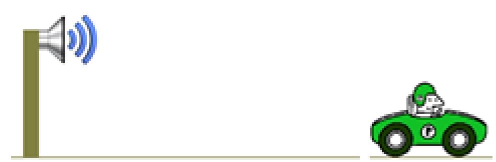
.$\beta = 10 \text{ Log } (3{,}82\text{x}10^{-5}/10^{-12}) = 75{,}8$ dB

c) .$\beta = 75{,}8 / 2 = 37{,}9 = 10 \text{ Log } (I/10^{-12})$; $I = 10^{-8{,}21}$ W/m^2 $= 120/4\pi R^2$; $12{,}4\text{x}10^3$ m

$t = R/V = 12{,}4\text{x}10^3/25{,}0 = 498$ s

EJERCICIO 3.18

Un móvil se desplaza como se muestra en la figura partiendo desde la posición del parlante con velocidad de 80 km/h. El altavoz emite sonido a 500 Hz con una potencia de 800W, (asumir $v_{sonido} = 340$m/s), se pide:



a) La intensidad y el nivel de intensidad en función del tiempo
b) longitud de onda y frecuencia que percibe el automovilista a medida que se aleja del parlante.
c) Graficar en un sistema coordenado la intensidad vs. el tiempo y el nivel de intensidad vs Log(t).
d) Calcular, 10 segundos después de pasar por el parlante la intensidad y el nivel de intensidad que percibe el automovilista.

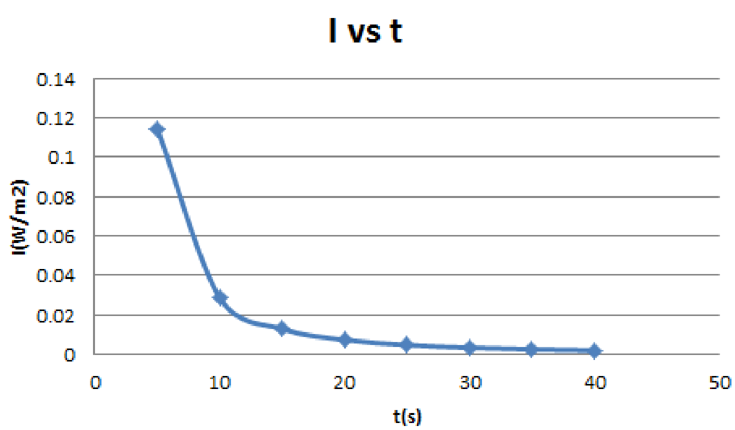
Solución

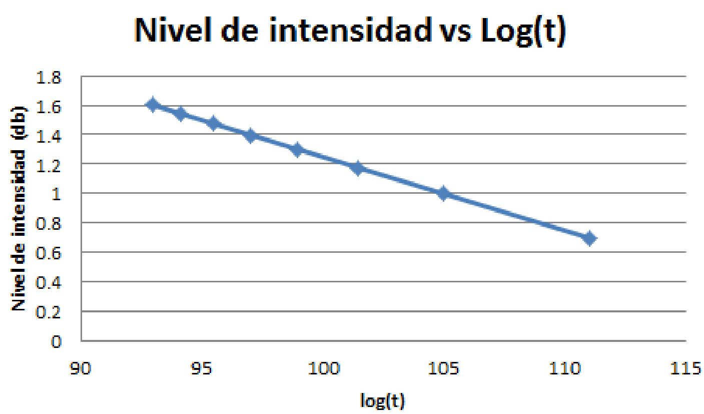
a) $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{2{,}86}{t^2}$;

$$\beta = 10Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 10Log(2{,}86x10^{12}t^{-2}) = 125 - 20Log(t)$$

b) $\lambda = \lambda_0 = 340/500 = 0{,}680$ m ; $f = \frac{v_s - v}{\lambda} = \frac{318}{0{,}680} = 468\ Hz$

c)





EJERCICIO 3.19

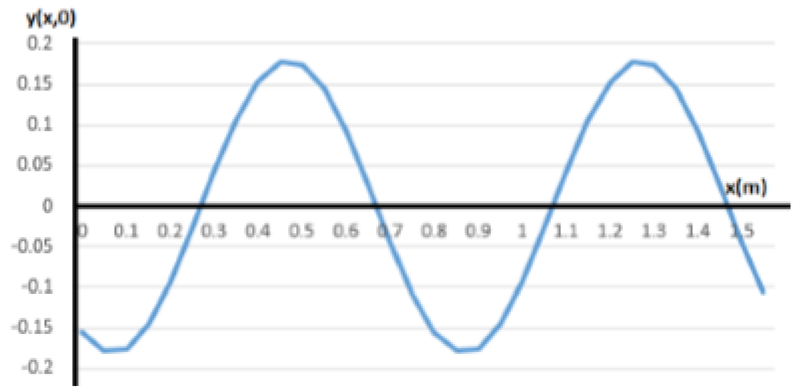
Una onda transversal que viaja en una cuerda tensa, se describe por medio de la ecuación: $y(x,t) = 0{,}180 \cos(7{,}85x + 314\,t + 2{,}60)$ donde x e y están en metros y t en segundos.

a) Obtenga la amplitud y la longitud de onda (λ).
b) Grafique la forma de la onda en t = 0s y explique hacia qué dirección se propaga la energía de la onda.
c) Calcule el desplazamiento y(x, t) y la velocidad de oscilación de una partícula de la cuerda en el instante t = 0 y en la posición x =□.
d) Calcule la tensión de la cuerda si su densidad lineal es de16,0 g/m.

Solución

a) $A = 0{,}180\text{m}$; $K = 2\pi/\lambda$; $\lambda = 2\pi/7{,}85 = 0{,}800$ m

b) $y(x,0) = 0{,}180 \cos(7{,}85x + 2{,}60)$;



Avanza en la dirección –X

c) $y = 0{,}180 \cos(7{,}85x0{,}800 + 2{,}60) = -0{,}154$ m $v = dy/dt = -0{,}180(314)\,\text{sen}(7{,}85x0{,}800 +2{,}60) = -29{,}3$ m/s

d) $V = \lambda f = 0{,}800(314/2\pi) = 40{,}0$ m/s $V = \sqrt{\ }$; $F = 40{,}0^2 x\ 16{,}0x10^{-3} = 25{,}6$ N

EJERCICIO 3.20

El nivel de intensidad de la sirena de un barco, percibido por una persona en el puerto 15 metros de distancia, es de 70 dB. Umbral de percepción de intensidad $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2; velocidad del sonido 338 m/s.
Determine:
a) La potencia de la sirena y el nivel de intensidad a 1,2 km de distancia
b) la distancia a la cual la sirena dejará de ser audible
c) La sirena del barco emite un sonido cuya frecuencia es de 500 Hz y se encuentra alejándose del puerto a razón de 70 km/h; determine la longitud de onda y la frecuencia del sonido que percibe la persona en el puerto.

Solución

a)

$$\beta = 10Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 80; \quad I = 10^{-4}W/m^2$$

$$I = \frac{P}{4\pi(150)^2} = 10^{-4}; P = 28W$$

$$I = \frac{28}{4\pi(1200)^2} = 1{,}5x10^{-6}W/m^2$$

$$\beta = 10Log\left(\frac{1{,}5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 62dB$$

b) $I = I_0 = 10^{-12}$ W/m^2;

$$I = 10^{-12} = \frac{28}{4\pi r^2}; r = 1{,}49x10^6m$$

c) λ_0 = 338/500 = 0,676 m

$\lambda = \lambda_0$ – V/f = 0,676 – (70/3,6)/500 = 0,637 m;

f = v/λ = 338/0,637 = 531 Hz

EJERCICIO 3.21

El período de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje de abscisas es de 3,00 s. La distancia entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es *1,70 rad* es de 30,0 cm. Calcular: a) La longitud de onda. b) La velocidad de propagación.

EJERCICIO 3.22

Una onda longitudinal se propaga a lo largo de un resorte horizontal en el sentido negativo del eje de las x, siendo 20 cm la distancia entre dos puntos que están en fase. El foco emisor, fijo al resorte, vibra con una frecuencia de 25 Hz y una amplitud de 3 cm (se supone que no hay amortiguamiento). Encontrar: a) La velocidad con que se propaga la onda. b) La ecuación de onda sabiendo que el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y que en t = 0, y(x, t) = 0. c) La velocidad y aceleración máximas de una partícula cualquiera del resorte.

EJERCICIO 3.23

Dos movimientos ondulatorios coherentes de frecuencia 640 Hz, se propagan por un medio con la velocidad de 30 ms^{-1}. Hallar la diferencia de fase con que interfieren en un punto que dista de los orígenes de aquellos respectivamente 25,2 y 27,3 m.

La función de onda de cada movimiento viene dada por:

$$\Psi_1 = A\mathrm{sen}(\omega t - kx_1) \quad \Psi_2 = A\mathrm{sen}(\omega t - kx_2)$$

La diferencia de fase entre estos dos movimientos será entonces:

$$\varphi = (\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2) = k(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi\nu}{v}(x_1 - x_2) =$$

$$= \frac{6{,}28 \cdot 640}{30} \cdot 2{,}1 = 281{,}34 \text{ rad.}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 1

Un foco genera ondas de 2,5 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz que se propagan por un medio a una velocidad de 250 m/s. En el instante inicial la elongación de un punto situado a 3,0 m del foco es y = - 2,2 mm con velocidad positiva, determine:

a) El período y la longitud de onda.
b) La ecuación de la onda y(x,t)
c) La elongación de un punto situado a 2,75 m del foco en el mismo instante.

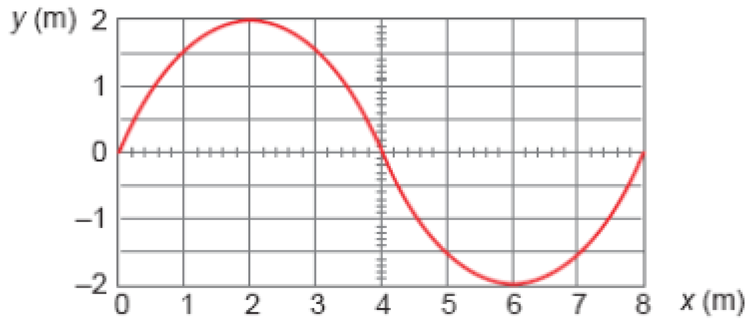
PROBLEMA 2

El sonido emitido por un altavoz tiene una frecuencia de 1200 Hz y se escucha con un nivel de intensidad de 60 dB a una distancia de 2,50 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, (v_{sonido} = 340 m/s) determine:

a) La potencia del sonido emitido por el altavoz.
b) A que distancia el nivel de intensidad sonora es de 30 dB y a que distancia es imperceptible el sonido.
c) Si el altavoz se acerca hacia una persona a razón de 100 m/s, que longitud de onda y frecuencia detecta la persona.

PROBLEMA 3

En la figura se muestra en el instante t=0, una onda transversal viajando por una cuerda, en la dirección +X, a razón de 4,20 m/s. Determinar:



a) La longitud de onda y frecuencia
b) Escriba la ecuación de la onda y(x,t), utilizando la función coseno
c) La rapidez transversal máxima de una partícula de la cuerda.

PROBLEMA 4

Un diapasón unido a un alambre tenso genera ondas transversales de 440 Hz y su amplitud de oscilación es de 0,50 mm. El alambre tiene una densidad de masa de 0,0012 kg/m y está sometido a una tensión de 1400 N.

a) Hallar la velocidad de las onda y la longitud de onda
b) Calcular la velocidad y la aceleración máximas de un punto del alambre
c) Si la onda viaja hacia la izquierda, escriba su ecuación de onda y(x,t).

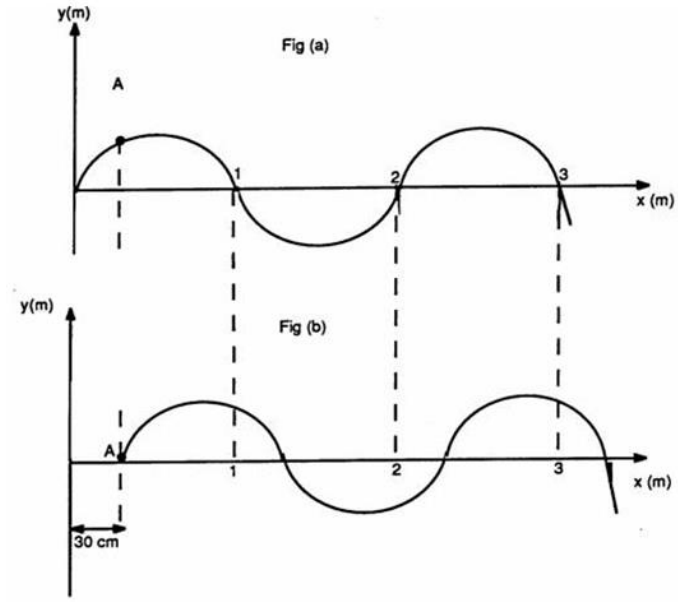
PROBLEMA 5

La figura muestra una onda transversal de amplitud 0,40 cm viajando a lo largo de una cuerda, en la dirección +X en los instantes t = 0,15 s y 0,20 s. Determinar:

a) La longitud de onda, la velocidad y la frecuencia de la onda.

b) La rapidez máxima y aceleración máxima que tiene una partícula de la cuerda

c) Escriba la ecuación de la onda.



PROBLEMA 6

Una persona, en reposo, percibe que la frecuencia del sonido emitido por una ambulancia es de 350 Hz cuando se acerca la ambulancia y 315 Hz cuando se aleja. Hallar: (v_{sonido} = 340 m/s)

a) La velocidad de la ambulancia y la frecuencia de emisión

b) Las longitudes de onda según el observador cuando la ambulancia se acerca y cuando se aleja.

c) El nivel de intensidad del sonido que percibe la persona, 30 s antes que la ambulancia pase por su lado.

PROBLEMA 7

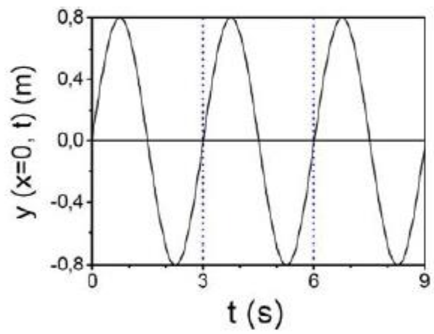
Una onda viene dada por la ecuación: y(x, t) = 2 cos (100 t – 5,00 x) (S.I.) donde x e y son coordenadas cartesianas.

a) Haga el análisis del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación.
b) Calcule la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
c) Determine el instante en el cual un punto en x = 2, 50 m tiene un desplazamiento y = 1,20 m con velocidad negativa.

PROBLEMA 8

Al extremo de una cuerda (x=0) se le aplica la oscilación mostrada, formándose una onda, de longitud de onda 1,50 m, que viaja por la cuerda en la dirección +X. Determine:

a) La velocidad de propagación de la onda.
b) La expresión matemática y(x,t) que describe la onda.
c) La elongación (y) en el instante t = 5s y x= 0



PROBLEMA 9

Un foco genera ondas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz, que se propagan por un medio con una velocidad de 250 m/s. Determina el periodo y la longitud de onda de la perturbación. Si en el instante inicial la elongación de un punto situado a 3 m del foco es y = −2 mm, determina la elongación de un punto situado a 2,75 m del foco en el mismo instante.

PROBLEMA 10

La ecuación de una onda que se propaga transversalmente por una cuerda expresada en unidades del S.I. es: y(x,t) = 0,06 cos 2 π (4 t − 2 x) 1. Determina el periodo y la longitud de onda. 2. Calcula la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula cualquiera de la cuerda en los instantes t = 0 s, t = 0,5 s y t = 0,625 s. 3. Representa gráficamente la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores. 4. Halla la diferencia de fase entre los estados de vibración en un instante para las partículas situadas en las posiciones x = 0 m, x = 1 m y x = 1,25 m. 5. Representa gráficamente los movimientos vibratorios de las partículas anteriores.

PROBLEMA 11

Un oscilador vibra con una frecuencia de 500 Hz y genera ondas que se propagan con una velocidad de 350 m/s. Halla: 1. La separación de dos puntos consecutivos que vibren con una diferencia de fase de 60◦ . 2. El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración consecutivos de un punto con una diferencia de fase de 180◦ . 3. Diferencia de fase en un instante cualquiera entre dos puntos separados por una distancia de 3,15 m.

PROBLEMA 12

Una onda que se propaga por una cuerda, responde a la ecuación, en unidades del S.I.: y(x,t) = 3 · 10−3 sin(80 t − 6 x) Si la cuerda tiene un extremo fijo en una pared, escribe la ecuación de la onda reflejada.

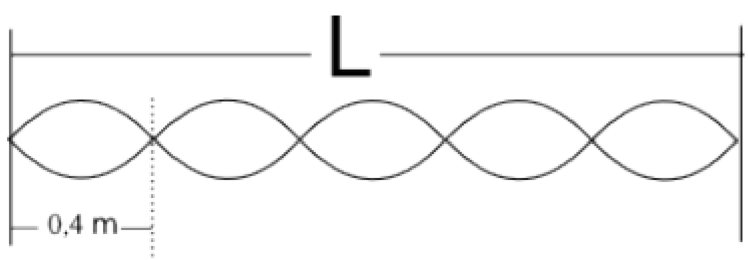
PROBLEMA 13

El nivel de intensidad de la sirena de un barco, percibido por un marinero en la cubierta a 10 metros de distancia de la misma, es de 70 dB. Determinar (a) el nivel de intensidad a 1 km de distancia; (b) la distancia a la cual la sirena dejará de ser audible;

PROBLEMA 14

La ecuación del segundo armónico de una onda estacionaria en una cuerda de 10 m de longitud sometida a una tensión de 50 N está dada por $y(x,t) = 8 \sin(0.2\pi\, x)\cdot\sin(20\pi\, t)$ x en m, y en cm, t en s. a) Escribir la ecuación de onda del término fundamental. b) Hallar la máxima velocidad de vibración de un punto de la cuerda en este modo, suponiendo que la amplitud máxima es igual que la del segundo armónico. c) Determinar la frecuencia y velocidad de propagación de las ondas viajeras cuya interferencia produce la onda estacionaria en esta cuerda y calcular la densidad lineal de masa. d) Determinar las posiciones de los nodos del cuarto armónico.

PROBLEMA 15
En cuerda de dos metros de largo, como se muestra en la figura, las ondas viajan con una velocidad de 6,32 m/s. Según esta información conteste: a ¿Cuáles son las frecuencias de los tres primeros modos de vibración?. b ¿ En qué modo de vibración y con qué frecuencia está vibrando la cuerda? c Si en un punto ubicado a 0,4 m de la pared hay un nodo. ¿Cuál es la longitud de onda del tres primeros modos de vibración y el modo que se muestra en la figura?



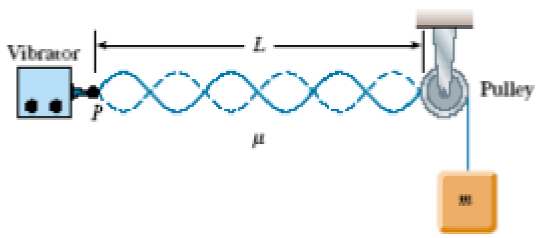
PROBLEMA 16
Encontrar la frecuencia fundamental y la de los siguientes tres modos de vibración de una onda estacionaria sobre una cuerda de 3 metros de longitud y cuya velocidad es de 47,14 m/s

PROBLEMA 17

Se forma una onda estacionaria sobre una cuerda de 120 cm de largo fija en ambos extremos. Si ésta forma 4 segmentos cuando la frecuencia es de 120 Hz. a Determine la longitud de onda de dicho modo b Determine la frecuencia fundamental de vibración.

PROBLEMA 18

Se tiene un máquina de hacer ondas como muestra la figura la cual tiene un largo de 2 m y se mueve con una velocidad de 282,84 m/s. Calcule: a. El modo de vibración que representa la figura b. La longitud de onda del modo que se muestra en la figura c. La rapidez de la onda d. La frecuencia para el modo que se muestra en la figura e. El periodo del modo mostrado en la figura. f. La frecuencia del modo fundamental g. La distancia entre dos nodos consecutivos para el modo que se muestra en la figura h. La distancia entre un antinodo y un nodo consecutivo para el modo mostrado en la figura. i. La frecuencia del tercero modo de vibración j. La longitud de onda del 5 modo de vibración



PROBLEMA 19

La velocidad de las ondas transversales producidas por un terremoto es de 8,9 km/s, mientras que la de las ondas longitudinales es de 5,1 km/s. Un sismógrafo reporta la llegada de las ondas transversales 73 s antes que la de las longitudinales. ¿A qué distancia se produjo el terremoto?

PROBLEMA 20

Se emiten señales de radio AM, entre los 550 kHz hasta los 1.600 kHz, y se propagan a 3x108 m/s. a) ¿Cuál es el rango de las longitudes de onda de tales señales?, b) El rango de frecuencia para las señales en FM está entre los 88 MHz y los 108 MHz y se propagan a la misma velocidad, ¿cuál es su rango de longitudes de onda?