Megoldás:

Egyetlen ilyen pozitív egész szám létezik: $n = 1$.

Részletes levezetés:

A feladat szerint azt a legnagyobb n pozitív egészet keressük, amelyre $2^n \mid 3^{2027} - 1$. Jelölje $v_2(m)$ azt a legnagyobb kitevőt, amellyel a 2 osztja az m számot.

Mivel a $k = 2027$ kitevő **páratlan szám**, közvetlenül alkalmazható a kitevőnövelés lemmája (Lifting the Exponent Lemma / LTE) a $p = 2$ prímre:

$$v_2(3^{2027} - 1^{2027}) = v_2(3 - 1) = v_2(2) = 1$$

Következtetés:

- A kifejezés kettes alapú prímfelbontásában a 2 pontosan az **1-es kitevőn** szerepel.
- Tehát a szám osztható 2-vel, de már nem osztható 4-gyel ($2^1 \mid 3^{2027} - 1$, de $2^2 \nmid 3^{2027} - 1$).
- A feltétel alapján $n \leq 1$, így a pozitív egészek halmazán az egyetlen megoldás az $n = 1$.