

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

b) [1 punto] Utiliza el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle para demostrar que la gráfica de la función $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y la gráfica de la función $g(x) = 5x - 2$ se cortan una sola vez en el intervalo $(0, \pi)$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sabemos que la gráfica de la función $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1}$ tiene una A.O. que pasa por el punto $(1, 1)$ y que tiene pendiente 2. Calcular a y b .

b) [1,5 puntos] Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, determina la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 1$. Determina si la curva de la función queda por encima o por debajo de dicha recta tangente.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] En un centro escolar el 80% de los alumnos practica algún deporte. El 25% toca un instrumento musical. El 15% realiza ambas actividades. Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar no realice ninguna de las actividades.

b) [1 punto] Sean A y B dos sucesos del mismo espacio muestral. Sabemos que $p(A)=0.5$, $p(B)=0.4$ y que la probabilidad de unión de ambos sucesos es 0.8. Determinar $p(A/B)$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Lanzamos dos dados de seis caras y sumamos sus puntuaciones. Hallar la probabilidad de que la suma sea igual a 7.

b) [1,5 puntos] Una cooperativa envasa zumos de naranja, zumos de piñas y zumos de melocotón en botellas de 1 litro y de 2 litros. Se sabe que el 60% de las botellas son de zumo de naranja y el 30% de piña. Además, el 80% de las botellas de zumo de naranja y el 70% de los zumos de piña son de 2 litros, mientras que el 60% de las botellas de melocotón son botellas de 1 litro.

Se elige al azar una botella envasada por la cooperativa.

Calcula la probabilidad de que el zumo sea de melocotón, sabiendo que la botella es de 1 litro.

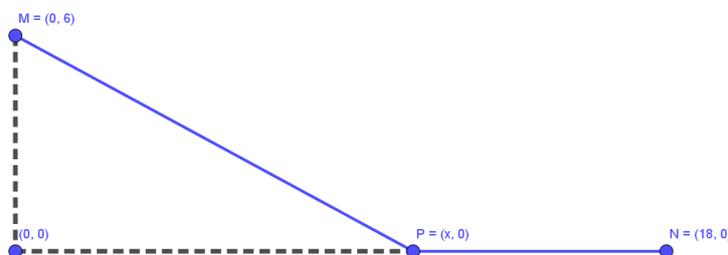
Opción B

Ejercicio 1.- Se desea unir un punto M situado en un lado de una calle, de 6 m de anchura, con el punto N situado en el otro lado de la calle, 18 m más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde M hasta un punto P, situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto P hasta el punto N.

Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que $M=(0, 6)$, $P=(x, 0)$ y $N=(18, 0)$.

El cable MP tiene que ser más grueso, debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10€/m. El precio del cable PN es de 5€/m.

- a) [1 punto] Obtener el coste C de los dos cables en función de la abscisa x del punto P, cuando $0 \leq x \leq 18$.
- b) [1 punto] Obtener el valor de x, con $0 \leq x \leq 18$, para que el coste total sea mínimo.
- c) [0,5 puntos] Calcular dicho coste mínimo.



Ejercicio 2.- a) [1 punto] Utiliza el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle para demostrar que la gráfica de la función $f(x) = \text{sen}(x)$ y la gráfica de la función $g(x) = 5x - 2$ se cortan una sola vez en el intervalo $(0, \pi)$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{x}{e^x}$. Determina el punto de la gráfica que minimiza la pendiente de la recta tangente.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] En una clase hay 15 chicos y 14 chicas. Se eligen dos alumnos al azar. ¿Qué probabilidad hay de que los dos alumnos elegidos sean chicas?

b) [1 punto] Se sabe que las probabilidades de dos sucesos A y B son $P(A)=0,5$ y $P(B)=0,7$. También se sabe que la probabilidad de su intersección es 0,3. ¿Cuánto vale la probabilidad de la unión?

Ejercicio 4.- El 65% de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75% de los turistas que se hospedan en la capital y el 15% de los que se hospedan en zonas rurales lo hace en hoteles, mientras que el resto lo hace en apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en la provincia.

- a) [1,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?
- b) [1 punto] Si se sabe que el turista se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?