CAPITULO 1. ELASTICIDAD

En este capítulo se estudia las propiedades que tienen los sólidos y su comportamiento cuando están sujetos a fuerzas externas y tienden a deformarlos.

1.1 Deformación en general.

Todas las sustancias sólidas, en virtud de estar conformadas por átomos bajo cierto arreglo estructural, cuando están sujetas a fuerzas se deforman, es decir adquieren ciertas modificaciones sus dimensiones.

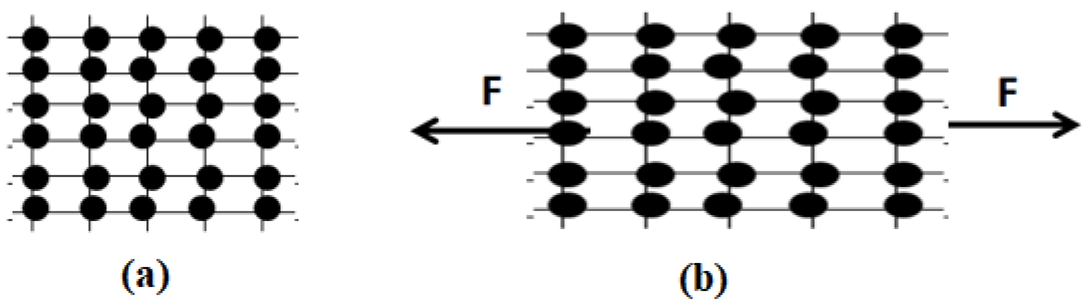


Fig. 1.1 Deformación en la estructura interna de un sólido: (a) sin esfuerzo, (b) con esfuerzo

En función de cómo se aplique las fuerzas sobre el sólido, estos adquieren diferentes tendencias, como deformación lineal (tracción y compresión), torsión, flexión, corte, volumétrica, etc.

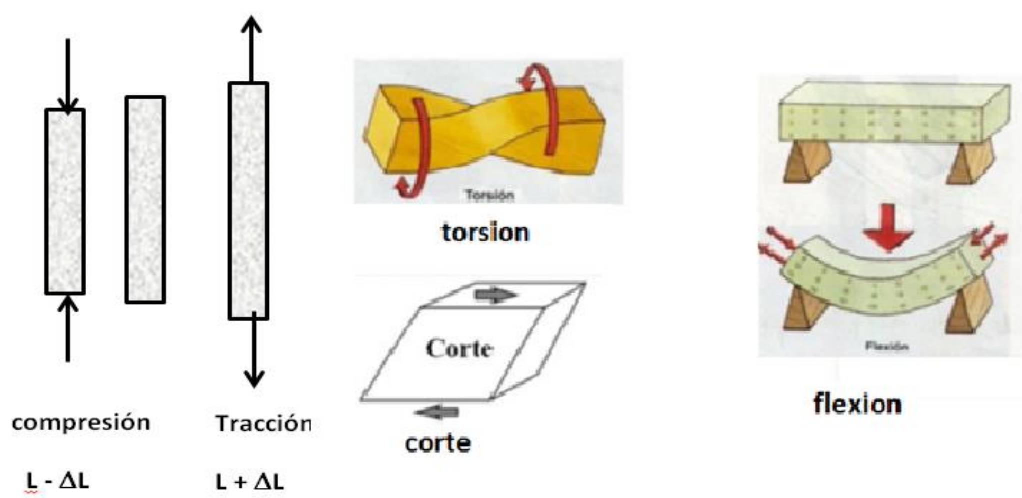


Fig. 1.2 Diferentes maneras como se puede deformar un sólido.

Comportamiento del sólido.

Al aplicarse las fuerzas y producirse la deformación, estas pueden ser de carácter reversible, permanentes o la rotura; dependiendo de las propiedades del material y de las dimensiones del sólido.

Los materiales al estar sujetos a tensiones y esfuerzos, estos se deforman, sin embargo hasta cierto límite llamado **limite elástico** la deformación es reversible es decir al suspenderse las tensiones, el material recupera su forma y dimensiones originales.

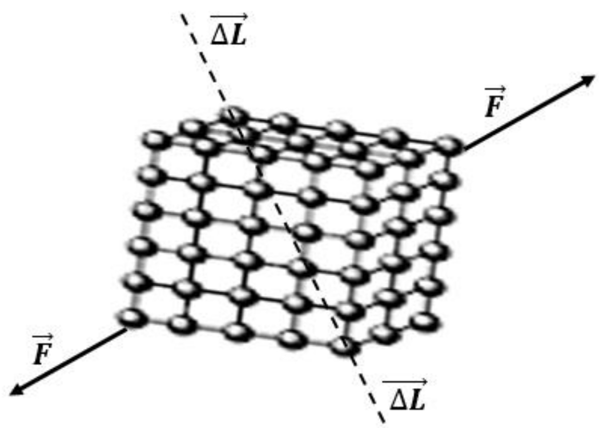


Fig.1.3 Deformación espacial de un sólido.

Si el esfuerzo sometido al material es superior a su límite elástico, entra a un comportamiento plástico o inelástico en el cual al suspenderse las tensiones este ya no recupera su forma y dimensiones originales. Este comportamiento también tiene un límite llamado **limite inelástico o limite plástico o límite de rotura**

Si al material se le somete a tensiones mayores al límite inelástico, se obtiene la rotura del material.

En general la deformación en un sólido es tridimensional, esto dependerá de la estructura cristalina interna del sólido y de las fuerzas aplicadas.

En este caso el comportamiento del solido se identifica por lo que se conoce como el TENSOR DE ESFUERZOS $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\sigma}}$**.**

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{XX} & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_{YY} & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_{ZZ} \end{bmatrix} \quad \text{------------------------------------} \quad (1.1)$$

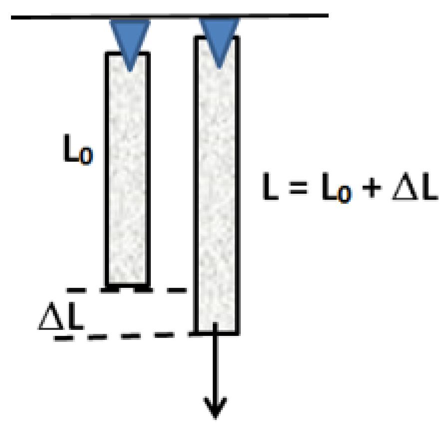
Siendo σii los esfuerzo lineales o longitudinales y σij los esfuerzos de corte.

Es de interés del libro estudiar los esfuerzos lineales y esfuerzo de corte en un plano.

1.2 DEFORMACION LINEAL

Llamamos así cuando aplicamos fuerzas a cuerpos longitudinales, (p.ej., barras, alambres, etc.) y se consiguen deformaciones modificando la longitud.

Fig. 1.4. Deformación lineal de un solido



Deformación Longitudinal (ΔL)

Si a una varilla de longitud L_o se le aplica una fuerza longitudinal (F), se va a producir una deformación $\Delta L = L - L_o$.

La deformación depende de:

- Magnitud de la Fuerza aplicada
- Dimensiones de la varilla (sección transversal y longitud)
- Material

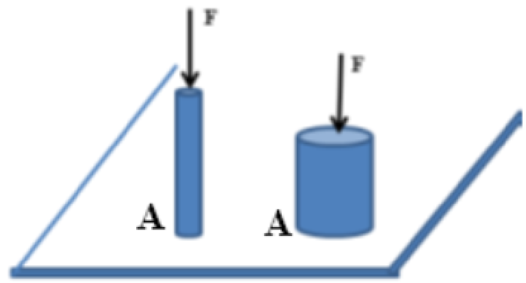
Esfuerzo (S)

Es la fuerza normal que actúa sobre el cuerpo por unidad de área perpendicular.

$$\sigma = \frac{F_n}{A} \text{ -- (1.2)}$$

Unidades: [σ] = N/m^2

Fig. 1.5 El esfuerzo (σ) depende de la fuerza normal aplicada (F_n) y de la sección transversal (A)



Deformación Unitaria (ΔL/Lo=ε)

Es la deformación producida en el cuerpo por unidad de longitud. Es una cantidad adimensional. (Puede ser una fracción o un porcentaje).

Ej. ε =0,328 mm/m = $3{,}28\text{x}10^{-4}$ = $3{,}38\text{x}10^{-2}$ %

Módulo Elástico o Módulo de Young

Es una cantidad escalar que representa el comportamiento elástico reversible del material.

$$Modulo\ de\ Young\ (Y) = \frac{Esfuerzo\ (\sigma)}{Deformacion\ unitaria\ (\epsilon)} \text{ ---------------------- (1.3)}$$

Unidades: [Y] = N/m^2 = Pascal (Pa)

Despejando de la ec. (1.3), obtenemos la deformación unitaria que adquiere un cuerpo longitudinal.

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{YA} = \frac{\sigma}{Y}} \text{ -- } \mathbf{(1.4)}$$

$$\Delta L = \frac{FL_0}{YA} \text{ --- (1.5)}$$

Tabla 1.1Tabla de Módulos Elásticos (Y) para diferentes materiales

Material	Módulo de Young (Y), GPa	Módulo de Corte (S), GPa	Módulo Volumétrico (B), GPa
Aluminio	70	25,0	70,0
Latón	91	35,0	61,0
Cobre	110	42,0	140
Acero	207	84,0	160
Vidrio	70	30,0	53,0
Bronce	120	41,0	88,0

Tabla 1.2. Tabla de Límites elásticos durante la deformación de un material

Material	Limite Elástico (MPa)	Limite Rotura (MPa)	Límite de corte (MPa)
Aluminio	205	421	200
Latón	352	633	200
Cobre	140	140	
Acero	450	550	250
Vidrio	105	80,0	
Bronce	320	652	

Comportamiento elástico de los materiales.

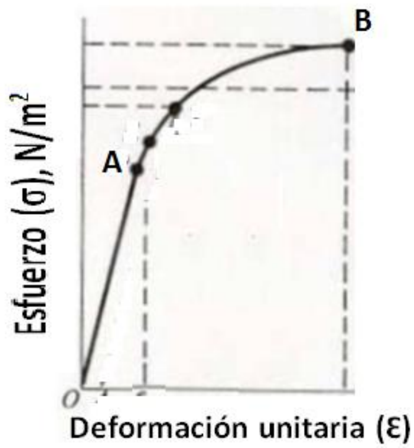
Un comportamiento típico de una gráfica Esfuerzo (σ) vs. Deformación unitaria (ε) nos muestra la gráfica en la cual se distinguen las siguientes zonas:

Zona Elástica OA. Comportamiento lineal, reversible donde se cumplen las ecs. (1.3) y (1.4).
Módulo de Young (Y) = pendiente de la recta.
Límite elástico (σ Límite elástico). Punto P. Es el esfuerzo máximo que puede tener el alambre donde todavía se cumplen las ecuaciones (1.3) y (1.4).

Zona Plástica (AB). Comportamiento irreversible y no lineal del material. No hay una ecuación propia de representación para esta gráfica. El material ya no recupera sus dimensiones originales cuando se les retira el esfuerzo.

Límite plástico o de rotura. (Punto B). Punto en el que el material se rompe.

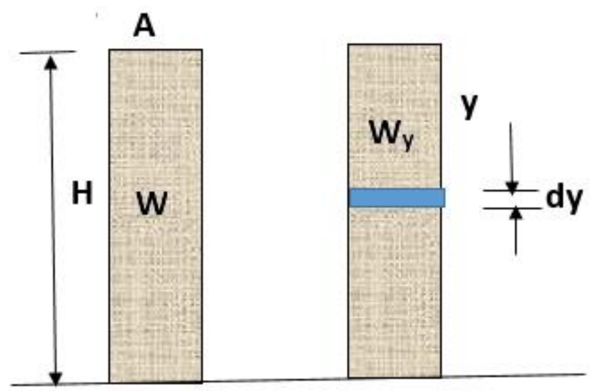
Fig. 1.6. Grafica del esfuerzo (σ) vs. La deformación unitaria (ε) para un sólido, mostrando el comportamiento de un sólido hasta antes de romperse.



1.2.1Deformación por su propio peso

Consideremos una viga de Longitud H y sección transversal A, de peso W la cual está parada verticalmente estando sujeta a la deformación por su propio peso.

Fig 1.7 Viga de material con densidad ρ, altura H, sección transversal A y peso W deformada por su propio peso.



Peso de la parte superior (Wy) = ρAyg

Deformación producida sobre el segmento de altura dy:

$$d(\Delta L) = \frac{\rho Aygy}{YA} = \frac{\rho gydy}{Y}$$

Deformación total de la viga:

$$\Delta L = \int_0^H \frac{\rho gydy}{Y} = \frac{\rho gH^2}{2Y} \quad \text{--------------------} \quad (1.6)$$

1.2.2 Deformación de barras en serie

Consideremos dos barras de diferente material (Y_1, Y_2) y diferentes dimensiones (A_1, A_2, L_1, L_2) las cuales están unidades en sus extremos soportando una fuerza F.

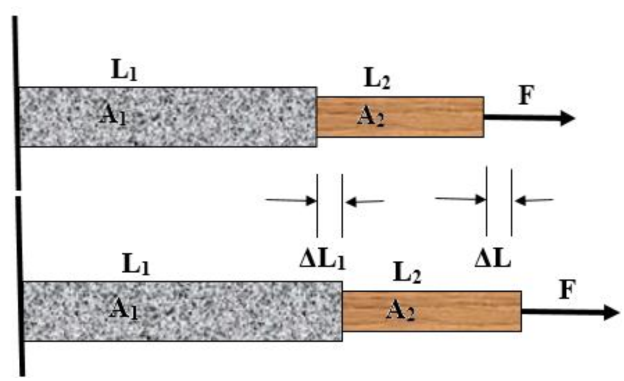


Fig. 1.8. Dos barras de diferente material y diferentes dimensiones colocadas en serie deformadas por una fuerza F.

Por ser un proceso estático, la fuerza F aplicada es la misma para cada material.
Deformación de barra “1”:

$$\Delta L_1 = \frac{FL_1}{Y_1 A_1}$$

Deformación de barra “2”

$$\Delta L_2 = \Delta L - \Delta L_1 = \frac{FL_2}{Y_2 A_2}$$

Sumando las deformaciones, se obtiene:

Deformación total: $\Delta L = F\left(\frac{L_1}{Y_1 A_1} + \frac{L_2}{Y_2 A_2}\right)$ ------------------------------------- (1.7)

En el caso que las dos barras tengan las mismas dimensiones, resulta:

$$\Delta L = \frac{FL}{A}\left(\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2}\right) \quad \text{-------------------------------------- (1.8)}$$

Se puede definir el módulo de Young equivalente del sistema de dos barras (Y_{eq}) en serie como:

$$\frac{1}{Y_{eq}} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} \quad \text{-- (1.9)}$$

1.2.3 Deformación de barras en paralelo.

Consideremos dos barras de diferente material (Y_1, Y_2), y diferentes áreas transversales (A_1, A_2) pero de igual longitud $L_1 = L_2 = L$) las cuales están colocadas en forma paralela soportando una fuerza F.

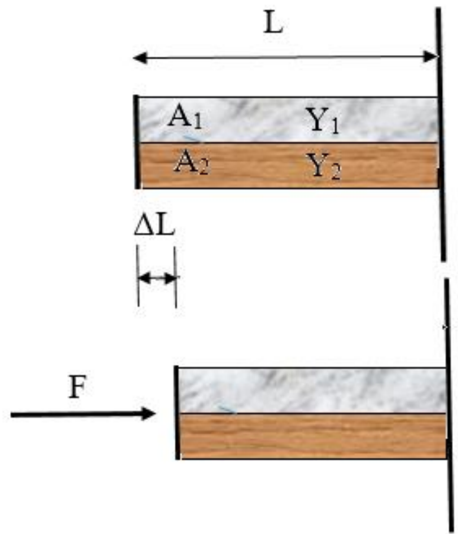


Fig. 1.9 Dos barras de diferente material y diferentes reas transversales pero de igual longitud en paralelo y deformadas por una fuerza F.

Las fuerzas actuantes sobre cada barra son F_1 y F_2; siendo $F = F_1 + F_2$.

Deformación en la barra "1"

$$\Delta L_1 = \Delta L = \frac{F_1 L}{Y_1 A_1}$$

Deformación en la barra "2"

$$\Delta L_2 = \Delta L = \frac{F_2 L}{Y_1 A_1}$$

Resultando la igualdad: $\frac{\Delta L}{L} = \frac{F_1}{Y_1 A_1} = \frac{F_2}{Y_2 A_2}$; despejando: $F_2 = F_1 \left(\frac{Y_2 A_2}{Y_1 A_1}\right)$

Fuerza total: $F = F_1 + F_2 = F_1 \left(1 + \frac{y_2 A_2}{Y_1 A_1}\right)$

Deformación: $\Delta L = \Delta L_1 = \frac{F}{1+\frac{Y_2 A_2}{Y_1 A_1}} \left(\frac{L}{Y_1 A_1}\right) = \frac{FL}{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}$ --------------------------------- (1.10)

En el caso que las barras tengan iguales dimensiones:

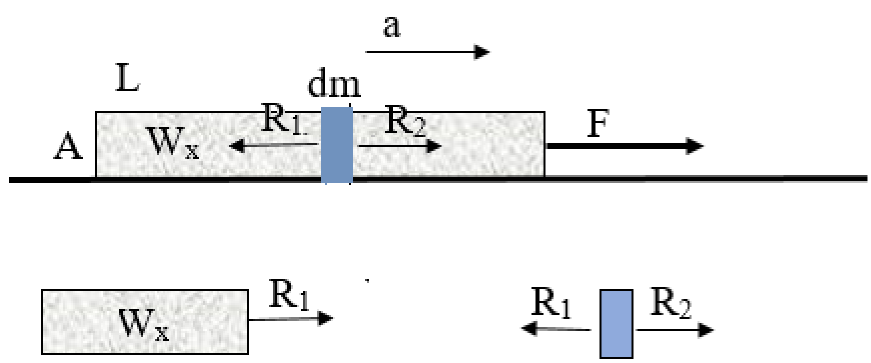
$$\Delta L = \frac{FL}{(Y_1 + Y_2)A} \quad \text{------------------------------} \quad (1.11)$$

Podemos definir el módulo de Young equivalente (Y_{eq}):

$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2 \quad \text{---} \quad (1.12)$$

1.2.4 Deformación por aceleración

Consideremos una barra uniforme de dimensiones longitud (L), Área transversal (A) y masa M sujeta a una fuerza horizontal F sobre un piso liso horizontal.



Aceleración de la barra: F = Ma
Aceleración de dm: R_2 = (dm) a = ρAx(F/M)

$$aceleracion\ de\ la\ barra:\ a = \frac{F}{M}$$

$$Fuerza\ sobre\ W_x:\ R_2 \approx R_1 = (dm)a = \left(\frac{M}{L}x\right)\frac{F}{M} = \frac{Fx}{L}$$

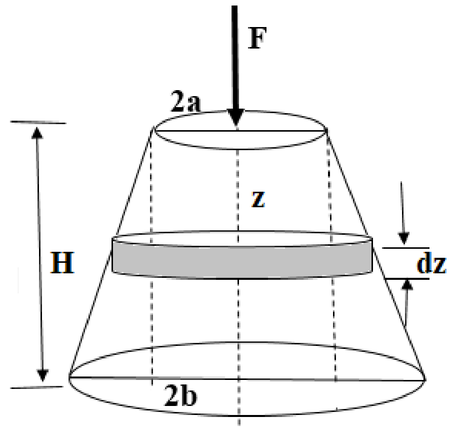
$$deformacion\ de\ (dm):\ d(\Delta L) = \left(\frac{Fx}{L}\right)\frac{dx}{YA}$$

$$deformacion\ total: \Delta L = \int_0^L \left(\frac{Fx}{L}\right)\frac{dx}{YA} = \frac{FL}{2YA} = \left(\frac{ML}{2YA}\right)a \quad \text{-------------------------------} \ (1.13)$$

1.2.5 Deformaciones no uniformes

Consideremos un tronco de cono uniforme apoyado sobre una superficie horizontal, de dimensiones: radio menor "a", radio mayor "b" y altura H sobre el cual actúa una fuerza vertical de compresión F.

Deformación del elemento dz:



$$d(\Delta L) = \frac{Fdz}{YA_z}$$

Argumentos de la trigonometría nos muestra que el área del elemento de volumen es:

$$A_z = \pi\left[\left(\frac{b-a}{H}\right)z + a\right]^2$$

Obtenemos la deformación total (ΔL) por integración:

$$\Delta L = \int_0^H \frac{Fdz}{Y\pi\left[\left(\frac{b-a}{H}\right)z+a\right]^2} = \frac{FH}{Y\pi ab} \text{ ---------------------------------- } (1.14)$$

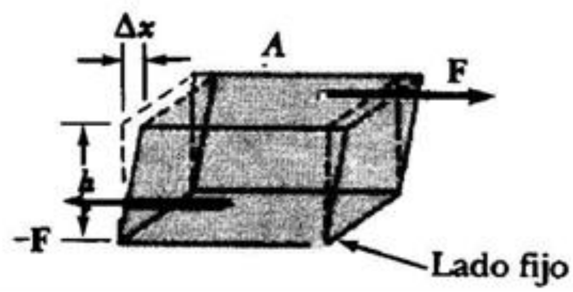
En el caso de un cilindro recto, hacemos a = b = R, resultando:

$$\Delta L = \frac{FH}{Y\pi R^2} \text{-- } (1.15)$$

1.3 DEFORMACION DE CORTE

Esta deformación ocurre cuando se aplican al cuerpo fuerzas tangenciales. El cuerpo tiene un comportamiento similar a la deformación longitudinal, existiendo las zonas elástica, plástica, límite elástico y de rotura.

Fig. 1.7. Deformación de corte en un solido



$$Módulo\ de\ Corte(S) = \frac{Esfuerzo\ de\ corte(\frac{F}{A})}{Deformación\ de\ corte(\frac{\Delta x}{h})} \text{ ---------------------- } (1.5)$$

F= fuerza tangencial, A = área sección transversal

Unidades: [S] = N/m^2 = Pascal (Pa)

Despejando de la ec. (3), obtenemos la deformación de corte que adquiere un cuerpo

$\Delta x = \frac{Fh}{SA} = \frac{\sigma h}{S}$ ---------------------- (1.6)

1.4 DEFORMACION VOLUMETRICA

Es la deformación producida sobre un cuerpo cuando se le aplican fuerzas normales en torno a su superficie. Estas pueden generar expansión del material como por ejemplo un horno sometido a temperaturas altas en su interior, como también se pueden generar compresiones como el caso de una cabina sumergido a profundidades del mar.

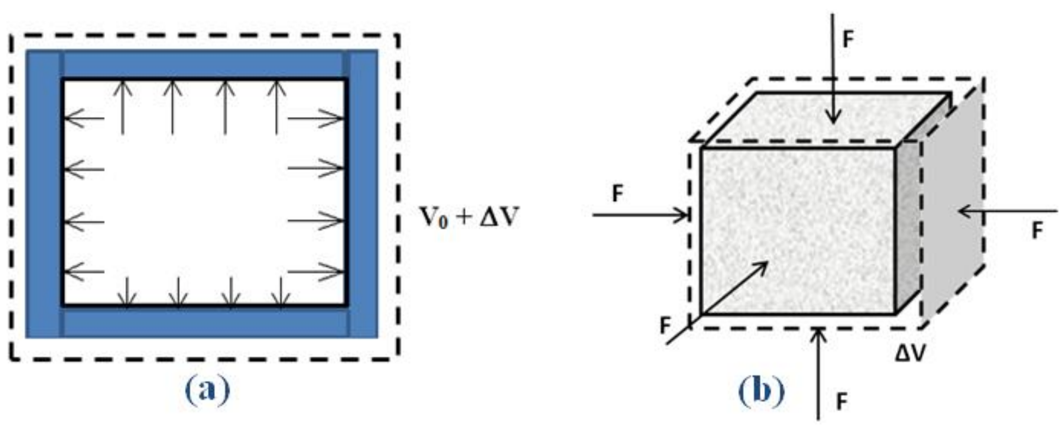


Fig.1.8. Deformación volumétrica de un sólido. (a) Expansión, (b) compresión

$$Modulo\ Volumetrico\ (B) = \frac{Esfuerzo\ de\ volumen\ \left(\pm F/_A\right)}{Deformacion\ Volumetrica\ \left(\Delta V/_{V_0}\right)}$$ -------------- (1.7)

F= fuerza normal, A = área sección transversal

Unidades: [B] = N/m^2 = Pascal (Pa)

Despejando de la ec. (5), obtenemos la deformación volumétrica que adquiere un cuerpo

$\Delta V = \frac{FV}{BA} = \frac{\sigma V}{B}$ ---------------------- (1.8)

EJEMPLO 1.1

Una varilla de 2,40 m de longitud y 10,0 kg de masa en equilibrio esta sostenida en sus extremos por un cable de acero (A) y uno de latón (B) de igual longitud. Se coloca un peso de 200 N en la varilla a una distancia (x) del extremo A.

El área transversal del cable A es 1,50mm^2, y el de B es 3,00 mm^2.

a) Obtener los esfuerzos y las deformaciones unitarias en los cables en función de la posición (x) y grafique esfuerzos vs (x)

b) Determinar el punto de la varilla (x) donde debe colgarse un peso de 200N a fin de producir en los cables esfuerzos iguales

c) Determinar el punto de la varilla (x) donde debe colgarse un peso de 200N a fin de producir en los cables deformaciones iguales

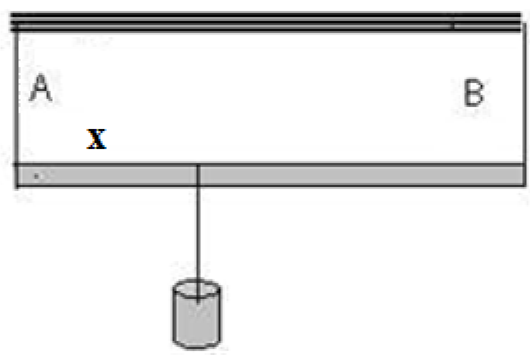


Fig.1.9. Ejemplo 1.1

Solución

a) DCL de la varilla:

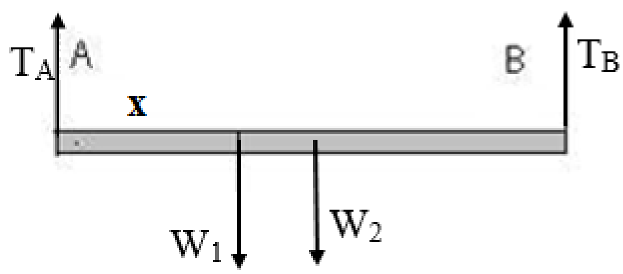


Fig.1.10. DCL Ejemplo 1.1

Estando la varilla en equilibrio, aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\Sigma F_y = T_A + T_B - 98{,}1 - 200 = 0$$

$$\Sigma \tau_A = T_B(2{,}40) - 98{,}1(1{,}20) - 200x = 0$$

Resolviendo, se obtienen las tensiones: $T_A = 253 - 83{,}3x$; $T_B = 45{,}1 + 83{,}3x$

Obtenemos los esfuerzos:

$$\sigma_A = \frac{T_A}{S_A} = (169 - 55{,}5x)MPa \quad \text{------------------------------------} \ (1.9)$$

$$\sigma_B = \frac{T_B}{S_B} = (15{,}0 + 27{,}8x)MPa \quad \text{---} \ (1.10)$$

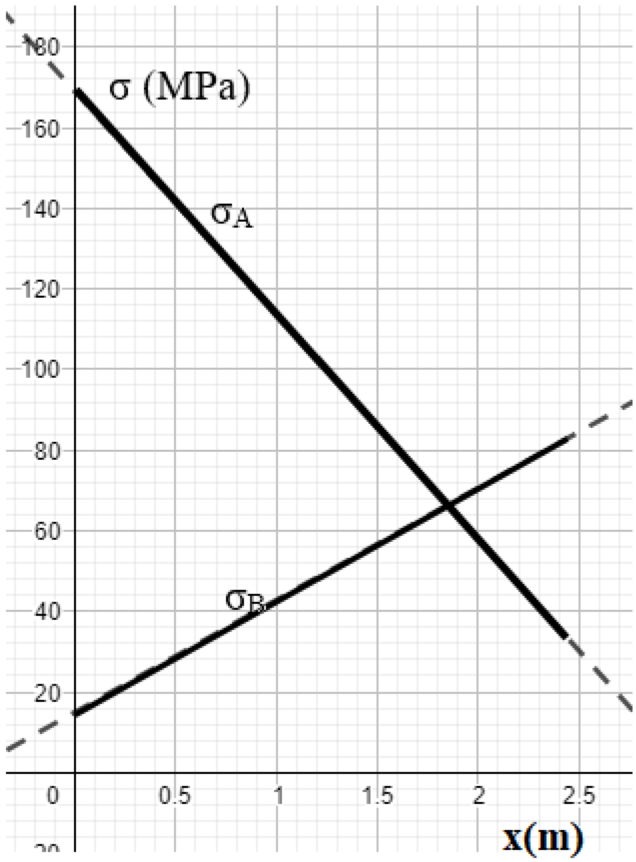


Fig.1.11. Grafica de los esfuerzos en los cables de acero y latón en función de la posición del peso. Ejemplo 1.1

Tomamos en cuenta que ambos cables no superan el límite elástico de cada material.

x=0; σ_A = 169 MPa < $\sigma_{\text{limite, acero}}$ = 450 MPa

X = 2,40 m; σ_B = 81,7 MPa < $\sigma_{\text{limite, latón}}$ = 352 MPa

.Obtenemos las deformaciones unitarias:

$$\varepsilon_A = \frac{\sigma_A}{Y_A} = (0{,}816 - 0{,}268x)\ mm/m \quad \text{--} \ (1.11)$$

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_B}{Y_B} = (0{,}165 + 0{,}305x)\ mm/m \quad \text{-- (1.12)}$$

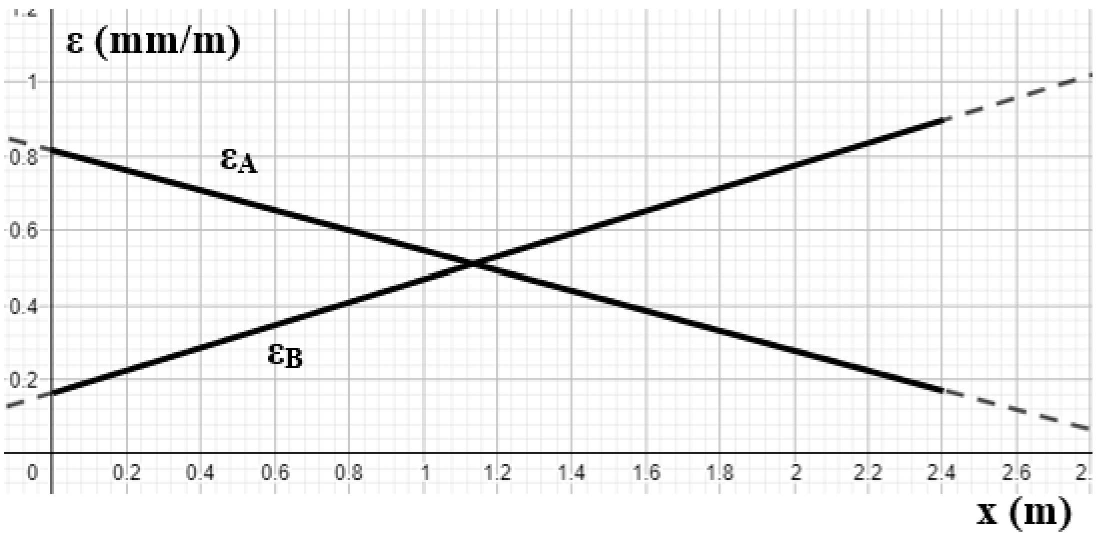


Fig.1.12. Grafica de las deformaciones unitarias en los cables de acero y latón en función de la posición del peso. Ejemplo 1.1

b) Esfuerzos iguales. Igualando las ecuaciones (1.9) y (1.10), resulta:
   x = 1,85 m

c) Deformaciones unitarias iguales. Igualando las ecuaciones (1.11) y (1.12), resulta:

   x= 1,14 m

EJERCICIOS DE APLICACION

EJERCICIO 1.1

Una lámina metálica uniforme es colgada mediante un alambre de acero (Y =207GPa; Limite elástico = 450 MPa; Limite de rotura = 550 MPa) de 1,20 m de longitud y 1,10 mm^2 de sección transversal. Halle:

a) El peso de la lámina y el estiramiento total del alambre si el esfuerzo del alambre está al 80,0% del límite elástico y el estiramiento del alambre
b) A Partir de que peso de la lámina se rompe el alambre

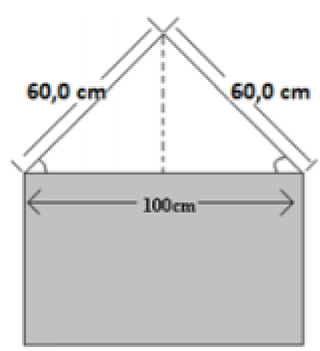


Fig. 1.13. Lámina metálica en equilibrio. Ejercicio 1.1

Solución

a) DCL de la lámina

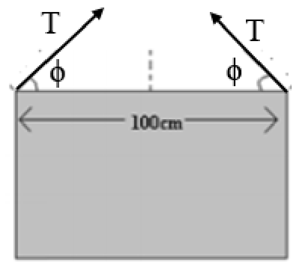


Fig. 1.14. DCL de la lámina metálica en equilibrio. Ejercicio 1.1

Primera condición de equilibrio: ΣFy = Tsenϕ + Tsenϕ – W = 0; resultando: T = W/2senϕ

Siendo: cosϕ = 50,0/60,0 = 0,833; ϕ = 33,6˚

Esfuerzo: $\sigma = \frac{T}{A} = \frac{W}{1{,}22x10^{-6}} = \frac{80{,}0}{100}x450\ MPa$; W = 439 N

Estiramiento: $\Delta L = \frac{\sigma L}{Y} = \frac{360x10^{6}x1{,}20}{207x10^{9}} = 2{,}09x10^{-3}m$

b) $\sigma = \frac{W}{1{,}22x10^{-6}} = 550\ MPa$; W = 671 N

EJERCICIO 1.2

La figura muestra un ascensor de masa 2500 kg y que lo traslada mediante un cable de acero (Y =207GPa; Limite elástico = 450 MPa; Limite de rotura = 550 MPa), de sección transversal 60,0 mm^2. Halle:

a) la aceleración del ascensor y la deformación unitaria del cable durante el descenso si el esfuerzo del cable llega al 75,0% de su límite elástico.
b) La aceleración máxima de subida que puede soportar el cable hasta antes de romperse.

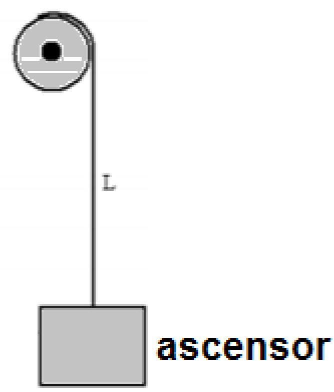
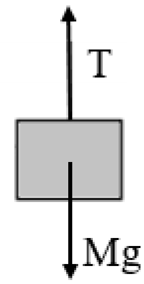


Fig. 1.15 Ascensor en movimiento. Ejercicio 1.2

Solución

a) DCL del ascensor

Fig. 1.16 DCL del ascensor en movimiento. Ejercicio 1.2



Calculo de la tension cuando el esfuerzo esta al 75,0%S_{lim}

σ = 0,750x450x10^6 = 3,38x10^8 Pa;   T =σA = 3,38x10^8 x60, 0x10^{-6} = 20250 N

Segunda Ley de Newton durante el ascensor en bajada:
$\Sigma F_i = Mg - T = Ma$

$$a = g - \frac{T}{M} = 9{,}81 - \frac{20250}{2500} = 1{,}71\ m/s^2$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{Y} = \frac{3{,}38x10^8}{207x10^9} = 1{,}63\ mm/m$$

b) En la aceleracion maxima del ascensor, el cable soporta un esfuerzo maximo antes de la rotura.

$T_{max} = \sigma_{rot} A = 550x10^6 x60{,}0x10^{-6} = 33{,}0\ kN$

Segunda Ley de Newton durante el ascensor en subida:
$\Sigma F_i = T - \ Mg = Ma$

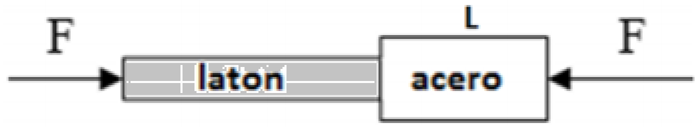
$$a = \frac{T}{M} - g = \frac{33000}{2500} - 9{,}81 = 3{,}39\ m/s^2$$

EJERCICIO 1.3

Una barra de latón (Y =91GPa; Limite elástico = 352 MPa; Limite de rotura = 633 MPa), de 1,30m de longitud y sección transversal de 85,0 mm^2 está unida a una barra de acero (Y =207GPa; Limite elástico = 450 MPa; Limite de rotura = 550 MPa), de longitud L y 120 mm^2 de sección transversal. En los extremos libres se les somete a fuerzas de 650N como se indica en la figura. Se pide:

a) La fuerza máxima hasta que uno de ellos llegue primero al *80,0% de su límite elástico*.
b) Para esta fuerza (F) aplicada, obtenga la longitud L del acero para que la deformación en la barra de latón sea el doble que la deformación en la barra de acero y obtenga las deformaciones.

Fig. 1.17. Barras acopladas. Ejercicio 1.3



Solución

a) Calculo de las fuerzas necesarias para que cada una de las barras llegue al *80,0% de su límite elástico*

S_{laton} = F/85,0x10^{-6} = 0,800x352x10^{6}; F = 2,39x10^{4} N
S_{acero} = F/120x10^{-6} = 0,800x450x10^{6} = 4,32x10^{4} N.
Concluyendo el latón adquiere primero el al *80,0% de su límite elástic*o:

$$F_{max} = 2{,}39x10^4\ N$$

b) Expresión de las deformación para cada barra al aplicárseles cierta fuerza F

$$\Delta L_{laton} = \frac{Fx1{,}30}{91x10^9x85{,}0x10^{-6}} = 1{,}68x10^{-7}F$$

$$\Delta L_{acero} = \frac{FL}{207x10^9x120x10^{-6}} = 4{,}03x10^{-8}FL$$

Condición: $\Delta L_{laton} = 2\Delta L_{acero}$; 21,68x10^{-7}F = 2x4, 03x10^{-8}FL;

$$L = 2{,}08\ m$$

Calculo de las deformaciones:

$$\Delta L_{laton} = 1{,}68x10^{-7}x2{,}39x10^4 = 4{,}02x10^{-3}m$$
$$\Delta L_{acero} = 4{,}03x10^{-8}x2{,}39x10^4x2{,}08 = 2{,}00x10^{-3}m$$

EJERCICIO 1.4

La viga AB mostrada, de 2,30 m de longitud y 150 N de peso, en equilibrio apoyada en A está sujeta a una cuerda CB de Latón (Y = 91 GPa, Limite elástico =352 MPa, Limite de rotura = 633 MPa), sección transversal 1,20 mm^2. La viga sostiene un bloque de W = 350 N. Se pide:

a) el Diagrama de Cuerpo Libre de la viga.
b) el esfuerzo de la cuerda e indique si se ha roto.
c) el peso máximo que puede tener el bloque hasta que la cuerda llegue al límite elástico y la deformación unitaria de la cuerda.

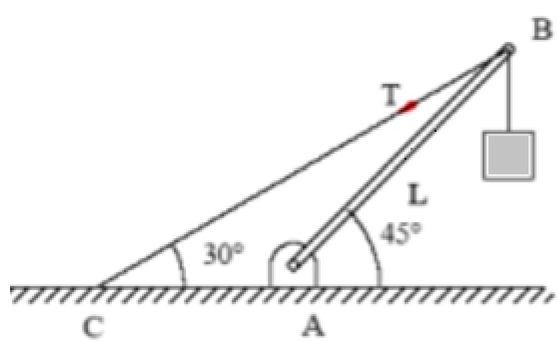
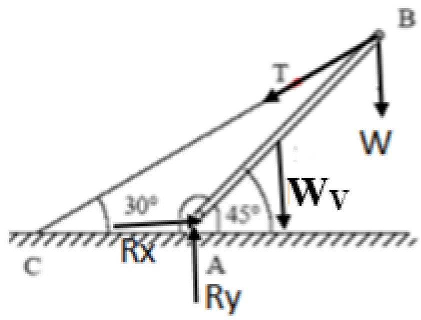


Fig. 1.18. Ejercicio 1.4

Solución

a) DCL de la viga AB

Fig. 1.19. DC L de la viga. Ejercicio 1.4



b) 2da condición de equilibrio:
   $\sum\tau_A$ = T sen 15° (L) – Wcos45° (L) – $W_V$cos45° (L/2) = 0; ------------------ (1.13);
   Reemplazando datos: T = 1,16x10^3 N;
   Esfuerzo en la cuerda CB:

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{1{,}16x10^3}{1{,}20x10^{-6}} = 967\ MPa > S_{rotura}$$

SI SE ROMPE LA CUERDA CB…………………

c) De ec. (1.13) obtenemos: T = 2,73(75 + W);
   Esfuerzo en la cuerda CB: σ = T/A = 2,28x10^6 (75+W) = σ_{limite} = 352 x10^6 Pa;
   Resultando: $W_{max} = 79{,}4\ N$
   Deformación unitaria: $\varepsilon = \frac{\sigma}{Y} = \frac{352x10^6}{91x10^9} = 3{,}87mm/m$

EJERCICIO 1.5

En el ensayo a tracción de una barra de cobre de 12,5 mm de diámetro y 50,0 cm de longitud, se han registrado los siguientes valores de fuerza y alargamiento. Se pide:

a) Grafique la curva esfuerzo –deformación unitaria
b) A partir de la pendiente de la gráfica, halle el módulo de Young
c) Calcule la deformación obtenida en el límite elástico.

Tabla 1.3. Ejercicio 1.5

F(N)	ΔL (mm)
0	0
7500	2.5
13100	4.6
18600	6.7
27900	13.2
34600	20.3
33300	25.4
26600	27

Solución

a) Grafica (σ vs ε)
   Utilizando la ecs. (1.2) y (1.4) con los datos de la Tabla 1.3, obtenemos el esfuerzo (σ) y la deformación unitaria (ε). Ver Tabla 1.4.

$$\sigma = \frac{F}{A} \;\; ; \;\; \varepsilon = \frac{\sigma}{Y}$$

σ (Pa)	ε
0	0
6.1E+07	0.005
1.1E+08	0.0092
1.5E+08	0.0134
2.3E+08	0.0264
2.8E+08	0.0406
2.7E+08	0.0508
2.2E+08	0.054

Tabla 1.4 Ejercicio 1.5

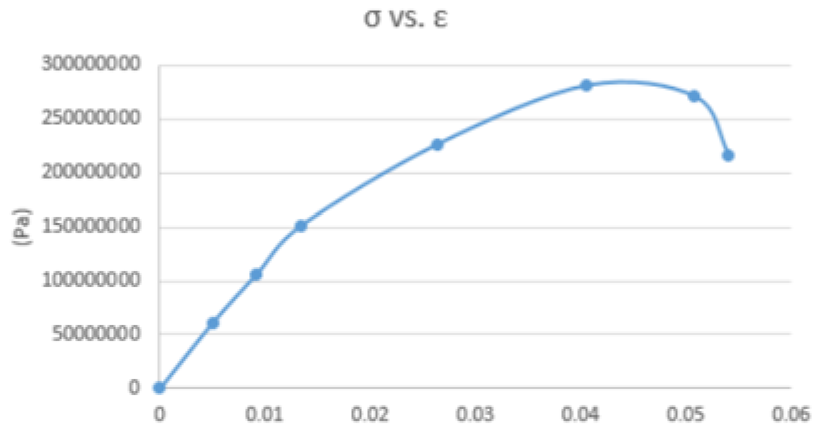


Fig. 1.20 Grafica σ vs ε Ejercicio 1.5

b) Y = Pendiente de la región lineal (Δy/Δx) = $1{,}12\text{x}10^{10}$ N/m^2

c) En el límite elástico: σ = $1{,}50\text{x}10^{8}$ Pa; ε = 0,0134; $\Delta L = \varepsilon L_0$ = 6,70 mm

EJERCICIO 1.6

Un elevador en equilibrio esta sostenido por 4 cables de acero (Y = 207 GPa, limite elástico = 450 MPa, limite rotura = 550 MPa), que tienen 30,0 m de longitud cada uno, sección circular de 2,50 cm. de radio. Se encuentra suspendido en reposo y tiene una carga total de 3500 kg. Se pide:

a) El esfuerzo en cada cable

b) Indique el estado de cada cable (elástico, plástico o roto) y si es el caso calcule la deformación de cada cable

c) La aceleración máxima que puede tener el ascensor subiendo hasta antes que el esfuerzo en cada cable sea el 70% de su límite elástico.

Solución

a) DCL del elevador

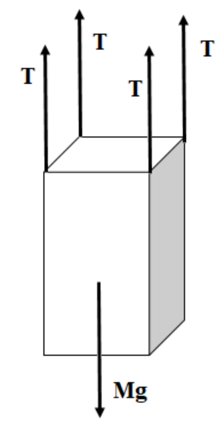


Fig. 1.21 DCL del elevador Ejercicio 1.6

1ra condición de equilibrio:

$\Sigma F_i = 4T – Mg =0$

$4T = Mg$; $T = 3500x9,81/4 = 8584$ N/m^2;
Área transversal de cada cable (A) $=\pi r^2 = \pi (2,50x10^{-2})^2 = 1,96x10^{-3}$ m^2
Esfuerzo en cada cable: $\sigma = \frac{T}{A} = \frac{8584}{1,96x10^{-3}} = 4,38\ MPa$

b) El esfuerzo sobre cada cable es menor al límite elástico: σ< limite elástico.
Los cables se encuentran trabajando en la región elástica.
Deformación en cada cable:

$$\Delta L = \frac{TL}{YA} = \frac{4,38x10^6x30,0}{207x10^9x1,96x10^{-3}} = 0,324\ m$$

c) Esfuerzo requerido en cada cable: $\sigma = 0,700x450x10^6 = 315$ MPa;
Tension en cada cable: $T = \sigma A = 315x10^6x0,00196 = 0,617x10^6$ N
2da ley de Newton durante la subida del ascensor: $\sum F_i = 4T – Mg = Ma$;
Aceleracion del ascensor:

$$a = \frac{4x0,617x10^6 - 3500x9.81}{3500} = 695\ m/s^2$$

EJERCICIO 1.7
En la figura, la viga horizontal, de 2,50 m de longitud y 300 N de peso, en equilibrio apoyada en B está sujeta a una cuerda de aluminio ($Y = 7,0x10^{10}$ N/m^2), de sección transversal 1,50 mm^2 y longitud 1,20 m; el límite elástico del aluminio es de 205 MPa y el límite de rotura es 421 MPa. Sobre la viga hay un bloque de 200 N a una distancia (x) del extremo A.

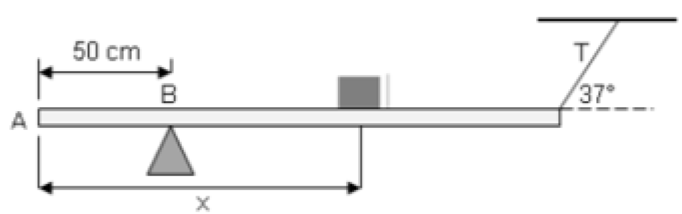


Fig. 1.16 Ejercicio 1.7

a) Halle el esfuerzo de la cuerda en función de la distancia (x) del bloque y grafique el esfuerzo en función de x.

b) Halle la distancia (x) máxima del bloque hasta que la cuerda llegue a su límite elástico y calcule la deformación.

c) ¿Se llegará a romper la cuerda para alguna distancia (x)?

Solución

a) $\Sigma\tau_B = -300(0{,}750) - 200(x-0{,}500) + T\text{sen}37°(2{,}00) = 0$;
$T = 104 + 167x$; $\sigma = T/A = (69{,}3 + 111x)$ MPa

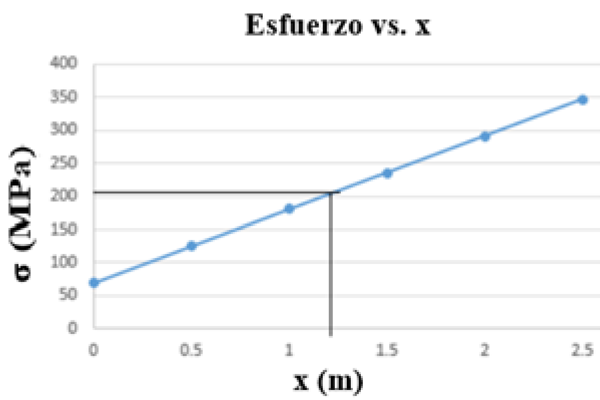


Fig. 1.17. Ejercicio 1.7. Grafica del esfuerzo (σ) en función de la posición x.

b) $\sigma(x) = (69{,}3 + 111x) = 205$; $x = 1{,}22$ m

$$\Delta L = \frac{205x10^6x1{,}20}{7x10^{10}} = 3{,}51x10^{-3}m$$

c) S: 69,3 +111x =412; x = 3,08 m> 2,50 m. ¡NO SE LLEGA A ROMPER ¡

EJERCICIO 1.8

El sistema en equilibrio está formado por una barra AB homogénea horizontal de longitud 2,00 m, peso 3000 N y el ángulo θ = 30º. Sobre la barra descansa un bloque de 4000 N a una distancia (x) del punto A. El cable de acero tiene una sección transversal de 0,300 cm^2 (Módulo de Young $20{,}7x10^{10}$ N/m^2, Limite Elástico = 450 MPa, Límite de rotura 550MPa), se pide:

a) El esfuerzo del cable en función de x y graficar el Esfuerzo vs x.

b) La distancia (x) para que el esfuerzo sea el 75,0% del límite elástico y calcule la deformación.

c) ¿Se llegará a romper la cuerda para alguna distancia (x)?

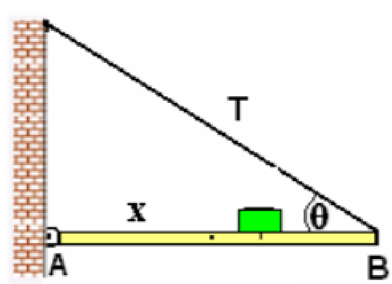


Fig. 1.18. Ejercicio 1.8

Solución

a) $\sum\tau_A$ = Tsen30˚(2,00) -3000(1,00) – 4000x = 0; T = 3000 + 4000x S = (3000 + 4000x) / 0,300x10^{-4} = (100 + 133x) MPa

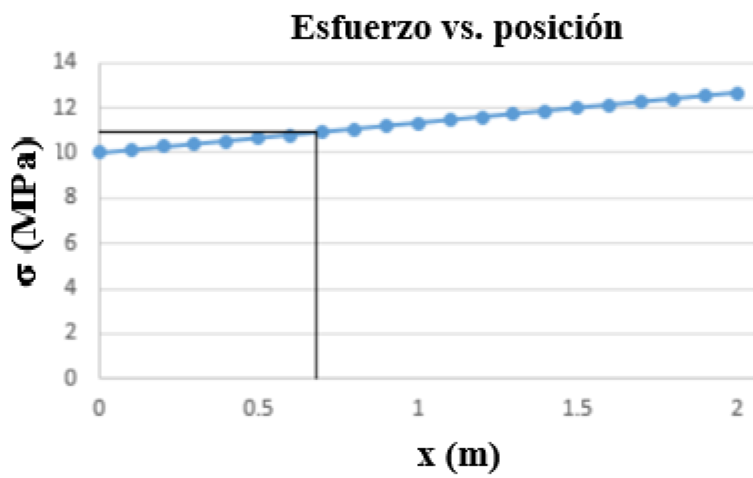


Fig. 1.19. Ejercicio 1.8. Grafica Esfuerzo (σ) vs. posición (x).

b) 100 + 133x = (75/100).180; x = 0,600 m

$$\Delta L = \frac{180x10^{6}x2,31}{20x10^{10}} = 2,08x10^{-3}m$$

c) 100 + 133x = 550; x = 3,38 m > 2,00 m ¡NO SE LLEGA A ROMPER ¡

EJERCICIO 1.9

En el ensayo a tracción de una barra de cierto material con 13,2 mm de diámetro y 65 mm de longitud, se han registrado los siguientes valores de fuerza y alargamiento.

a) Grafique la curva esfuerzo –deformación unitaria

b) A partir de la pendiente de la gráfica, halle el módulo de Young

c) Calcule el esfuerzo en el límite elástico

Solución

a) Sección transversal (A) = 1,37x10^{-4} m^2.

Utilizando la ecs. (1.2) y (1.4) con los datos de la Tabla 1.5, obtenemos el esfuerzo (σ) y la deformación unitaria (ε). Ver Tabla 1.6.

F(N)	ΔL(mm)
0	0
7500	2.5
15100	3.1
18600	6.7
27500	13.5
34600	20.3
33300	25.4
26600	27

Tabla 1.5. Ejercicio 1.9

σ (Pa)	$\varepsilon = \Delta L / L_0$
0	0
54744525.5	0.03846154
110218978	0.04769231
135766423	0.10307692
200729927	0.20769231
252554745	0.31230769
243065693	0.39076923
194160584	0.41538462

Tabla 1.6 Ejercicio 1.9

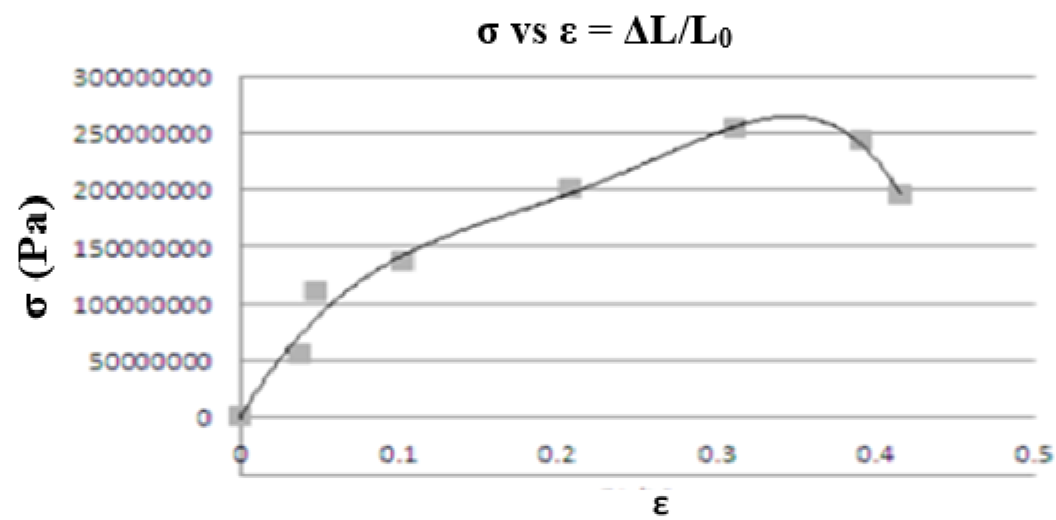


Fig.1.20. Ejercicio 1.9. Grafica Esfuerzo (σ) vs. Deformación unitaria (ε)

b) Modulo de Young (Y) = Pendiente = $(2{,}53 \times 10^8 - 0)/(0{,}312 - 0) = 8{,}11 \times 10^8$ Pa

c) Esfuerzo (σ) = $2{,}53 \times 10^8$ Pa

EJERCICIO 1.10

Las pruebas de esfuerzo de cierto material, responden a la siguiente grafica Esfuerzo vs. Deformación unitaria. Con un cable de este material, de 12,5 mm de diámetro y 2,50 m de longitud se desea elevar un conteiner. Se pide: (1psi = 6,90 kPa)

a) El módulo de Young del material.
b) Los pesos que puede soportar el cable para llegar al límite elástico y para que se rompa.
c) El peso que puede soportar el cable para que trabaje en un 70% de su límite elástico y la deformación del cable.

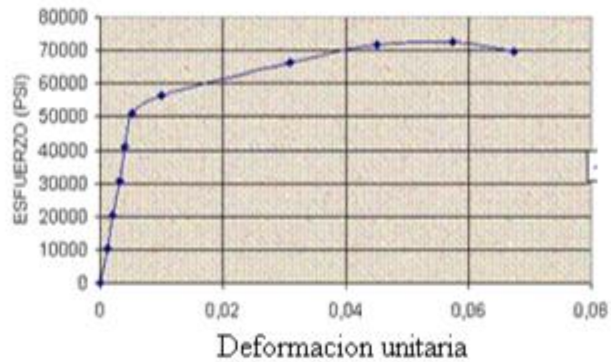


Fig.1.21. Ejercicio 1.10.

Solución

a) siendo el módulo de Young (Y) la pendiente de la recta.
Usando interpolación:

$$Y = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{50000x6{,}90x10^3 - 0}{0{,}045 - 0} = 7{,}67x10^9 Pa$$

b) De la gráfica. Limite elástico: $\sigma_L = 50{,}0x10^3x6{,}9x10^3 = 3{,}45x10^8$ Pa

$3{,}45x10^8 = \frac{W}{\pi(6{,}25x10^{-3})^2}$; W = $4{,}23x10^4$ N

De la gráfica. Limite rotura: $\sigma_R = 70{,}0x10^3x6{,}9x10^3 = 4{,}83x10^8$ Pa;

$4{,}83x10^8 = \frac{W}{\pi(6{,}25x10^{-3})^2}$; W = $5{,}93x10^4$ N

c) $\sigma = 70\%\ \sigma_L$;

$$W = 0{,}70x50{,}0x10^3x6{,}90x10^3\pi\left(\frac{12{,}5x10^{-3}}{2}\right)^2 = 2{,}96x10^4 N$$

$$\Delta L = \frac{\sigma L_0}{Y} = \frac{0{,}70x50{,}0x10^3x6{,}90x10^3x2{,}50}{6{,}90x10^{10}} = 8{,}75x10^{-3} m$$

EJERCICIO 1.11

La barra de longitud L y de peso despreciable, esta pivotada en su extremo inferior y se encuentra en equilibrio como indica la figura. Ambos alambres son de latón con igual sección transversal de 2,5 mm^2 y la longitud inicial L_1 = 2,25 m. Si θ = 53,0º y W = 800 N, halle:

a) Las tensiones en ambos alambres.
b) La región de esfuerzo que experimentan los cables.
c) La longitud inicial de L_2 si ΔL_2 = 0,425 cm.

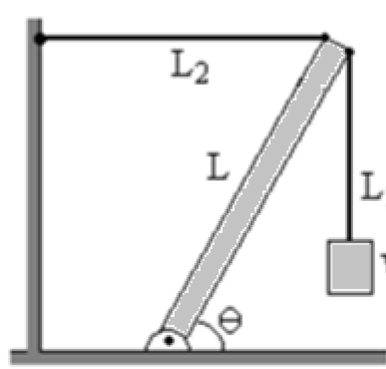


Fig.1.22. Ejercicio 1.11

Solución

a) DCL

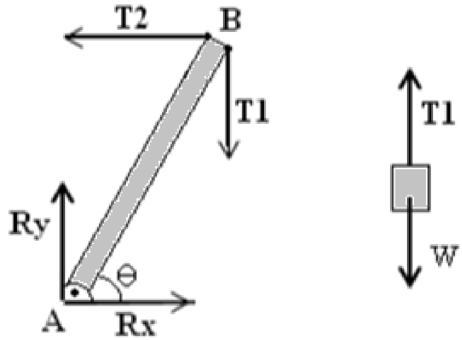


Fig.1.23. Ejercicio 1.11. DCL de la barra en equilibrio

Del DCL del bloque: $T_1 = W = 800N$

$\Sigma\tau_A = T_2 (L) sen53^\circ - T_1 (L) cos53^\circ = 0$; $T_2 = 603$ N

b)

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{A} = \frac{800}{2{,}50x10^{-6}} = 3{,}20x10^8 Pa$$

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{A} = \frac{603}{2{,}50x10^{-6}} = 2{,}41x10^8 Pa$$

Siendo el esfuerzo en el límite elástico: $\sigma_L = 3{,}52x10^8$ Pa

$\sigma_1 < \sigma_L$ y $\sigma_2 < \sigma_L$; ambos cables trabajan en la región elástica.

c) de la ec.(1.4b), resulta:

$$L_0 = \frac{\Delta L x Y A}{T_2} = \frac{0{,}425x10^{-2}x91x10^9x2{,}50x10^{-6}}{603} = 1{,}70\ m$$

EJERCICIO 1.12

Se cuelga una viga de 2000 N de dos cables (Fig. 1.24) de igual longitud y la misma sección de 4,00 mm^2, uno de acero (1) (Módulo de Young = 20x10^{10} N/m^2; Limite elástico = 450 MPa; Limite de rotura = 550 MPa) y el otro de aluminio (2) (Módulo de Young =7x10^{10}N/m^2; Limite elástico = 205 MPa; Limite de rotura = 421 MPa). Al suspenderla, ambos cables se estiran lo mismo. Calcular:

a) la tensión que soporta cada uno y sus deformaciones unitarias

b) El peso máximo que puede colgar hasta que uno de los cables se rompa. ¿Qué cable se rompe primero?

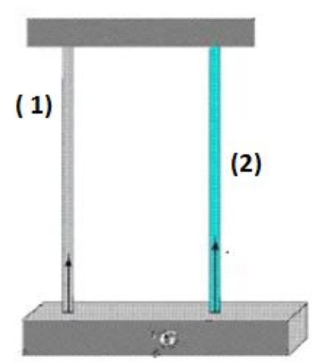


Fig. 1.24 Viga suspendida de dos cables. Ejercicio 1.12

Solución

a) $\Delta L_1 = T_1L/Y_1A$; $\Delta L_2 = T_2L/Y_2A$

$T_1 = 20T_2/7$ ---------------------- (1)

$T_1 + T_2 = 2000$ ------------- (2)

Resolviendo: $T_1 = 1481$ N y $T_2 = 519$ N

$\Delta L_1/L = 1481/20x10^{10}x4,00x10^{-6} = 1,85$ mm/m

$\Delta L_2/L = 519/7x10^{10}x4,00x10^{-6} = 1,85$ mm/m

b) $T_1 = 20T_2/7$ ---------------------- (3)

$T_1 + T_2 = W$ ------------- (4)

$T_1 = 20W/27$; $T_2 = 7W/27$

Acero: $550x10^6 = 20W/27x4,00x10^{-6}$; W = 2970 N

Aluminio: $421x10^6 = 7W/27x4,00x10^{-6}$; W = 6495 N. Wmax = 2970 N

Se rompe primero el cable de acero

EJERCICIO 1.13

Dos barras de 4,00 m de longitud cada una, de aluminio (A = 2,00 mm^2, Y = 70,0x10^9 Pa; $S_{lim,\ elástico}$ = 205MPa; S_{rotura} = 412 MPa); y acero (A = 1,20 mm^2, Y = 207x10^9 Pa; $S_{lim,elástico}$ = 450 MPa; S_{rotura} = 550 MPa). Ver Fig. 1.25, se comprimen hasta introducirlas entre dos paredes rígidas separadas una distancia de L = 7,99 m como se muestra en la figura. Determinar:

a) La Fuerza de compresión en las barras y el esfuerzo en cada una de ellas
b) La deformación en cada barra
c) La nueva longitud L hasta que una de ellas llegue al 90,0% del límite elástico.

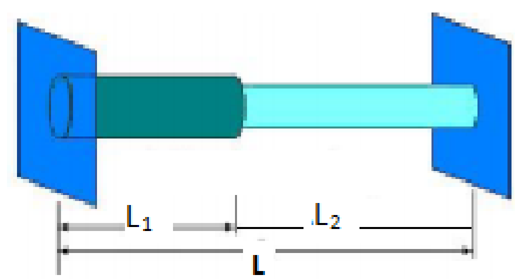


Fig. 1.25 Dos vigas de diferente material comprimidas. Ejercicio 1.13

Solución

a) $\Delta L_1 = FLo/Y_1A_1$; $\Delta L_2 = FLo/Y_2A_2$;

$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$; $L - Lo = FLo(1/Y_1A_1 + 1/Y_2A_2)$; ---------------------- (1)

$$F = \frac{8,00 - 7,99}{4,00x\left(\frac{1}{70,0x10^9x2,00x10^{-6}} + \frac{1}{207x10^9x1,20x10^{-6}}\right)} = 224\ N$$

$\sigma_1 = F/A_1 = 224/2{,}00x10^{-6} = 1{,}12x10^{8}$ Pa;
$\sigma_2 = F/A_2 = 224/1{,}20x10^{-6} = 1{,}87x10^{8}$ Pa

b) $\Delta L_1 = \sigma_1 Lo/Y_1 = 1{,}12x10^8 x4{,}00/70{,}0x10^9 = 6{,}40x10^{-3}$ m
$\Delta L_2 = \sigma_2 Lo/Y_2 = 1{,}87x10^8 x4{,}\ 00/207x10^9 = 3{,}61x10^{-3}$ m

c) $\sigma_1 = 0{,}900x205x10^6 = 185x10^6$ Pa $= F/A_1$; F = 369 N
$\Delta L_1 = FLo/Y_1A_1 = 369x4{,}\ 00/(70{,}0x10^9 x2{,}\ 00x10^{-6}) = 10{,}5x10^{-3}$ m
$\Delta L_2 = FLo/Y_2A_2 = 369x4{,}\ 00/(207x10^9 x1{,}\ 20x10^{-6}) = 5{,}94x10^{-3}$ m
$L = 2Lo - (\Delta L_1 + \Delta L_2) = 8{,}00 - (10{,}5 + 5{,}94)\ x10^{-3} = 7{,}98$ m

EJERCICIO 1.14

Se ensaya a tracción una barra de sección circular de 2,10 cm de diámetro y 10,5 cm de longitud construida con un material con un comportamiento caracterizado por: una primera fase elástica lineal con módulo de Young de $2{,}50x10^{11}$ N/m² y máxima deformación unitaria elástica igual a 0,00250; Una segunda fase plástica en la cual, sin aumento de carga respecto a la primera fase, el material alcanza una deformación de 8 veces el valor de la deformación máxima elástica. Luego se rompe. Se pide:

a) Esfuerzo en el Límite elástico del material
b) a) Representación gráfica del comportamiento mecánico del material (Esfuerzo vs. Deformación unitaria).
c) Carga máxima de tracción a la que se puede ensayar la barra para que trabaje en régimen elástico
d) Longitud de la barra bajo una carga de tracción de 100000N

Solución

a) $D = 2{,}10x10^{-2}$ m; $L_0 = 0{,}105$ cm; $Y = 2{,}50x10^{11}$ N/m^2; $(\Delta L/L_0)_{max} = 0{,}00250$
En el límite elástico: $S = Y\ (\Delta L/L_0) = 2{,}50x10^{11}x0{,}\ 00250 =$ **$6{,}25x10^8$ Pa**

b) Grafica

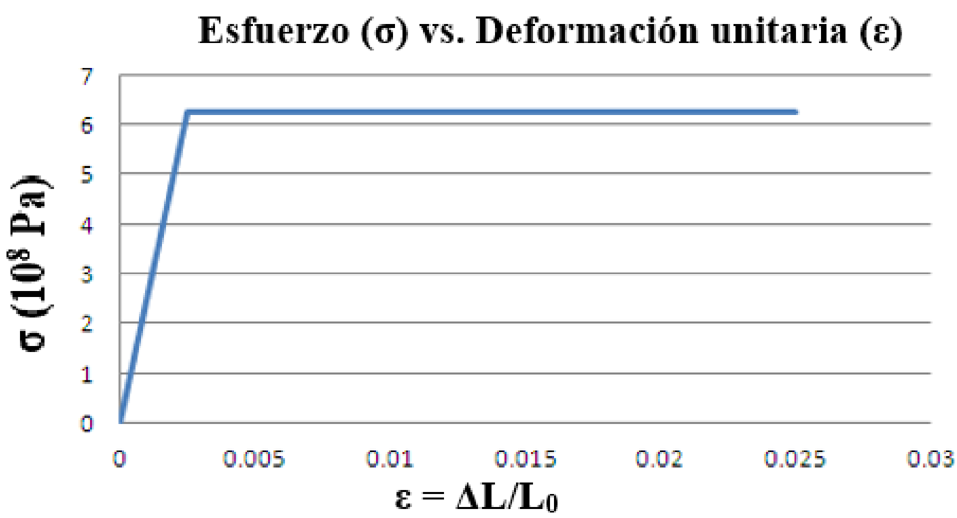


Fig. 1.26 Grafica esfuerzo (σ) vs. Deformación unitaria (ε). Ejercicio 1.14

c) $A = \pi(0{,}0210/2)^2 = 0{,}000346\ m^2$; $F_{MAX} = SA = 6{,}25x10^8x0{,}000346 = 21{,}6x10^4$ N

d) $S = F/A = 100000/0{,}000346 = 2{,}89x10^8$ Pa;
$Y = S/\ (\Delta L/L_0)$; $\Delta L = 2{,}89x10^8x0,\ 0105/2{,}50x10^{11} = 1{,}21x10^{-6}$ m
$L = Lo + \Delta L = 0{,}0105x10^{-2} +1{,}21x10^{-6} = 1{,}06x10^{-4}$ m

EJERCICIO 1.15

En el sistema en equilibrio mostrado, la barra horizontal de 8,00 m de longitud, pesa 1500 N y se le coloca una carga de 2500N a una distancia x del extremo izquierdo. El tirante de cobre tiene 2,50 cm2 de área transversal. (Módulo de Young = 12,0 x1010 N/m2, Limite elástico = 69,0 MPa) a) Determine el esfuerzo del tirante como función de x b) Haga un a grafica del esfuerzo vs. x a lo largo de toda la barra c) Obtenga la posición x y la deformación del tirante si el tirante soporta el 50% de su límite elástico.

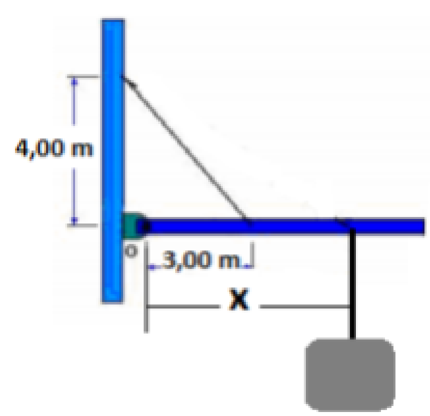
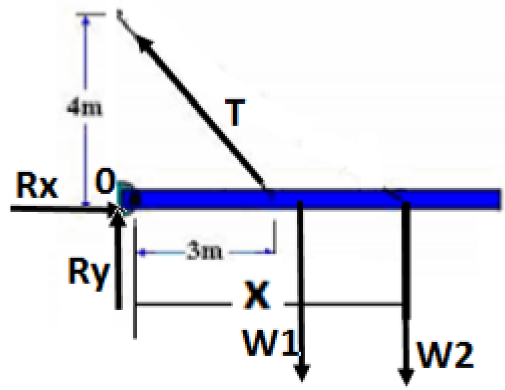


Fig. 1.27 Barra en equilibrio. Ejercicio 1.15

Solución

a) DCL

Fig. 1.28 DCL de la barra en equilibrio



$\sum\tau_0$ = Tsen53˚ (3,00) – 1500(4,00) -2500x = 0 ; T = 1043x + 2504

σ = T/A = $4{,}17.10^6$(x) + $10{,}0.10^6$

b) Grafica σ vs x

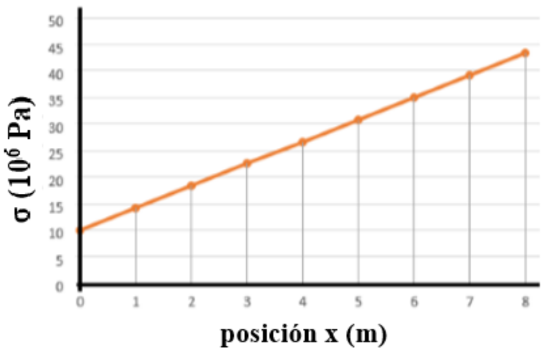


Fig. 1.29 Grafica esfuerzo (σ) vs. Posición (x) de la carga

c) σ = $4{,}17.10^6$(x) + $10{,}0.10^6$ = 0,500.0, $690.10^{8;}$ x = 5,94 m

$$\Delta L = \frac{SL_0}{Y} = \frac{0{,}500x0{,}690x10^8x5{,}00}{12x10^{10}} = 1{,}44x10^{-3}m$$

EJERCICIO 1.16

Un cable tiene está compuesto por un núcleo de acero macizo y 12 alambres de aluminio a su alrededor. El acero tiene un diámetro de 13,0 mm y cada uno de los 12 alambres de aluminio tiene un diámetro de 3,30 mm. El cable soporta una carga de 1000N y la deformación es la misma en el acero y en los alambres de aluminio. ($Y_{Acero} = 2{,}00x10^{11}$ N/m^2; $Y_{Aluminio}$ = $7{,}00x10^{10}$ N/m^2). Se pide:

a) La tensión que soporta el acero y los cables de aluminio.

b) El esfuerzo en el acero y en cada cable de aluminio

c) La deformación unitaria del cable.

Solución

a) $12\ T_1 + T_2 = 1000$ -------------- (1)

$$\Delta L = \frac{T_1 L}{Y_1 A_1} = \frac{T_2 L}{Y_2 A_2} \quad ;$$

$$\frac{T_1}{7{,}00x10^{10}x\pi(1{,}65x10^{-3})^2} = \frac{T_2}{2{,}00x10^{11}\ x\pi(6{,}50x10^{-3})^2}$$

Resultando: $T_2 = 44{,}3\ T_1$ --------------- (2)

Resolviendo ecs.(1) y (2), resulta: $T_1 = 17{,}8$ N (Aluminio) y $T_2 = 787$ N (Acero)

b) $S_1 = \frac{17{,}8}{\pi(1{,}65x10^{-3})^2} = 2{,}08x10^6 Pa$

$$S_2 = \frac{787}{\pi(6{,}50x10^{-3})^2} = 5{,}93x10^6 Pa$$

c) $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_1 = \frac{S_1}{Y_1} = \frac{2{,}08x10^6}{7{,}00x10^{10}} = 2{,}97x10^{-5}$

Igual para los dos materiales.

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 1.1

En la figura, la barra AB de longitud 2,20 m, pesa 2,30 N y sostiene una carga de peso 250 N. Los ángulos formados son $\alpha = 35º$ y $\beta = 45º$. El cable que la sostiene es de aluminio tiene sección transversal de 2,00 mm^2. ($Y_{aluminio} = 7{,}0x10^{10}$ N/m^2. Limite elástico = 2,05 x10^8 N/m^2)

a) Siendo la distancia AC =x, halle la tensión y el esfuerzo en el cable de aluminio en función de x.
b) Haga una gráfica del esfuerzo en función de x
c) Al deslizar el punto C, halle el esfuerzo máximo en el cable e indique si llega a su límite elástico

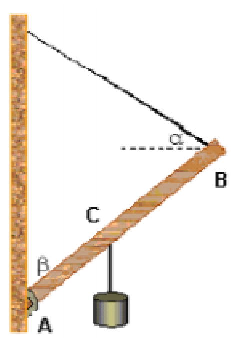


Fig.1.30. Problema 1.1

PROBLEMA 1.2

La barra de longitud L y de peso 300 N, esta pivotada en su extremo inferior y se encuentra en equilibrio como indica la figura. Ambos alambres tienen igual sección transversal de 1,80 mm^2 y la longitud inicial del cobre es de 2,20 m. Si $\theta = 53º$.

$Y_{cobre} = 11x10^{10}$ N/m^2; $Y_{acero} = 20,7x10^{10}$ N/m^2, Límite elástico cobre= 1,40 $x10^8$ N/m^2 y Límite elástico acero = 4,50 $x10^8$ N/m^2), halle:

a) El esfuerzo en ambos alambres en función de W.
b) Haga una gráfica en un mismo sistema coordenado de Esfuerzo (S) vs, W de los alambres.
c) Para qué valor de W, uno de los alambres llega primero a su límite elástico
d) Para el valor de W obtenido en (C), calcule la deformación del cobre ΔL_2.

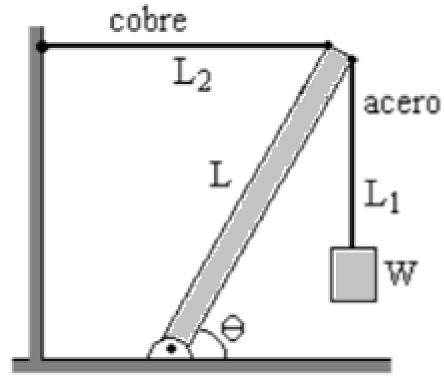


Fig.1.25. Problema 1.2

PROBLEMA 1.3

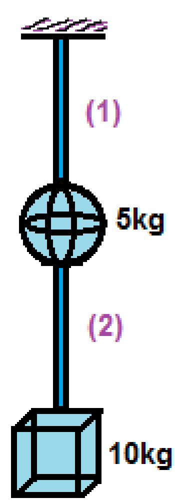
¿Cuál debe ser el diámetro mínimo de un cable de acero que se quiere emplear en una grúa diseñada para levantar un peso máximo de 10000 kg. El esfuerzo de ruptura por tracción del acero es de $30x10^7$ Pa. Igual pero si se quiere un coeficiente de seguridad de 0,6.

PROBLEMA 1.4

Una varilla metálica de 4 m de largo y sección 0,5 cm^2 se estira 0,20 cm al someterse a una tensión de 5000 N. ¿Qué módulo de Young tiene el metal?

PROBLEMA 1.5

Para construir un móvil, un artista cuelga una esfera de aluminio de 5 kg de un alambre vertical 11 de acero de 0,4 m de largo y sección $3x10^{-3}$ cm^2. En la parte inferior de la esfera sujeta un alambre similar 22 del cual cuelga un cubo de latón de 10 kg. Para cada alambre calcular la deformación por tensión y el alargamiento.



PROBLEMA 1.6

Una prensa hidráulica contiene 0,25 m^3 de aceite. Calcúlese la disminución de volumen del aceite cuando se le somete a un aumento de presión de $1.6x10^7$ Pa. El módulo de volumen del aceite es $B = 5,0x10^9$ Pa y su compresibilidad es 1/B.

PROBLEMA 1.7

Se somete a una muestra de cobre de forma cúbica con 10 cm de arista a una compresión uniforme, aplicando una tensión equivalente a una tonelada perpendicularmente a cada una de sus caras. La variación relativa de volumen que se observa es de 7,25x10^{-6} ΔV/VoΔV/Vo. Determinar el módulo de compresibilidad del Cu en el sistema internacional, sabiendo que el módulo de Young del cobre es 120x10^{9} Pa. Obtener además el módulo de Poisson.

PROBLEMA 1.8

12. Se somete a un cuerpo de cobre de forma cúbica y de 1 dm de arista a una fuerza de 1 tonelada, aplicada tangencialmente a la superficie de una de sus caras. Determinar el ángulo de deslizamiento. El módulo de deslizamiento del Cu es de 1.6´10^{3} kp/mm^{2}. *Sol*: q = 0.35º, x = 0.0613 cm

PROBLEMA 1.9

16. Un bloque de gelatina tiene 60 x 60 x 20 mm cuando no está sometido a esfuerzo alguno. Se aplica una fuerza de 0.245 N tangencialmente a la superficie superior 60x2060x20, provocándole un desplazamiento de 5 mm relativo a la superficie inferior. Encontrar el esfuerzo cortante, la deformación cortante y el módulo de esfuerzo cortante. *Sol*: t = 204.2 N/m^{2}, g = 0.0833, G = 2451 N/m^{2}

PROBLEMA 1.10

Una probeta de un material de dimensiones 10 x 10 x 10cm con un comportamiento elástico lineal rompe cuando la carga ha alcanzado un valor de 15.000kg, registrándose en ese momento un acortamiento de 0,3mm. Se pide: a) Representación gráfica del comportamiento mecánico del material y tipo de fractura que experimenta. b) Calcular la tensión de compresión en rotura c) Calcular la deformación unitaria en rotura d) Calcular el módulo de elasticidad del material e) Sabiendo que el coeficiente de Poisson (ע (del material es 0,3, calcular la deformación transversal de la probeta en rotura. f) Calcular el área que deberá tener la probeta para que con la misma carga del ensayo la tensión de trabajo del material se reduzca a la mitad y acortamiento de la probeta.

PROBLEMA 1.11

Se ensaya a tracción una barra de sección circular de 2cm de diámetro y 10cm de longitud construida con un material con un comportamiento elasto-plástico caracterizado por una primera fase elástica lineal con módulo de Young E=2.106 kg/cm² y máxima deformación elástica del 0,2% y, previamente a la rotura, un segundo periodo plástico en el cual, sin aumento de carga respecto al periodo anterior, el material alcanza una deformación de 8 veces el valor de la deformación elástica. Se pide: a) Representación gráfica del comportamiento mecánico del material y tipo de fractura que presenta b) Límite elástico del material c) Carga máxima de tracción a la que se puede ensayar la barra para que trabaje en régimen elástico d) Longitud de la barra bajo una carga de tracción de 100000N e) Si tras alcanzar en el ensayo una deformación del 0,3% dejamos de aplicar la carga, calcular la longitud de la barra tras la descarga. Representar gráficamente el proceso de carga-descarga. f) ¿Se puede volver a ensayar la barra de nuevo?. Justificar la respuesta.

PROBLEMA 1.12

Comparar el comportamiento mecánico del material estudiado con el de una probeta de plástico de metacrilato de 10x50mm de sección y 15cm de longitud que se ensaya a tracción a temperatura ambiente según las siguientes cargas e incrementos de longitud:

fuerza aplicada (N)	Δl (cm)
40	0,048
87,5	0,1095
128	0,1665
155,5	0,1935
199	0,2445
220	0,276
241	0,3135
269,5	0,39
290,5	0,4965
310	0,6435
310,5	fractura

PROBLEMA 1.13

Se aplica una carga de tracción en rango elástico sobre una barra de acero de $6cm^2$ de sección transversal. Se aplica la misma carga sobre una barra de aluminio de la misma longitud y en rango elástico se obtiene el mismo alargamiento que en el caso de la barra de acero. Sabiendo que el módulo de Young del acero Eac=210.000MPa y que el del aluminio Eal=70300MPa. Se pide: a) Calcular la sección transversal de la barra de aluminio b) Si las barras de ambos materiales tienen una longitud de 20cm ¿Cuál es el alargamiento producido por una carga de 3000kg? Resultados a) $A=18cm^2$ b) $\Delta L=0,005cm$

PROBLEMA 1.14

Se ensaya a tracción una barra de sección circular, de 20mm de diámetro y 25cm de longitud, de un material con comportamiento elasto-plástico lineal y un módulo de elasticidad de 2,1.105MPa. En una primera fase del ensayo se comprueba que el material se comporta elásticamente hasta una deformación de 0,002. Posteriormente se ha continuado el ensayo aumentando la deformación sin aumento de carga y después se ha descargado la barra. Al finalizar el ensayo se comprueba que la longitud de la barra es de 25,2cm. Se pide: a) Representación gráfica acotada de los procesos de carga y de descarga según un diagrama tensión-deformación b) Límite elástico del material de la barra c) Longitud de la barra tras el proceso de carga d) Deformación plástica remanente del material e) ¿Se podría volver a ensayar la barra a tracción?. Justificar la respuesta Resultados b) 2 el σ = 4200kg cm/ d) εpl=0,8% c) Lf=25,25cm e) Si

PROBLEMA 1.15

Se ensaya a tracción una barra de sección cuadrada de 20x20mm y una longitud de 30cm de un material con un comportamiento elasto-plástico lineal. Se comprueba que bajo una carga de 16.800kg se alcanza la máxima deformación en régimen elástico y la barra incrementa su longitud en 0,6mm. Se continua el ensayo hasta que la deformación de la barra alcanza el valor de 0,01 y posteriormente se descarga. Se pide: a) Representación gráfica acotada de los procesos de carga y de descarga en un diagrama tensión-deformación b) Deformación máxima de la barra en régimen elástico c) Módulo de elasticidad del material de la barra d) Longitud de la barra tras el proceso de carga e) Longitud de la barra tras el proceso de carga y descarga f) Si se volviese a ensayar la barra ¿Cuál sería la máxima tensión en rango elástico que admitiría?. Justificar la respuesta. Resultados b) εel=0,2% c) E=2.100.000k/cm² d) Lf=30,3cm e) Lf=30,24cm f) 2 el σ = 4200kg cm

PROBLEMA 1.16

Se pretende comparar las propiedades mecánicas de dos materiales metálicos distintos, caracterizados ambos por un comportamiento elasto-plástico con: Acero: primera fase elástica lineal con límite elástico de 230MPa y módulo de Young de 200GPa, tras la cual se sucede una fase plástica en la que, sin aumento de tensión el material puede alcanzar una deformación de hasta 10veces el valor de la deformación elástica máxima. Aluminio: primera fase elástica lineal con límite elástico de 100MPa y módulo de Young de 70GPa, tras la cual se pasa a una fase plástica en la que, sin aumento de tensión, el material puede alcanzar una deformación de hasta 8 veces el valor de la deformación elástica máxima. a) Dibujar y comparar las gráficas tensión-deformación de cada uno de los materiales b) Si dos barras de 30cm de longitud y sección cuadrada 20x20mm, una de acero y otra de aluminio se someten a ensayo de tracción hasta que ambas adquieren una longitud de 300,4mm, determinar la tensión de trabajo de cada una de las barras bajo carga y longitud de cada una de las barras tras la descarga. Representar el ensayo en las gráficas tensión - deformación. c) ¿Se podrían ensayar de nuevo las barras? Razonar la respuesta.