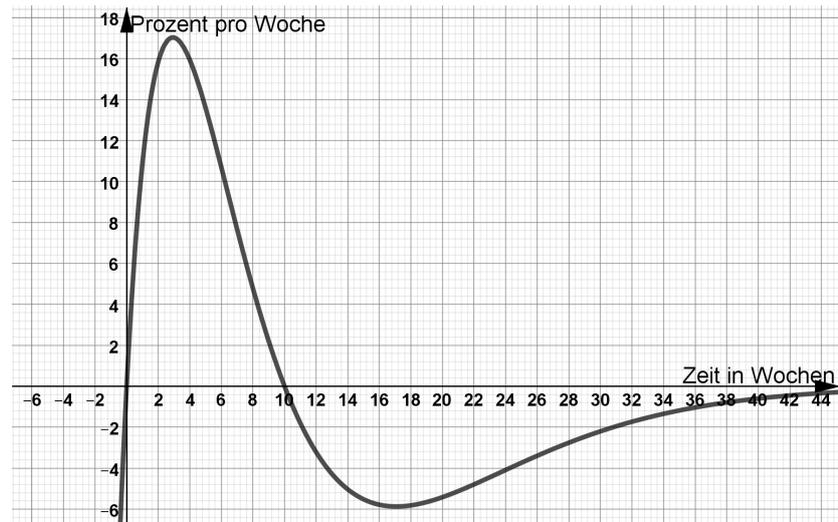


In einem Dorf kommt ein Gerücht auf. Das Gerücht verbreitet sich unter den Anwohnern des Dorfes und wird schließlich auch wieder vergessen.

Die Funktion  $f$  ordnet jedem Zeitpunkt  $t$  in Wochen die Änderungsrate des Anteils der Bewohner zu, die von dem Gerücht wissen.



$$f(x) = \frac{1}{5} \left( 10 x e^{-\frac{1}{5}x+2} - x^2 e^{-\frac{1}{5}x+2} \right)$$

- Berechnen Sie  $f(20)$  und interpretieren Sie den Wert im Sachkontext.
- Berechnen Sie  $f'(2)$  und interpretieren Sie den Wert im Sachkontext.
- Bestimmen Sie rechnerisch den Hochpunkt und den Tiefpunkt von  $f$  und interpretieren Sie die Punkte im Sachkontext.
- Der Punkt  $W(23,6603 | -4,2072)$  ist ein Wendepunkt von  $f$ , mit  $f'(23,6603) = 0,3556$ .
  - Erläutern Sie ausführlich, wie man Wendepunkte rechnerisch bestimmt, ohne die Rechnung konkret durchzuführen.
  - Interpretieren Sie das genannte Ergebnis.
  - Es gibt noch einen weiteren Wendepunkt. Lesen Sie den zweiten Wendepunkt aus dem Graphen ab und erläutern Sie Ihr vorgehen.
- Geben Sie begründet den Zeitpunkt an, zu dem der Anteil der Dorfbewohner, die das Gerücht kennen, maximal ist.
- Berechnen Sie den Anteil der Dorfbewohner, die das Gerücht nach 1 Jahr noch kennen.
- Es gilt

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^2 f(x) dx \approx 10$$

Interpretieren Sie die Rechnung im Sachkontext.