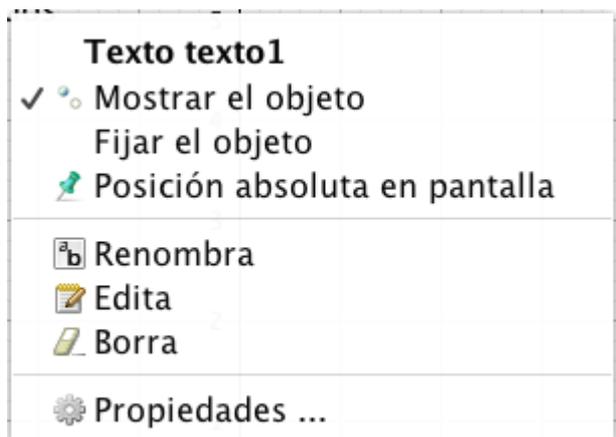


Podemos medir longitudes, distancias, perímetros, áreas y volúmenes de las figuras que construimos. Además, podemos incorporar texto dinámico que nos permite introducir explicaciones en las que los valores que incluyamos se ajustan a las modificaciones del objeto o de los objetos a los que hacemos referencia.

Tened en cuenta que es mejor activar las opciones "**Fijar el objeto**" y "**Posición absoluta en pantalla**" si no queremos que los textos "vuelen" por la aplicación.



Recursos:

1. Todos los posibles [comandos sobre texto](#) con GeoGebra.
2. Conceptos básicos sobre la herramienta de textos.

Con GeoGebra podemos escribir textos que se ajustan a los valores de los objetos que incluimos en los mismos además de disponer de una gran variedad de símbolos. <https://youtu.be/A8Qo2X4b5Ak>

1. [Estudio de un tetraedro y la relación entre sus esferas, inscrita y circunscrita.](#)

El GeoGebra 3D puede ser una buena herramienta de experimentación. Puede permitir a los alumnos hacer sus investigaciones y descubrir propiedades. Usando las herramientas de texto vamos a hacer una construcción que nos permita observar algunas relaciones entre el tetraedro y sus esferas inscrita y circunscrita.

El punto de partida de GeoGebra será dejando activas las vista: algebraica, gráfica y gráfica 3D; y nos aseguraremos que hemos activado la opción de no etiquetar ningún objeto nuevo.

Con las herramientas de la vista gráfica seleccionaremos un Deslizador y clicaremos sobre la Ventana Gráfica. Le daremos el nombre r y haremos que tome valores entre 0.1 y 3.

En la ventana de **Entrada** escribiremos **Circunferencia((0,0),r)**.

Dibujaremos un punto en la circunferencia realizada, al que llamaremos **A**.

Ahora crearemos un nuevo punto, **B**, sobre la circunferencia que el ángulo AOB sea de 120° . Para ello introduciremos el comando **Rota(<Objeto>, <Ángulo>, <Punto>)**. En la Entrada escribiremos **B=Rota(A, 120° , (0,0))**.

GeoGebra Classic 5

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

Vista Algebraica Vista Gráfica Vista Gráfica 3D

- $r = 1.5$
- $c: x^2 + y^2 = 2.25$
- $A = (-1.47, 0.31)$
- $B = (0.46, -1.43)$

Entrada:

Dibujamos una circunferencia que tenga por centro el punto medio de A y B, de radio, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ la longitud del segmento AB y que sea ortogonal a la dirección que marca AB.

Circunferencia(PuntoMedio(A, B), Distancia(A, B) $\sqrt{3} / 2$, Segmento(A, B))

Y a continuación, ponemos un punto C en la circunferencia dibujada.

Con el comando **Tetraedro(<Punto>, <Punto>, <Punto>)** obtendremos el tetraedro ABCD.

Tetraedro(A, B, C)

Vista Algebraica Vista Gráfica Vista Gráfica 3D

- $r = 1.5$
- $c: x^2 + y^2 = 2.25$
- $A = (-1.46, 0.35)$
- $B = (0.42, -1.44)$
- $d: X = (-0.52, -0.54, 0) + |$
- $C = (0.69, 0.73, 1.41)$
- aristaCD = 2.6
- aristaBD = 2.6
- aristaBC = 2.6
- aristaAD = 2.6
- aristaAC = 2.6
- aristaAB = 2.6
- caraBCD = 2.92
- caraACD = 2.92
- caraABD = 2.92
- caraABC = 2.92
- $D = (-1.03, -1.08, 2.12)$
- $a = 2.07$

Con esta construcción del tetraedro podemos moverlo si desplazamos los vértices A o C, y además, podemos variar sus dimensiones con el deslizador r.

Escondamos las dos circunferencias y en la vista gráfica 3D, eliminamos los ejes y el plano.

Buscaremos el centro de gravedad del tetraedro. Para ello usaremos la Herramienta **Medio o Centro** y una vez seleccionada clicaremos sobre una cara del tetraedro, por ejemplo, BCD, y después sobre otra, por ejemplo, ACD. De esta manera tendremos los puntos E y F.

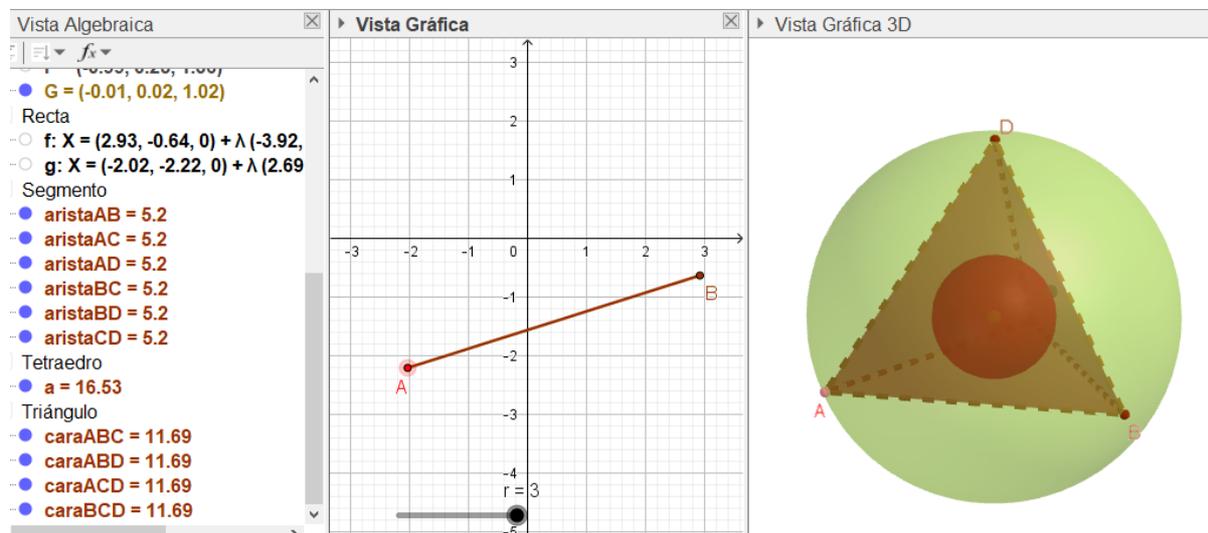
Trazaremos las rectas que unen AE y BF, y hallaremos su punto de intersección, **G**, el centro de gravedad del tetraedro y a su vez, el centro de la esferas inscrita y circunscrita.

Escondemos las dos rectas creadas.

Construimos la **esfera de centro G y que pase por uno de los vértices del poliedro**.

Construimos la **esfera de centro G y que pase por E o por F**.

Ahora podemos ocultar los puntos E y F, y modificar los atributos (color, transparencia, etc) de los diferentes objetos para que se puedan distinguir.



Buscamos el resto de baricentros de las dos caras que nos quedan del tetraedro, H e I.

Construimos el tetraedro que tiene por vértices EFHI: **Tetraedro(F, E, H)**

¿Qué relación existe en los volúmenes de los dos tetraedros? ¿y entre los volúmenes de las dos esferas?

Con la herramienta **Texto** y clicando en la pantalla de la Vista Gráfica introducimos las siguientes instrucciones en la casilla **Edita**:

Texto

Edita

$$\frac{\text{Volumen Tetraedro}}{\text{Volumen Tetraedro Dual}} = \frac{a}{h} = a/h$$

Fórmula LaTeX | Símbolos | Objetos

π

Vista previa

$$\frac{\text{Volumen Tetraedro}}{\text{Volumen Tetraedro Dual}} = \frac{16.53}{0.61} = 27$$

Ayuda OK Cancela

Recordad de tener marcada la casilla Fórmula LaTeX y clicad OK.

La relación de volúmenes es constante (podemos modificar los puntos A, C y el deslizador r) y coincide con la relación de volúmenes entre las esferas:

Texto

Edita

$$\frac{\text{Volumen esfera circunscrita}}{\text{Volumen esfera inscrita}} = \frac{\text{Volumen(b)}}{\text{Volumen(e)}} = \text{Volumen(b)/Volumen(e)}$$

Fórmula LaTeX | Símbolos | Objetos

π

Vista previa

$$\frac{\text{Volumen esfera circunscrita}}{\text{Volumen esfera inscrita}} = \frac{134.95}{5} = 27$$

Ayuda OK Cancela

Acabad la construcción buscando otras relaciones como el cociente entre la altura del tetraedro y la distancia del baricentro a una de sus caras.

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

Vista Gráfica Vista Gráfica 3D

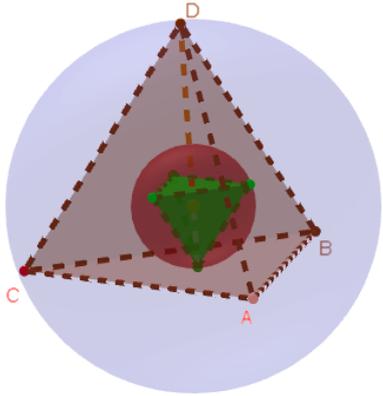
$$\frac{\text{Volumen Tetraedro}}{\text{Volumen Tetraedro Dual}} = \frac{16.53}{0.61} = 27$$

$$\frac{\text{Volumen esfera circunscrita}}{\text{Volumen esfera inscrita}} = \frac{134.95}{5} = 27$$

$$\frac{\text{radio esfera circunscrita}}{\text{radio esfera inscrita}} = \frac{3.18}{1.06} = 3$$

$$\frac{\text{altura del tetraedro}}{\text{distancia del baricentro a una cara}} = \frac{4.24}{1.06} = 4$$

$r = 3$



2. Un problema de optimización

En el siguiente vídeo podréis ver la construcción paso a paso de un problema de optimización clásico utilizando la herramienta de texto de GeoGebra: <https://youtu.be/EXiiZd4IPMo>