# Matrices: bewerkingen

**Virga-Jessecollege** **Toets WISKUNDE**
**Hasselt** **leerkracht: Karel Appeltans**
**Datum:** **schooljaar 20…-20…**
**Klas: V** **Afdeling:**
**Naam:.....** **Aantal uren wiskunde: 6**

| | |
|---|---|
| 1 | Bepaal x zodat $A = A^{-1}$ met $A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ |
| 2 | **2.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix} 0 & x+1 \\ x-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.<br>**5p** **a)** Arătați că $B(1)+B(3)=2B(2)$.<br>**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.<br>**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $B(x)\cdot B(x)=B(x)$. |
| 3 | Los op:<br>) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 28$ |
| 4 | **Vraag 8.**<br>Gegeven de matrix<br>$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$<br>Als $n$ een natuurlijk getal is dat verschillend is van nul, noteren we<br>$\mathbf{A}^n = \underbrace{\mathbf{A}\mathbf{A}\cdots\mathbf{A}}_{n \text{ factoren}}$<br>Voor elk natuurlijk getal $n \neq 0$ geldt dat<br>< A > $\mathbf{A}^n = \mathbf{A}$<br>< B > $\mathbf{A}^n = 3\mathbf{A}$<br>< C > $\mathbf{A}^n = 3^{n-1}\mathbf{A}$<br>< D > $\mathbf{A}^n = 3^n\mathbf{A}$ |

5

Matrices $A$ and $B$ are defined by

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} x+2 & x-2 & x+3 \\ -4 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(*a*) Find the product $AB$.

(*b*) Obtain the determinants of $A$ and of $AB$.

Hence, or otherwise, obtain an expression for det $B$.

6

Toon aan: als A idempotent is dwz $A^2=A$ dan is I-A ook idempotent

7

On donne les matrices suivantes: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Calculer $A^2$ et montrer qu'il existe deux réels $a$ et $b$ que l'on déterminera tels que $A^2 = aA + bI_3$.

8

Bepaal alle waarden voor a en b $\in \mathbb{R}$ waarvoor A en B beiden niet inverteerbaar zijn.

$A = \begin{bmatrix} a+b-1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ en $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 2a-3b-7 \end{bmatrix}$

9

Bepaal de matrix A die voldoet aan: $(A^T - 8I)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

10

Een vierkante matrix A wordt orthogonaal genoemd als $A^T = A^{-1}$. Bepaal de waarde van k zodat de volgende matrix orthogonaal is: $\begin{bmatrix} k & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

11

Gegeven: $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2x2}$

1. Bepaal de ontbrekende elementen van B zodat $B^2 = 0$
2. Toon aan dat $I + B$ inverteerbaar is, en bepaal de inverse
3. Toon aan dat voor elke matrix A, met $A^2 = 0$ , $I + A$ inverteerbaar is met inverse $I - A$

12

Bereken de matrix $X \in \mathbb{R}^{2x2}$ in de volgende vergelijking: $3A + \frac{1}{2}B \cdot X = C$ met $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ en $C = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -11 \end{bmatrix}$

13

Bereken de matrix $X \in \mathbb{R}^{2x2}$ in de volgende vergelijking:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = I$$

14

3) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$, then the correct relation is

A) $A^2 = B^2$

B) $A + B = B - A$

C) $AB = BA$

D) None of these

15

5) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix}$, then $A^2 =$

A) Unit matrix

B) Null matrix

C) A

D) - A

16

8) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ a & b \end{bmatrix}$ and $A^2 = O$, then $(a, b) =$

A) $(-2, -2)$

B) $(2, -2)$

C) $(-2, 2)$

D) $(2, 2)$

17

Given $A$ is the matrix $\begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

prove by induction that

$A^n = \begin{pmatrix} 2^n & a\left(2^n - 1\right) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \geq 1$.

18

85) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ and $(A+B)^2 = A^2 + B^2$, then the value of a and b are

A) $a = 4, b = 1$

B) $a = 1, b = 4$

C) $a = 0, b = 4$

D) $a = 2, b = 4$

19

29) If - 9 is a root of the equation $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix} = 0$then the other two roots are

A) 2, 7

B) - 2, 7

C) 2, -7

D) - 2, -7

20

65) A root of the equation $\begin{vmatrix} 3-x & -6 & 3 \\ -6 & 3-x & 3 \\ 3 & 3 & -6-x \end{vmatrix} = 0$i

A) 6

B) 3

C) 0

D) None of these

21

Prove by induction that, for $n \in \mathbb{Z}^+$,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{4}(5^n - 1) & 5^n \end{pmatrix}$$

22

Find the possible value of x can take, given that

$A = \begin{pmatrix} x^2 & 3 \\ 1 & 3x \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ such that $AB = BA$.

23

Van de matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 1+a & 1 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}$ is gegeven dat $A \cdot B = B \cdot A$. Wat kan je besluiten over de reële getallen $a$ en $b$?

(A) niets

(B) $a = -1$ en $b = 0$

(C) $a$ is willekeurig en $b = 0$

(D) $a = -1$ en $b$ is willekeurig

24

The square matrices $A$ and $B$ are such that $AB = BA$. Prove by induction that $A^nB = BA^n$ for all integers $n \geq 1$.

25

You are given that $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & k \\ -2 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ and $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 11 & -5 & -7 \\ 1 & 11 & 5+k \\ -5 & 29 & 7 \end{pmatrix}$ and that **AB** is of the form

$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 42 & \alpha & 4k-8 \\ 10-5k & -16+29k & -12+6k \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$.

**(i)** Show that $\alpha = 0$ and $\beta = 28 + 7k$. **[3]**

**(ii)** Find **AB** when $k = 2$. **[2]**

**(iii)** For the case when $k = 2$ write down the matrix $\mathbf{A}^{-1}$. **[3]**

26

3. Let $A$, $B$ and $C$ be invertible $n \times n$ matrices. If $A^{-1}B^{-1} = C^{-1}$, then what is $A$?

A. $A = CB^{-1}$

B. $A = C^{-1}B^{-1}$

C. $A = BC^{-1}$

D. $A = B^{-1}C$

E. $A = BC$

Verklaar uw antwoord