

Гимназија "Исидора Секулић"

КВАДРАТНА ЈЕДНАЧИНА

задачи ученика другог разреда

Мирјана Јовановић, наставник математике
одељења II-4

2023/24.

I ГРУПА

Лана Нићифоровић, Мина Пухаловић, Михајло Ристић и Ана Арсенић

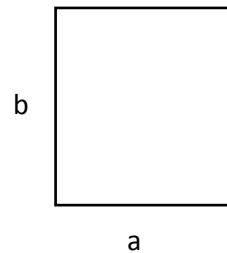
1. Правоугаони тепих има површину 15 m^2 . Дужина тепиха је за 2 метра већа од његове ширине.

- Одредити једначину која повезује површину и дужину тепиха.
- Решити добијену једначину.
- Које су димензије тепиха?

$$P = 15 \text{ m}^2$$

a – ширина тепиха

b – дужина тепиха



$$P = a \cdot b$$

$$b = a + 2$$

$$P = a(a + 2)$$

$$P = a^2 + 2a$$

$$a^2 + 2a = 15 \quad / +1$$

$$a^2 + 2a + 1 = 16$$

$$(a + 1)^2 = 16$$

$$|a + 1| = \sqrt{16}$$

$$a + 1 = 4 \vee -a - 1 = 4$$

$a = 3$ \vee $a = -5$ ✗ димензије тепиха не могу бити негативне

$$b = a + 2$$

$$b = 5$$

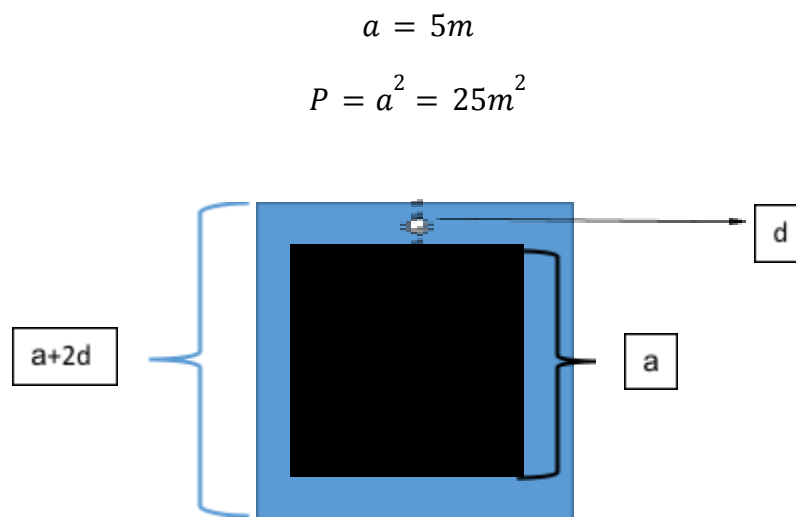
Димензије тепиха: ширина је 3 m^2 а дужина је 5 m^2 .

II ГРУПА

Саша је поплучао део дворишта квадратног облика, квадратним плочама дужине 1 метар. Купио је тачно онолико плоча, колико му је потребно за поплучавање планиране површи, но након завршетка радова учинило му се да га треба проширити. За проширење са сваке стране по d метара, потребне су му још 24 плоче. Дужина првобитно поплучаног дела била је 5 метара.

- Нацртај скицу која одговара датом проблему.
- Одреди једначину која представља дату ситуацију.
- Реши једначину.

За колико је Саша проширио поплучани део дворишта?



Након проширивања дворишта за d метара са сваке стране, нова дужина дворишта (странице) је $a + 2d$. Површину проширења израчунаћемо на следећи начин:

$$(a + 2d)^2 = P + x$$

x — укупна површина додатих плоча

Пошто је површина сваке плоче $1m^2$, у овом случају је $x = 24m^2$, па се једначина решава:

$$(5 + 2d)^2 = 25 + 24$$

$$(5 + 2d)^2 = 49$$

$$5 + 2d = 7 \quad \vee \quad 5 + 2d = -7$$

$$2d = 2 \quad \vee \quad 2d = -12$$

$$d = 1 \quad \vee \quad d = -6$$

Пошто дужина не може бити негативна, решење је $d = 1$, што значи да је Саша проширио двориште за по 1 метар са сваке стране.

Чланови групе: Нађа Бабић, Никола Вукасовић, Лена Крстић и Никола Пајић.

II група

Нађите два узастопна броја чији је производ једнак 56. Затим, направите квадратну једначину на основу тих бројева и решите је како бисте пронашли вредност оба броја.

Треба пронаћи два узастопна броја чији је производ 56. То су бројеви 7 и 8.

Сада можемо формирати квадратну једначину на основу ових бројева. Претпоставимо да су узастопни природни бројеви 'n' и 'n + 1'.

1. Производ два узастопна броја је 56:

$$n \times (n + 1) = 56$$

решимо прву једначину:

$$n \times (n + 1) = 56$$

$$n^2 + n = 56$$

$$n^2 + n - 56 = 0$$

Сада решавамо квадратну једначину за 'n'.

Да бисмо решили квадратну једначину $n^2 + n - 56 = 0$, можемо користити квадратну формулу:

$$n = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) \div (2a)$$

У овом случају, $a = 1$, $b = 1$, и $c = -56$. Сада можемо применити вредности у квадратну формулу:

$$n = (-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times (-56)}) \div 2$$

$$n = (-1 \pm (1 + 224)) \div 2$$

$$n = (-1 \pm \sqrt{225}) \div 2$$

$$n = (-1 \pm 15) \div 2$$

Сада можемо добити две вредности за 'n' користећи обе опције за \pm :

1. $n = (-1 + 15) \div 2 = 7$

2. $n = (-1 - 15) \div 2 = -8$

Дакле, решења квадратне једначине $n^2 + n - 56 = 0$ су $n = 7$ и $n = -8$.

Пошто тражимо узастопне бројеве, узимамо позитиван резултат за n што значи да су ти бројеви 7 и 8

Никола Пајић

Лена Крстић

Никола Вукасовић

Нађа Бабић

III група

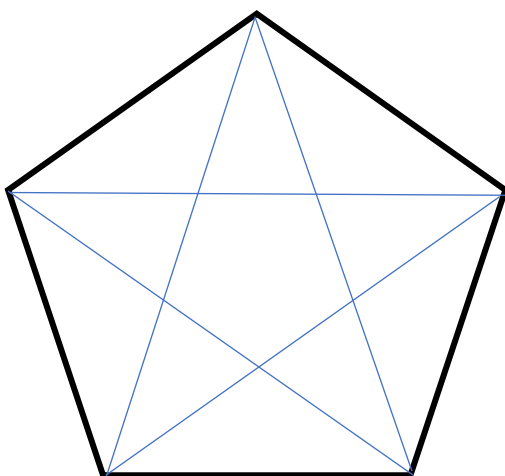
А) Одреди формулу за одређивање броја дијагонала d n конвексног n -тоугла.

Број страница многоугла, n	4	5	6	7	8
Број дијагонала које полазе из сваког темена	1	2	3	4	5
Укупан број дијагонала, d	2	10	18	28	40

Б) На основу добијене формуле, одреди који од следећих бројева представља број дијагонала, као и о ком се многоуглу ради:

а) 20 , б) 30, в) 35, г) 50, ђ) 54.

А)



ДИЈАГОНАЛА - представља дуж која спаја два несуседна темена многоугла.



- n (број темена) множимо укупним бројем темена минус 3, јер:

1. теме не може да формира дуж само са собом
2. теме са своја два суседна темена формира странице многоугла; а не дијагонале

- Број који добијемо делимо са 2 јер ће се свака дуж преклопити - $(AB=BA)$

Б) I начин

II начин

$$\text{a) } \frac{n(n-3)}{2} = 20$$

$$n^2 - 3n = 40$$

$$n^2 - 3n + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = 40 \quad \text{или} \quad n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$\left(n - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{160}{4} + \frac{9}{4} \quad n^2 + 5n - 8n - 40 = 0$$

$$n - \frac{3}{2} = \sqrt{42.25} \quad n(n+5) - 8(n+5) = 0$$

$$n = 6.5 + 1.5 = 8$$

$$n + 5 = 0 \quad \vee \quad n - 8 = 0$$

$$n = -5 \quad \quad \quad n = 8$$

$$\text{в) } n = -7 \quad \vee \quad n = 10$$

$$\text{д) } n = -9 \quad \vee \quad n = 12$$

Катарина Ајдер,
Матија Стојаноски,
Анна Александра Копривица,
Марко Томовић

III ГРУПА

Марија има "x" број година. Знамо да је квадрат њених година умањен са 5 једнак броју 20. Колико година има Марија?

$$x^2 - 5 = 20$$

$$x^2 - 5 - 20 = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25$$

$x = 5 \vee x = -5$ \Rightarrow $x = 5$, јер знамо да број година не може бити негативан.

Катарина Ајдер,

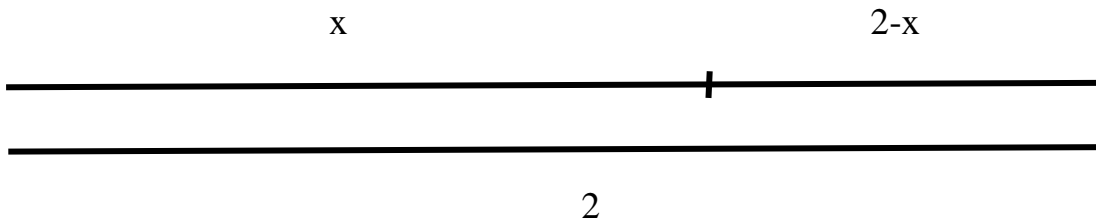
Матија Стојаноски,

Марко Томовић,

Анна Александра Копривица, II4

ГРУПА IV

Дуж је подељена тзв. златним пресеком, ако се дужи део према краћем делу односи као цела дуж према дужем делу. Одредити размеру дужег дела према краћем делу за дуж дужине 2.



Задатак започињемо тако што прво састављамо размеру од датих вредности како бисмо даљим поступком направили једначину.

$$(2 - x) : x = x : 2$$

$$2(2 - x) = x^2$$

$$4 - 2x = x^2$$

Једначину можемо решити на два начина: као квадратну једначину или допуном квадрата.

1. Допуна квадрата

$$-x^2 - 2x = -4 \quad / \cdot (-1)$$

$$x^2 + 2x = 4$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 5$$

$$x_1 = \sqrt{5} - 1$$

$$x_2 = -\sqrt{5} - 1$$

Друго решење не можемо узети у обзир јер дуж не може имати негативну дужину.

2. Квадратна једначина

$$-x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-1) \cdot 4}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{-2}$$

$$x = -\frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$\begin{array}{ccc}
 x = -\frac{2+2\sqrt{5}}{2} & \vee & x = -\frac{2-2\sqrt{5}}{2} \\
 x_1 = -\sqrt{5} - 1 & \vee & x_2 = \sqrt{5} - 1
 \end{array}$$

Све што је преостало јесте да уврстимо решење у размеру.

$$(2 - \sqrt{5} + 1) : (\sqrt{5} - 1) = (\sqrt{5} - 1) : 2$$

Чланови групе:

Јаковљевић Ана

Радишић Димитрије

Вук Лончар

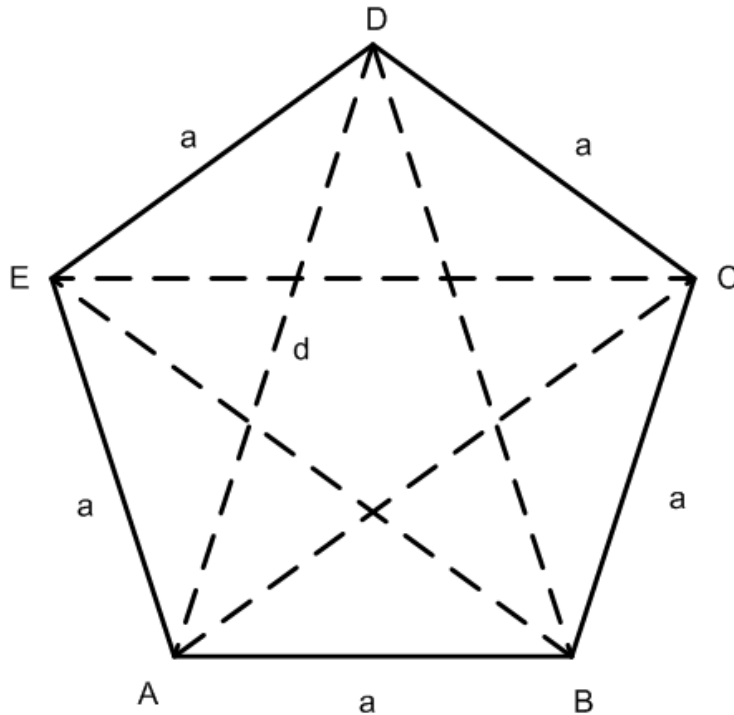
Маринковић Душан

Јована Симоновић

IV ГРУПА

Јаковљевић Ана, Радишић Димитрије, Вук Лончар, Маринковић Душан, Јована Симоновић

2. У правилном петоуглу (једнаке стране и једнаки углови) однос дијагонале и стране једнак је златном пресеку, ако се дужи део према краћем делу односи као цела дуж према дужем делу. Одредити страну и дијагоналу петоугла ако је $d - a = 4\text{cm}$.



$$\frac{d}{a} = \frac{a}{d-a}$$

$$a^2 = d(d-a)$$

$$a^2 = 4d$$

$$a = 2\sqrt{d} \quad \vee \quad a = -2\sqrt{d}$$

Немогуће јер дужина дужи не може бити мања од 0

$$a = 2\sqrt{d}$$

Морамо одредити однос златног пресека. Узећемо да је x дужина дужи, x_1 дужи део и $x - x_1$ краћи.



$$x_1 : (x - x_1) = x : x_1$$

$$x_1^2 = x^2 - x x_1$$

$$x_1^2 + x x_1 - x^2 = 0$$

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad a=1, \quad b=x, \quad c=-x^2$$

$$x_1 = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 + 4x^2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-x + \sqrt{5}x}{2} \quad \vee \quad x_1 = \frac{-x - \sqrt{5}x}{2}$$

$$x_1 = \frac{x(\sqrt{5}-1)}{2} \quad \vee \quad x_1 = \frac{x(-\sqrt{5}-1)}{2}$$

Немогуће јер дужина дужи не може бити мања од 0

$$x_1 = \frac{x(\sqrt{5}-1)}{2}$$

И сада одредимо пропорцију:

$$x: x_1 = \frac{x}{\frac{x(\sqrt{5}-1)}{2}} = \frac{2x}{x\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Из овога следи да је

$$\frac{d}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$2d = a(\sqrt{5}+1)$$

$$a = 2\sqrt{d}$$

$$2d = 2\sqrt{d}(\sqrt{5}+1)$$

$$\sqrt{d} = (\sqrt{5}+1) \quad /^2$$

$$d = 5 + 2\sqrt{5} + 1$$

$$d = 6 + 2\sqrt{5} = 2(3 + \sqrt{5})$$

$$a = 6 + 2\sqrt{5} - 4$$

$$a = 2 + 2\sqrt{5} = 2(1 + \sqrt{5})$$