

2.1.5. Alrededor de los PVI de primer orden hay dos ideas esenciales que deben comprenderse:

i) el teorema de existencia y unicidad establece las condiciones necesarias para que una ecuación diferencial de primer orden, con condición inicial tenga una solución y además esta sea la única. La utilidad de este teorema es conocer cuales son las regiones del plano XY en las que pueda existir una solución y saber si la solución encontrada es la única posible o si existen otras.

Al considerar un problema de valor inicial es natural preguntarse por:

1. **Existencia:** ¿Existirá una solución al problema ?
2. **Unicidad:** ¿En caso de que exista solución, será única ?
3. **Determinación:** ¿En caso de que exista solución, como la determinamos ?

ii) la aproximación a las soluciones a través de Curvas Isoclinas es uno de los métodos para resolver varias clases de ecuaciones diferenciales de manera gráfica mediante la interpretación geométrica. Para hallar la solución de una función podemos utilizar los campos direccionales el cual es un pequeño segmento rectilíneo que pasa por el punto (x,y) con la pendiente $f(x,y)$. Si y' de la solución tiene un valor constante en todos los puntos de la curva $f(x,y) = c$, estas curvas se denominan isoclinas.

2.1.6.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 - 2x}{3y^2 - 5}, \quad y(1) = 3,$$

nos dan un problema con valor inicial y procedemos a sustituir x Y y esto nos da la curva solución correspondiente a $y = y(x)$. Cuando se sustituye un valor específico de x en la ecuación se puede resolver también para y.

$$f(y) = y^3 - 5y - 9 = 0.$$