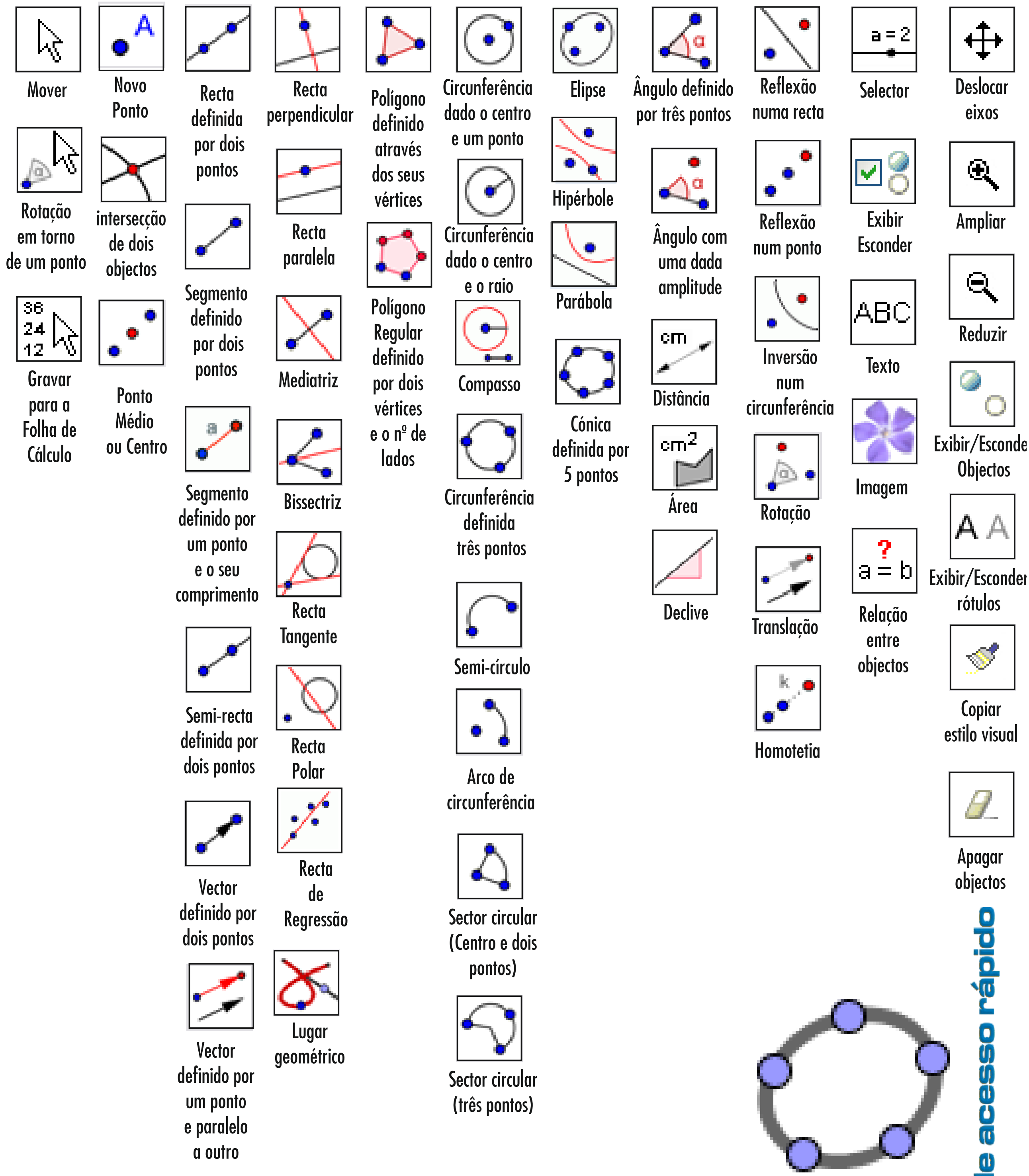
O GeoGebra no desenvolvimento dos temas da Álgebra e da Geometria no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, tarefas para a sala de aula e conhecimento do software necessário à ação do professor

Curso 03

APM
www.apm.pt

Instituto GeoGebra Portugal
www.geogebra.org.pt
geogebra@ese.ipp.pt

Ferramentas do Geogebra 4.0



Guia de acesso rápido

Índice

Resumo

CURSO 03 - O GeoGebra no desenvolvimento dos temas da Álgebra e da Geometria no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, tarefas para a sala de aula e conhecimento do software necessário a ação do professor

Equipa do *Instituto GeoGebra - Portugal*

Nível: 3ºciclo e Secundário

As aplicações de geometria dinâmica e as applets existem já em número e qualidade suficiente. O seu uso de um modo integrado e concertado com a planificação do professor é algo que se torna bastante mais complexo. Há varias razões que contribuem para esta complexidade mas talvez a mais relevante é que a maior motivação com que os alunos encaram a nova tecnologia não se traduz num aumento significativo e imediato das suas aprendizagens a curto prazo, mas sim a longo prazo. Por outro lado o grau de familiaridade dos professores com a tecnologia condiciona necessariamente quer a dinâmica na sala de aula quer o sucesso das aprendizagens dos seus alunos. Neste sentido neste curso serão discutidos vários exemplos de aplicação do GeoGebra em sala de aula focando os temas da Álgebra e os tópicos da Geometria no espaço. Serão trabalhadas as diversas capacidades do GeoGebra, nomeadamente o trabalho com: sequências, vistas tridimensionais, e cálculo algébrico e simbólico. Deste modo serão desenvolvidas as aprendizagens que o professor necessita para usar o software nomeadamente a sua versão 3D e CAS. O curso pretende ser o desenvolvimento do uso do software, utilizando-se a versão do GeoGebra 5.0 Beta.

As versões do GeoGebra com que vamos trabalhar são as disponíveis em:

Versão lançada candidata a *Release, sem CAS:* http://www.geogebra.org/webstart/4.0/

Versão semelhante a anterior *com CAS em desenvolvimento*: http://www.geogebra.org/webstart/4.2/

Versão *com 3D em desenvolvimento:* http://www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50-maxima-external-jogl.jnlp

Para o seu funcionamento é necessário que o computador esteja ligado a internet uma vez que se trata de uma versão beta em actualização.

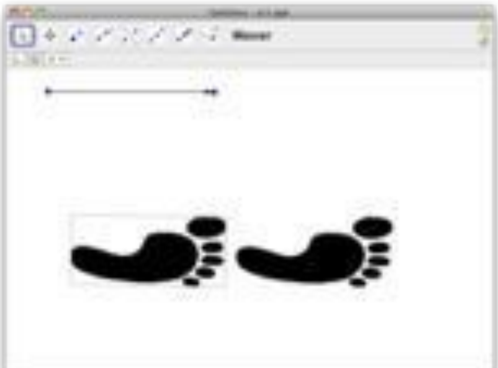
Simetria com o GeoGebra

Tarefa 1 – Construir um friso usando as ferramentas do GeoGebra.

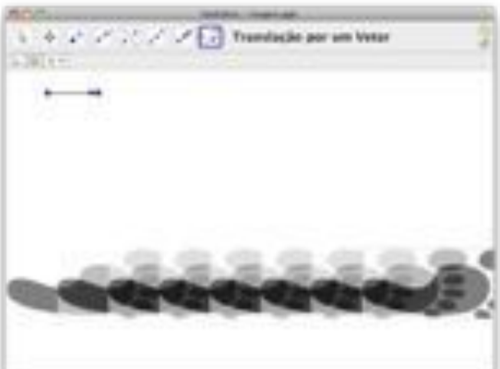
Objectivo: *Obter frisos a partir de uma imagem utilizando isometrias. Usar a barra de ferramentas na Zona Gráfica de modo a inserir imagens que serão objecto de diversas transformações geométricas.*

Para desenharmos um friso necessitamos de um vetor, translações e outras isometrias adequadas, disponiveis nos menus de ferramentas do GeoGebra.

1. Abra o programa GeoGebra e arraste uma imagem a sua escolha para a janela, a imagem de uma pegada é a ideal.
2. Recorrendo à ferramenta de criação de pontos , marque três pontos.
3. Escolha a seta como ferramenta e faça duplo clique na imagem introduzida.
4. Na propriedade "Posição" indique os cantos 1, 2 e 3 da imagem, como sendo os pontos A, B e C, respectivamente. Altere a posição dos pontos de modo a colocar a imagem na horizontal.
5. Recorra à ferramenta vetor definido por dois pontos para, a partir de dois pontos, definir um vetor.
6. Use à ferramenta translação por um vetor para fazer a translação da imagem segundo o vetor definido no ponto anterior. Clique na imagem e no vetor.



7. Guarde o ficheiro com o nome ***translação.ggb***
8. Altere as propriedades da imagem na opção aspecto de modo a ficar transparente para permitir a sobreposição. Explore mais cópias alterando a norma do vetor.



9. Guarde o ficheiro com o nome ***p11.ggb***
10. Construa outros tipos de frisos, que incluam reflexões e meias voltas.

Tarefa adaptada (Dos Santos,Trocado; 2008)

Tarefa 2 – Rosáceas com simetria de reflexão

Objectivo: *Obter rosáceas a partir de uma imagem utilizando isometrias. Usar a barra de ferramentas na Zona Gráfica de modo a inserir imagens que serão objecto de diversas transformações geométricas excluindo-se translações.*

Vejamos como construir uma rosácea usando as ferramentas, comandos e a Zona de álgebra no GeoGebra Prim.

1. Inicie o GeoGebra exibindo a ***Zona de Álgebra*** e a ***Barra de Comandos***.

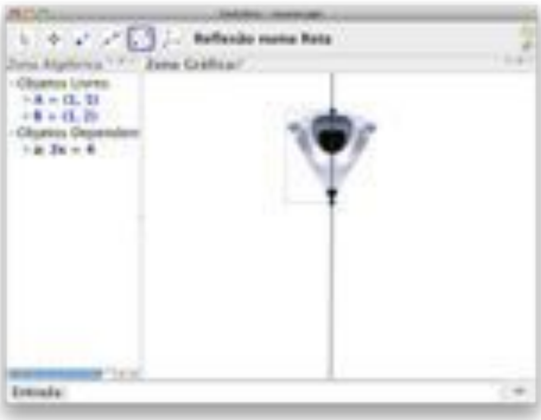
2. Vamos alterar a barra de ferramentas de modo apenas figurar as necessárias. Recorra ao menu ***Ferramentas*** e ao submenu ***Personalizar Barra de Ferramentas ...*** Faça a escolha das ferramentas como se ilustra na imagem seguinte:

3. Insira uma imagem que corresponda a um sector de uma jante como a imagem seguinte.

4. Insira dois pontos A e B.

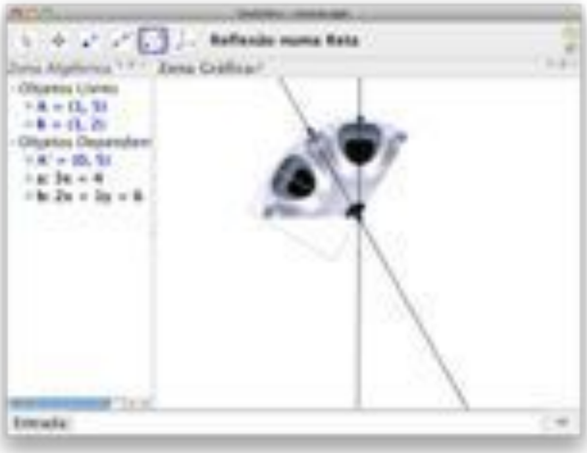
5. Analogamente ao que foi feito na tarefa 6, escolha a ferramenta mover, faça duplo clique na imagem introduzida e nas propriedades da imagem no separador "**Posição**" indique os cantos 1 e 4 da imagem, como sendo os pontos B e A, respectivamente. Note-se que o ponto B, correspondente ao canto 1, será o centro da rosácea.

6. Com a ferramenta trace a reta AB. Use a ferramenta para fazer a reflexão da da imagem pela reta AB.



7. Recorra à ferramenta para fazer uma rotação de **30º no sentido directo**, anti-horário, do ponto **A** em torno de **B**, obtendo assim o ponto **A'.**

8. Construa a reta **BA'**. Use a ferramenta para fazer a reflexão das imagens, tendo como eixo a reta **BA'**.



9. Repita os dois passos anteriores até concluir o motivo.

O padrão obtido poderá ser obtido apenas por rotação do módulo  **? Experimente!**

Tarefa adaptada (Dos Santos,Trocado; 2008)

Geogebra, Álgebra e Funções

Tarefa 3 – Conexão Geometria - Algebra/funções

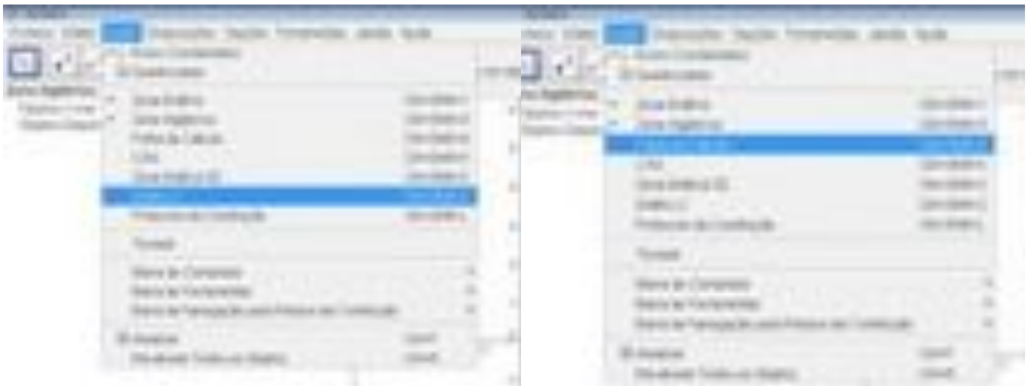
Objectivo: *Modelar situações que envolvem a área e o perímetro de polígonos regulares. Representação gráfica de funções lineares e quadráticas definidas em IR^{+}. Usar janela de Geometria e Janela do Gráfico no GeoGebra versões 4.0 e superiores.*

1. Dirija-se ao menu ***Exibir*** e coloque o visto em:

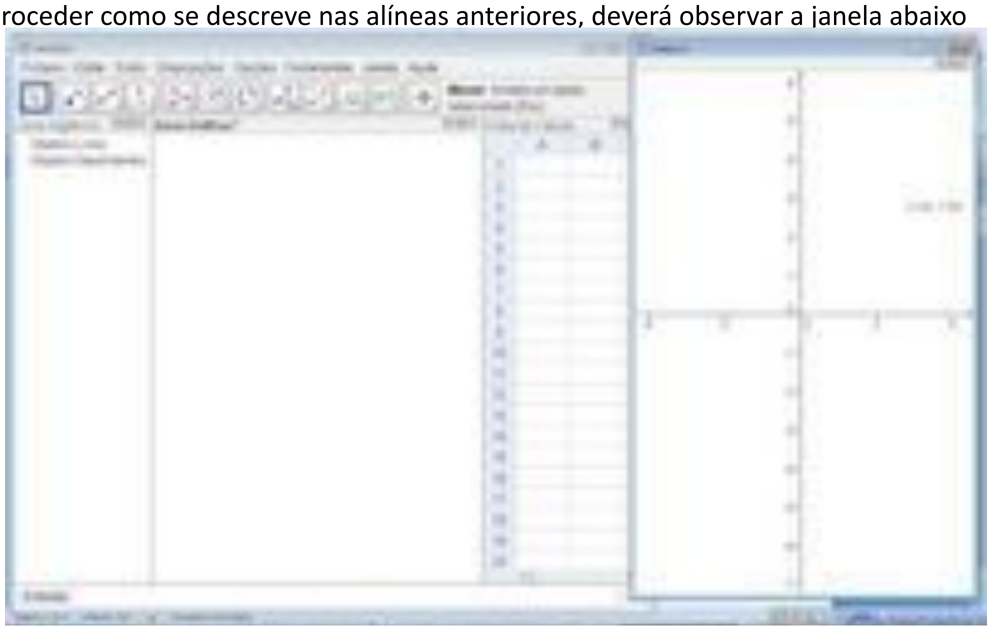
a. ***Gráfico2***; (visível 1º quadrante)

b. **Folha de cálculo**.

c. Na primeira janela gráfica retire o visto nos eixos coordenados



2. Depois de proceder como se descreve nas alíneas anteriores, deverá observar a janela abaixo



3. Para construir o quadrado poderá proceder de diferentes modos:

-Tendo em conta as propriedades do quadrado (lados iguais e ângulos rectos)

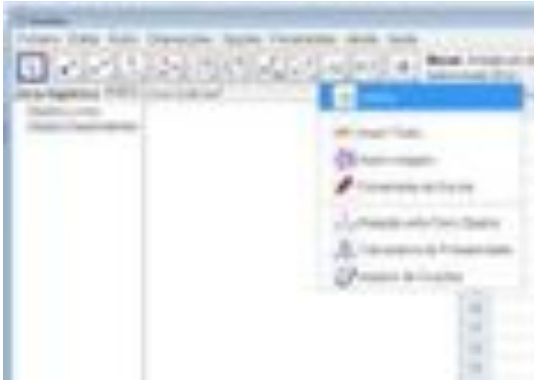
- Através do recurso a rotações

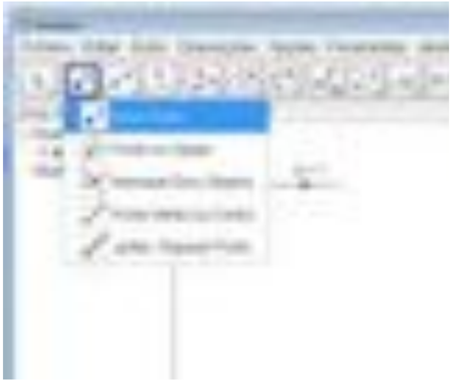
- Recorrendo à ferramenta polígono regular com 4 lados

Iremos descrever o último dos referidos.

Ana Azevedo, Alexandre Trocado, José Santos dos Santos, Paulo Correia
3|4 Setembro 2011

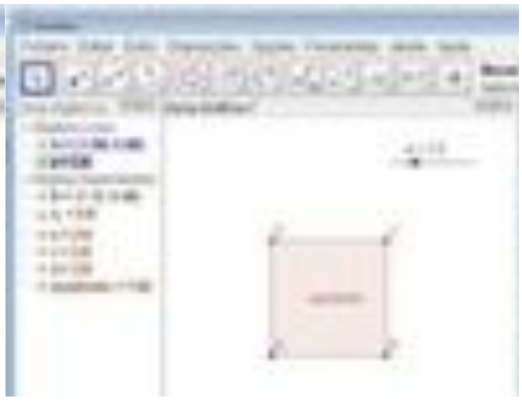
4. Definir um **selector** (entre 0 e 10) e um ponto (A)





5. Definir na janela de entrada o ponto B como sendo a adição de A com o vetor (a,0)

6. Definir polígono regular de vértices A e B e com quatro lados (opções a fazer clicando nos pontos e respectivamente por esta ordem) e renomeá-lo para quadrado.

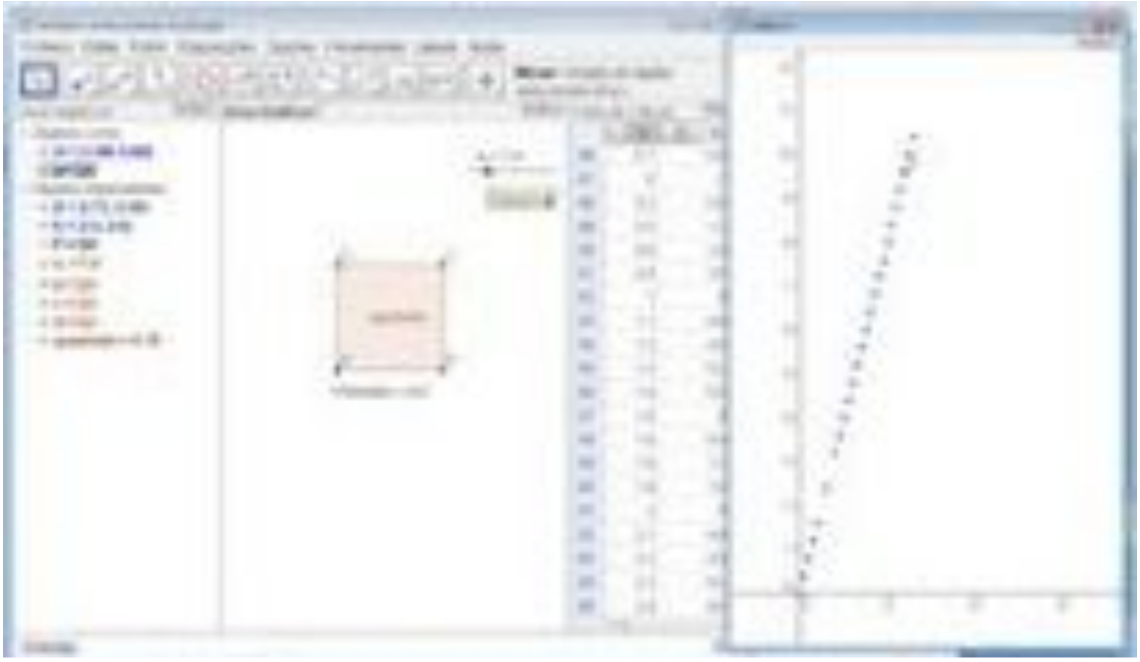


7. Calcular ao perímetro do quadrado e renomear este dado para P

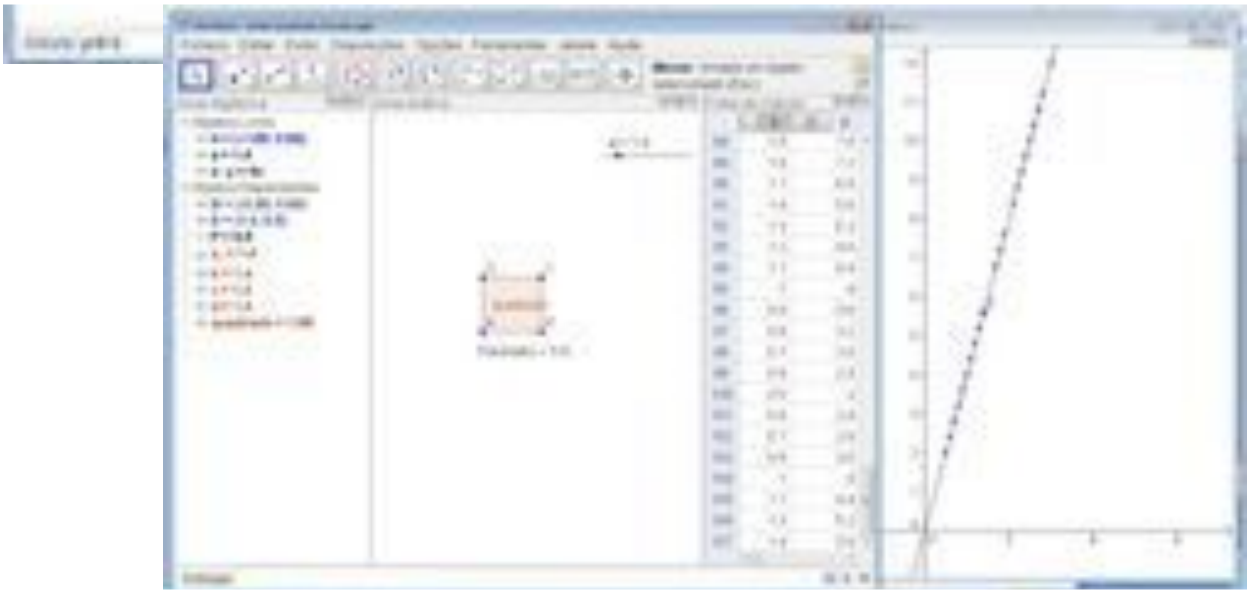
8. Criar ponto, de abcissa a e ordenada igual ao perímetro do quadrado, E=(a,P) e coloca-lo unicamente visível na janela 2 (clicar em avançado). Altere as propriedades deste ponto: no tabulador Básico activando a opção traço; no tabulador Cor, colorindo em azul.

9. Clicando com o botão direito do rato escolher Enviar traço para folha de calculo.

10. Faça mover o selector e analise a influencia no traço do ponto E e os valores da folha de cálculo



11. Faça na janela de entrada y=4x e verifique que corresponde à nuvem de pontos gerada pelo ponto E.



12. Experimente repetir o roteiro para estudar a área do quadrado e novamente para um triângulo equilátero.

13. Para comparar vários gráficos de funções lineares experimente criar antes um selector (n) que varie de 3 a 10 com incremento 1 unidade e depois definir polígono regular com n lados.

Tarefa 4 – GeoGebra e Testes Intermédios - 8º e 9º ano.

Objectivo: *Usar o GeoGebra para explorar itens dos testes intermédios do 8ºano de Abril 2009 e de 9ºano de 2010. Exportar uma imagem da zona gráfica do GeoGebra de modo a poder usa-la na composição de documentos.*

Consideremos, inicialmente, o item 11 do teste intermédio do 8º ano de Abril 2009.

11. Na figura 4 sabe-se que:
• $[ACDF]$ é um quadrado de lado 4. • B é o ponto médio do segmento de reta $[AC]$.
• $EF=1$.

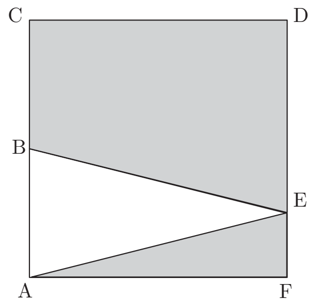


Fig. 4

11.1. Qual é a medida do comprimento de $[AE]$? Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.
11.2. Qual é a área da região sombreada? Mostra como chegaste à tua resposta.

1. De acordo com o descrito na tarefa 3 construímos um quadrado com a medida de lado pretendida. Renomear os pontos de acordo com as letras que constam na figura.

2. Determina-se o ponto médio de [AC] e o ponto E (através de circunferência dado centro e raio ou translação e F de acordo com o vetor (0,1)) e define-se o triângulo AEB.

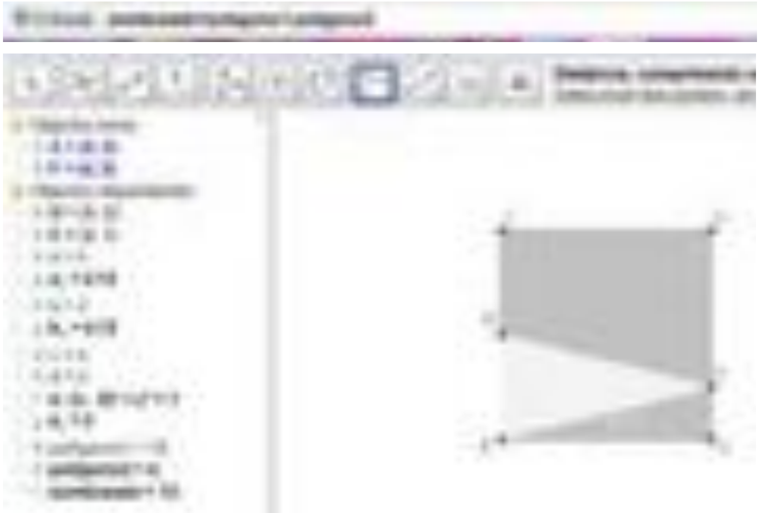
3. Calcula-se a medida do comprimento do segmento [AE] que analiticamente se recorre ao Teorema de Pitágoras de catetos 4 e 1 dando 4,12.

Pode utilizar, por exemplo, a linha de comandos e introduzir:

hipotenusaAFE=sqrt(distância[A,F]^2+distância[F,E]^2)

Comparando com a medida de [AE] e [EB], medidos utilizando a barra de ferramentas.

4. Para a ultima alínea, relativa a área da região sombreada, pode-se simplesmente fazer na janela de entrada "sombreado=polígono1-polígono2", notando que a presença de "polígono1=16" na janela de álgebra surgiu aquando da construção do quadrado e diz respeito à sua área. Da mesma forma "polígono2=4" diz respeito a área do triângulo a surgiu aquando da sua construção. (Deve-se colocar acento em i). Obviamente será a área sombreada 16-4=12.



5. Ajuste a imagem e utilize o menu *Exportar* a sua *Zona Gráfica* como imagem de modo a compor o enunciado ou a sua solução num processador de texto.

6. Proceda de modo análogo para resolver o que se segue.

13. Na figura 5, está representado o quadrado [*ABCD*] Sabe-se que:

- O lado do quadrado é 10
- *E*, *F*, *G* e *H* são os pontos médios dos lados [*AB*], [*BC*], [*CD*] e [*DA*], respectivamente.

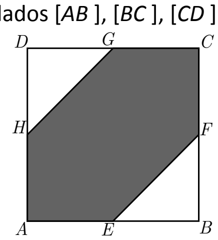


Figura 5

13.1. Qual é a medida de [*EF*]? Apresenta os cálculos que efectuaste.
Escreve o resultado arredondado às décimas.

13.2. Qual é a área da região sombreada [*AEFCGH*]? Escreve a letra que apresenta a resposta correta.

(A) 100 **(B)** 75 **(C)** 50 **(D)** 45

Tarefa 5 – Problemas do GAVE - 10º ano.

Objectivo: *Usar o GeoGebra para explorar um problema proposto pelo Gave para o 10º ano, estabelecendo conexões entre a Geometria e a Álgebra.*

Consideremos o problema do Gave para 10º ano, surgido na sua página no ano lectivo 2009/2010.

6. Na figura 3, está representado um triângulo $[ABC]$, isósceles $(\overline{AB} = \overline{BC})$.

Sabe-se que:

- $[BD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$, relativa ao lado $[AC]$
- $\overline{BD} = 6$ e $\overline{AC} = 8$

Considere que um ponto Q se desloca sobre o segmento $[BD]$, nunca coincidindo com D, e que um ponto P se desloca sobre o segmento $[AC]$, de tal forma que se tem sempre $\overline{PA} = \overline{QB}$

Para cada posição do ponto Q, seja x a distância de Q a B $(x = \overline{QB})$

Seja a a função que, a cada valor de x, faz corresponder a área do triângulo $[PQC]$

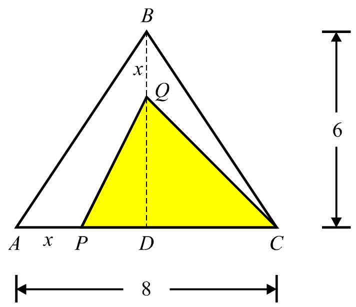


Figura 3

6.1. Determine $a(5)$

Sugestão: Comece por desenhar o triângulo $[PQC]$ que se obtém para $x = 5$

6.2. Qual é o domínio e qual é o contradomínio da função a?

6.3. Mostre que $a(x) = \frac{x^2 - 14x + 48}{2}$

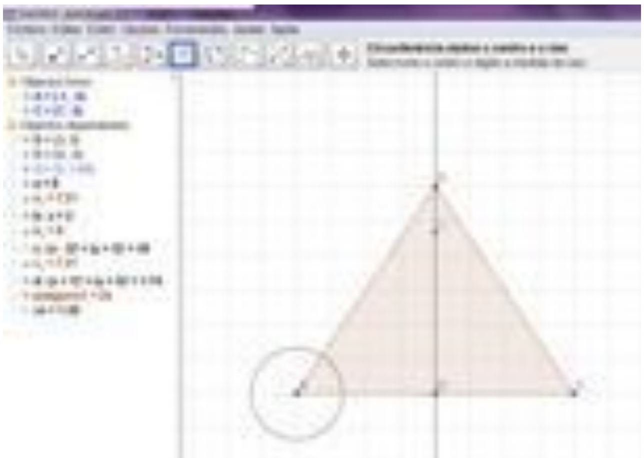
Opção 1 - Explorar o problema recorrendo a construção do modelo através da barra de ferramentas.

Sugestão:

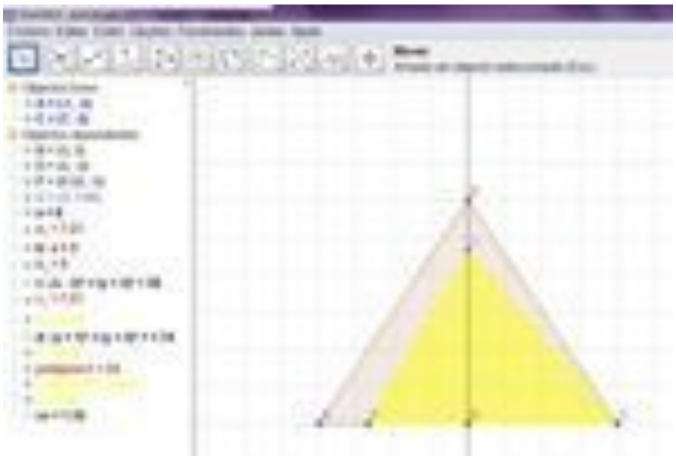
1. Definir segmento de comprimento 8 de extremos A e C
2. Construir a perpendicular pelo ponto médio e a circunferência de centro D e raio 6

3. Definir triângulo de vértices A, B e C e esconder restantes construções

4. Definir ponto Q livre no segmento [BD], por exemplo usando a linha de comandos Q=Ponto [Segmento[D,B]] , medir comprimento do segmento BQ (denomine-o de xx) e construir circunferência com esse raio e centro A. Obtenha ponto P de intersecção desta ultima linha com [AC]

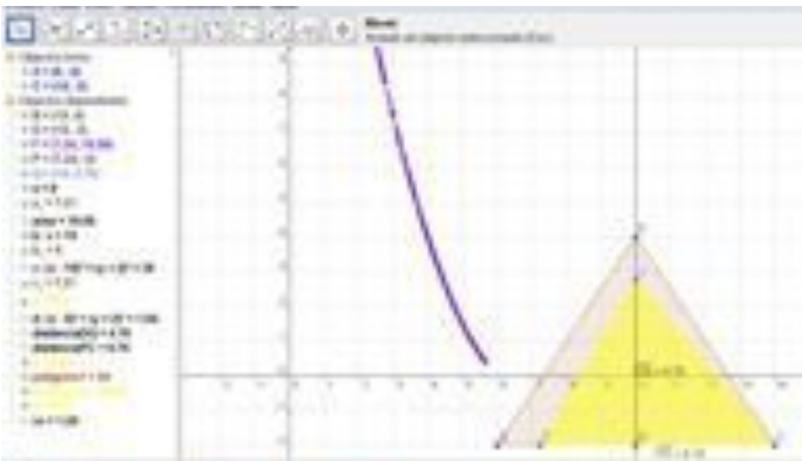


5. Defina triângulo de vértices P, Q e C.



6. Calcule medidas de comprimento dos segmentos [PC] e [DQ] e na janela de entrada defina área=distanciaDQ*distanciaPC/2

7. Coloque visíveis os eixos e defina ponto de coordenadas (xx,área) e active-lhe o traço. Mova o ponto Q e analise o sucedido.



8. Introduza a função *f(x)=(x^2-14*x+48)/2* na linha de comandos e confirme que o traço do ponto do gráfico de *a* corresponde a parte do gráfico de *f*. Na versão 4.0 0u superior poderá exibir o

Opção 2 - Explorar o problema recorrendo a linha de comandos essencialmente.

Sugestão:

Utilize a linha de comandos para dar entrada, sucessiva, dos comandos:

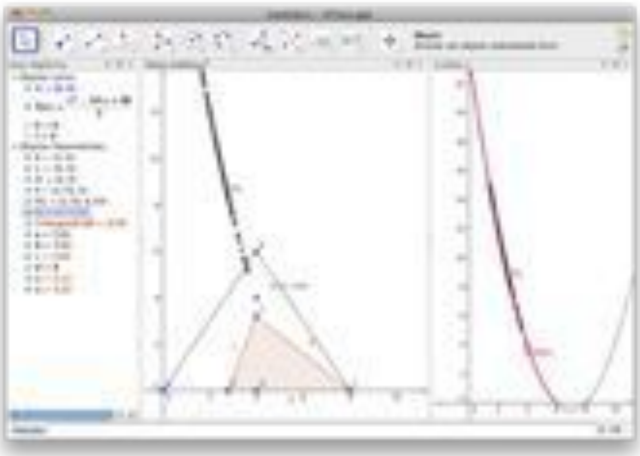
h=6
l=8
A=(0,0)
C=A+(l,0)
B=Pontomédio[A,C]+(0,h)
D= PontoMédio[A, C]
Q= Ponto[Segmento[PontoMédio[A, C], B]] (Nota se Ponto não funcionar use o comando em inglês Point)
P=intersetar[circunferência[A,distância[B,Q]],segmento[A,C]]
TriânguloCQP=Polígono[C,Q,P]
PG=(distância[B,Q], TriânguloCQP)

Com a versão 4.0 ou 5.0

Exibir *Gráfico 2*

Activar locus do ponto PG na *Zona Gráfica* e no *Gráfico 2*

Gráfico= Locus[PG, Q]
f(x)=(x^2-14*x+48)/2



Compare o resultado obtido nas duas abordagens propostas.

Tarefa 6 - Funções Definidas num Intervalo, Propriedades e Tangentes.

Objectivo: *Representação gráfica de uma função num intervalo do domínio, algumas propriedades e representação de uma reta tangente. Utilizar o CAS para obter a resolução de equações e o calculo de diferentes expressões.*

Nota: Segundo as alterações de final de Agosto a versão do GeoGebra a usar terá de ser a 4.2, disponível em: http://www.geogebra.org/webstart/4.2/geogebra-42.jnlp . A versão 4.0 será lançada sem CAS.

Para representarmos uma função definida pela sua expressão analítica num dado Intervalo, basta recorrermos ao comando:

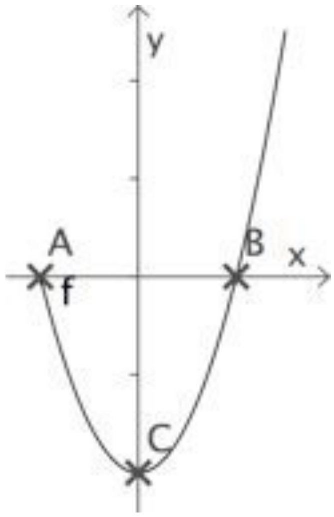
Função[<expressão_da_função>,<x_inicial>,<x_final>]

1. Represente a função definida por $f(x) = x^2 - 4$ no intervalo $[-2,3]$.

Para representar recorra ao comando: **Função[x^2-4, -2, 3]**

2. Represente graficamente os zeros da função através da ferramenta ou do comando: **Raiz[f]**

3. Represente graficamente o mínimo da função através do comando: **Extremo[f].**



Esconda os pontos anteriores.

4. Represente graficamente as soluções da equação $f(x) = -2$. Para isso represente graficamente a reta de equação $y = -2$ e determine os pontos de intersecção (D e E) com o gráfico de f através da ferramenta ou através do comando **Intersetar[f, a]**, onde **a** é o nome atribuído à reta pelo Geogebra. (Nota, nas versões beta o comando pode ainda não estar traduzido nesse casso usar o análogo em inglês pode acontecer ter de usar *Intersection*)

5. Calcule $f(\sqrt{2})$. Através do comando **f(sqrt(2))** poderá observar na janela de álgebra o valor pretendido.

Esconda os pontos anteriores e a reta.

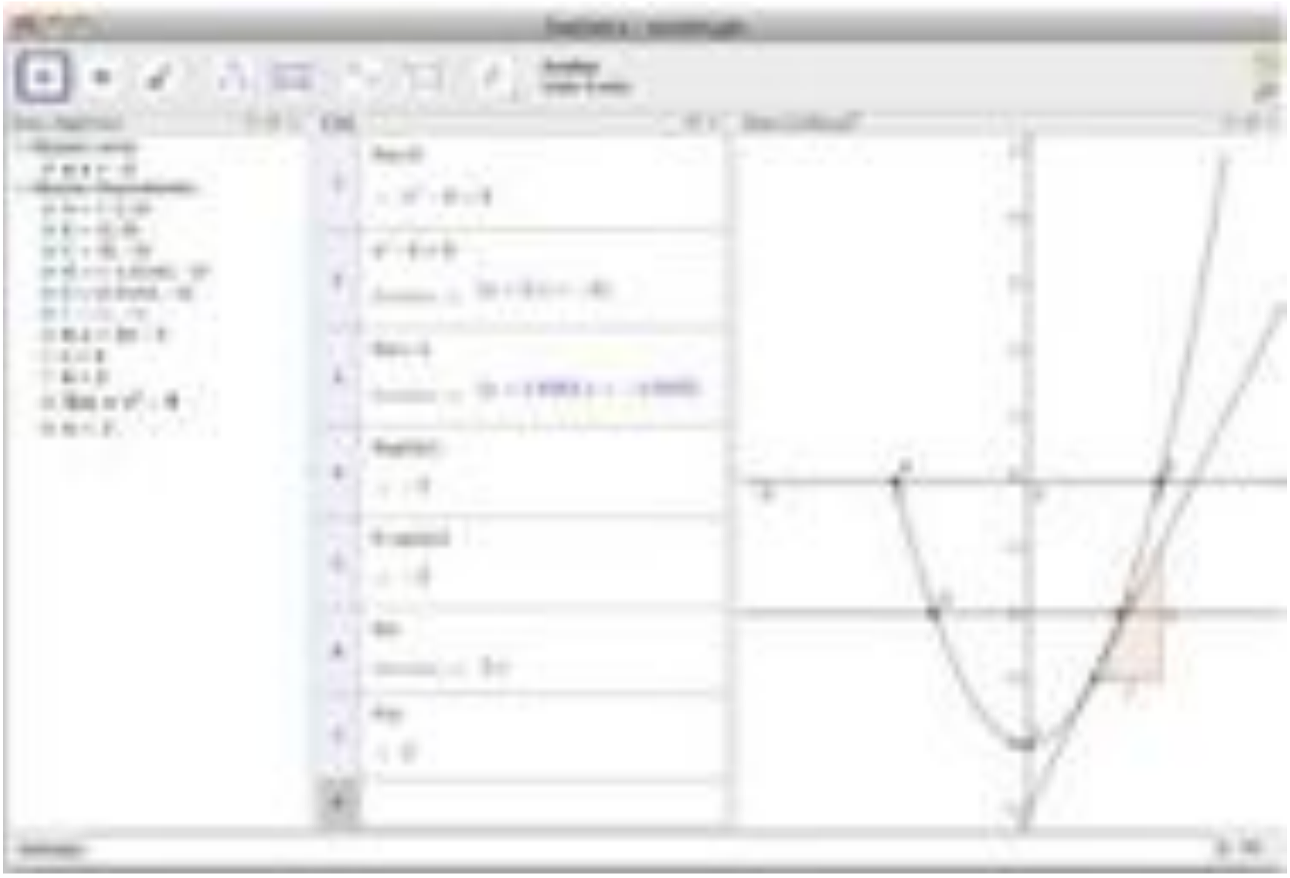
6. Marque um ponto qualquer (F) sobre o gráfico de f . Represente a tangente ao gráfico de f que passa por F através do comando **Tangente[F, f].**

7. Utilize a ferramenta declive  para obter o declive da tangente no ponto F.

Vamos utilizar o CAS para obter alguns dos resultados anteriores.

8. No menu exibir o CAS. Observe as diferentes ferramentas vamos utilizar as que abaixo ilustramos:

9. Siga a lista de entradas na janela de CAS que se sugerem na imagem abaixo de modo a confirmar os resultados obtidos anteriormente.



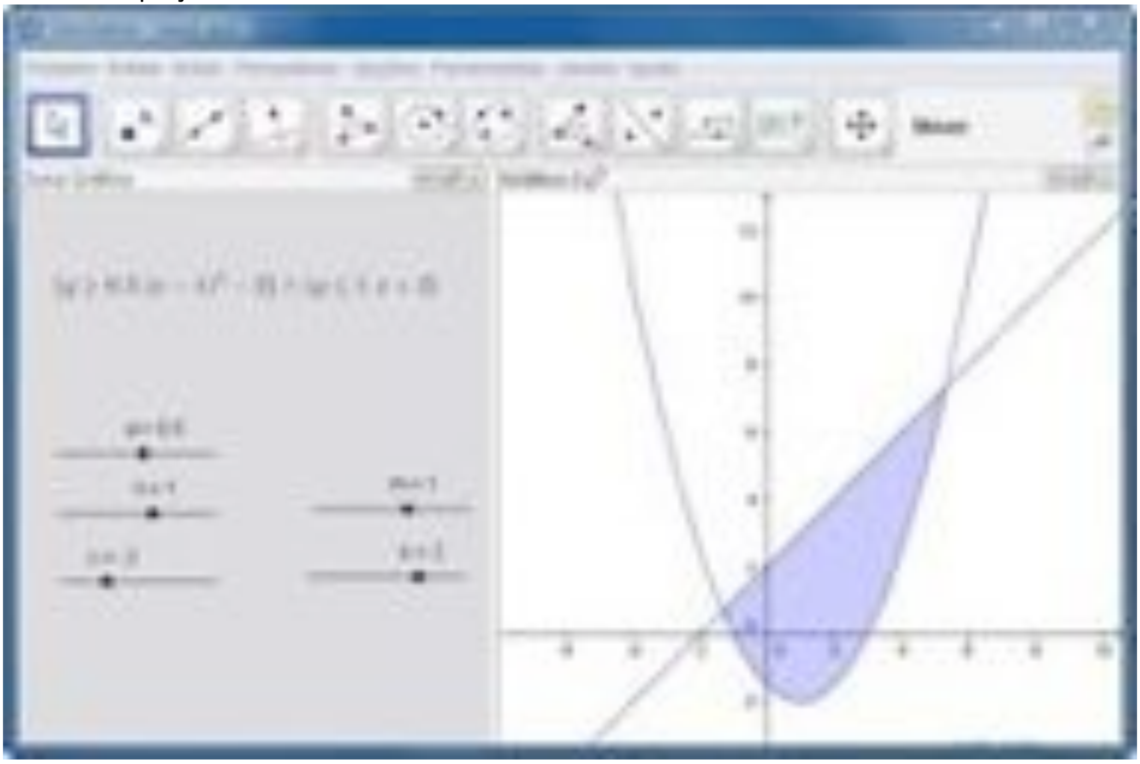
10. Utilize o inspector de funções . Explore as suas potencialidades obtendo informação sobre a função.

Tarefa adaptada (Dos Santos, Geraldes, Ribeiro, Trocado, 2010)

Condições no GeoGebra

Tarefa 7 - Inequações no GeoGebra 4

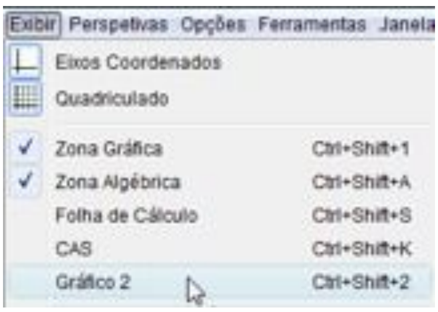
Com a nova versão 4 [ou superior] do GeoGebra (ainda em versão beta), já é possível representar graficamente inequações.



Como exemplo desta possibilidade, vamos ver como se pode representar a seguinte condição:

$$(y \geq a\ (x - h)^2 + c) \wedge (y \leq m\ x + b)$$

1. No menu Exibir, escolha Gráfico 2, que é uma segunda Zona gráfica existente na versão 4 do GeoGebra e que possibilita uma melhor organização espacial dos objectos criados.



Verá aparecer uma nova zona janela com o nome Gráfico 2. Se quiser que esta nova janela apareça inserida na janela principal, clique sobre o segundo botão situado na parte superior direita, conforme é indicado na figura seguinte:

2. Na Zona gráfica habitual, crie os seletores a, h, c, m,b.

3. Na entrada de comandos, escreva a condição $(y \geq a\,(x - h)^2 + c) \wedge (y \leq m\,x + b)$

Verá que tal condição, d, lhe aparece representada na Zona algébrica e também na Zona gráfica habitual.
Observação: de facto, há partes da parábola e da reta que estão para além da representação gráfica da condição …

4. Para que a representação gráfica da condição apareça apenas na nova zona chamada Gráfico 2, siga as instruções seguintes:

4.1 na Zona algébrica, clique direito sobre d e escolha Propriedades;
4.2 nesta janela de Propriedades, abra o separador Avançado, desmarque Zona gráfica e marque Folha Gráfica 2.

5. Se quiser que a condição lhe apareça como texto (em LaTeX) na Zona gráfica:

5.1 selecionar a ferramenta texto ABC
5.2 clique na Zona gráfica e, na janela de texto, escreva d+""
5.3 marque a opção LaTeX e depois clique em Ok

(Ribeiro, 2011)

Tarefa 8 - Problemas de Programação Linear com o GeoGebra

Objectivo: *Usar o GeoGebra para explorar problemas de programação linear, estabelecendo conexões entre a Geometria e a Álgebra.*

Vejamos como podemos usar o GeoGebra 5.0 para resolver o seguinte problema:

Uma empresa produz dois tipos de misturas de café, M1 e M2. Nestas misturas utiliza-se café de alta qualidade proveniente de três países A, B, C. A fábrica dispõe de 320 kg proveniente de A, 180 kg de B e 200 kg de C. 6kg de mistura M1 levam 3 kg de A, 2 kg de B e 1 kg de C e são vendidos por 120 euros. 6kg de mistura M2 levam 4 kg de A, 1 kg de B e 1 kg de C e são vendidos por 100 euros. Com o café disponível, quantos quilogramas de cada uma das misturas deve fazer a fábrica para obter a máxima receita possível?

in Bernardes, A., Loureiro, C., Viana, J. P., Bastos, R., Matemática 11 – Geometria, Porto, Edições Contraponto.

Refira-se que a solução aqui proposta foi usada no desenvolvimento do módulo optimização, numa turma do Ensino Profissional.

1. Iniciemos dando entrada das **restrições ou constrangimentos** na barra de comandos.

3x/6+4y/6 ≤320

2x/6+y/6 ≤180

x/6+y/6 ≤200

x≥0

y≥0

2. Observar e construir a **região admissível**, determinando os seus **vértices**.

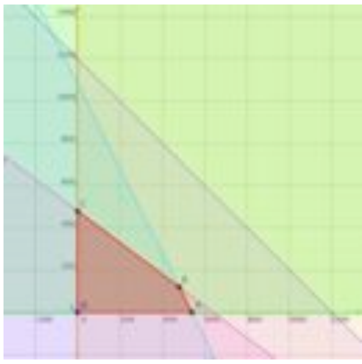
O=intersetar[y=0, x=0]

A=intersetar[y=0, 2 x/6+y/6 =180]

B=intersetar[3 x/6+4 y/6 =320, 2 x/6+y/6 =180]

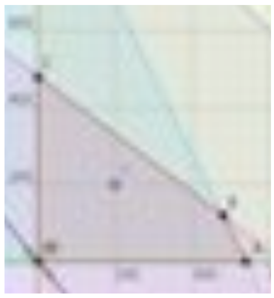
C=intersetar[3 x/6+4 y/6 =320, x=0]

r=polígono[O,A,B,C]



3. Verificar o **valor da função objectivo** em **pontos da região admissível**.

z=120x/6+100y/6
P=pointin[r]
zP=120 x(P) / 6 +100 y(P)/6



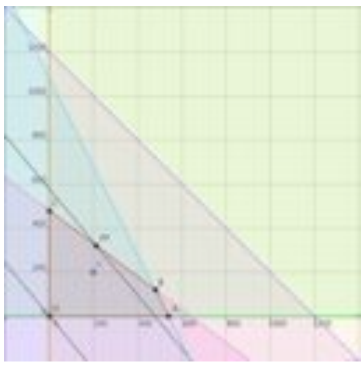
4. Representar os pontos da **função objectivo** de **valor nulo**, e de **valor α>0**.

120 x/6+100 y/6=0

α=0

120 x/6+100 y/6=α

PF= intersetar[h, r]



5. Determinar o ponto da região admissível que corresponde ao maior valor de **α**, movendo o ponto **P**. Para tal altere os valores do parâmetro na janela de álgebra ou exiba o selector alterando o intervalo.

Organização e Tratamentos de Dados com o Geogebra

Tarefa 9 - Estatística Descritiva

Objectivo:

- *Utilizar a folha de cálculo e alguns comandos relacionados com a Estatística.*
- *Moda; Média; Mediana; Desvio-padrão Quartis.*
- *Construir um gráfico de barras e um diagrama de extremos e quartis.*

[EST01] Considere os seguintes dados, correspondentes à avaliação de uma ficha.

1	2	3	4	2	2	2	4	5	3	3	2	3
3	3	3	3	4	5	2	4	4	3	3	3	3

Procedimentos

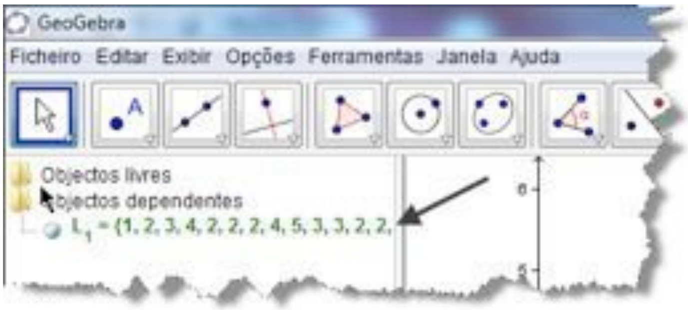
[P1] Em primeiro lugar vamos aceder à ***folha de cálculo***. Para esse efeito accione ao mesmo tempo as teclas: **Ctrl+Shift+S.** Convém também tornar visível a **Zona Algébrica.**

[P2] Inserir os ***dados brutos*** na coluna A.

[P3] seleccione com o ***rato*** o bloco de células **A1 até A26** e em seguida abra o ***menu de contexto*** com o botão do lado direito do ***rato.*** Seleccione a opção <u>**Criar Lista.**</u>

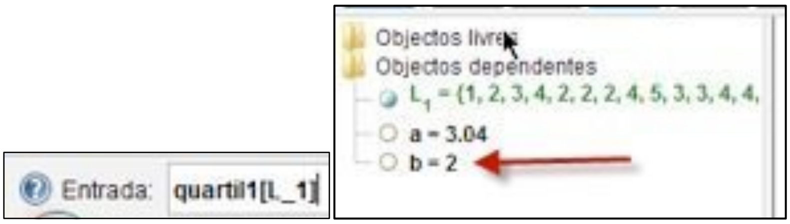
Ana Azevedo, Alexandre Trocado, José Santos dos Santos, Paulo Correia

Na **Zona Algébrica** fica definida a lista1 (L_1)

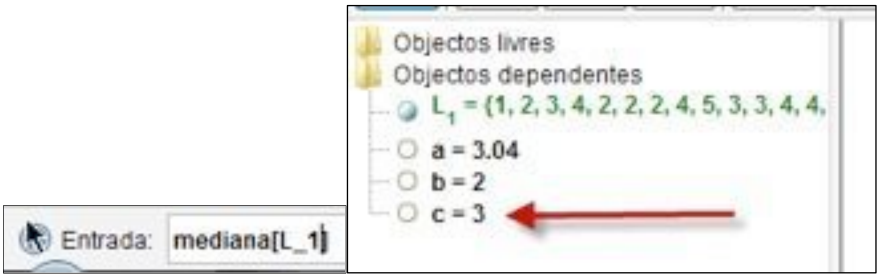


Agora podemos inserir os comandos que permitem calcular a **Média** (1) **1ºQuartil** (2), **Mediana** (3), **3º Quartil** (4), **Moda** (5) e **Desvio-Padrão** (6).
Na barra de comandos digitamos.

(1) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (a):

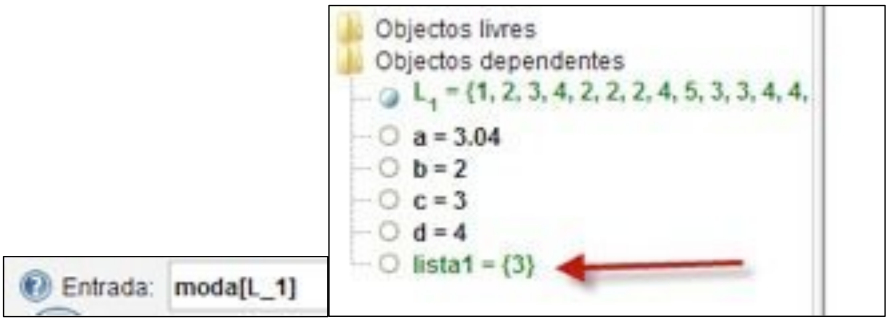


(2) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (b):

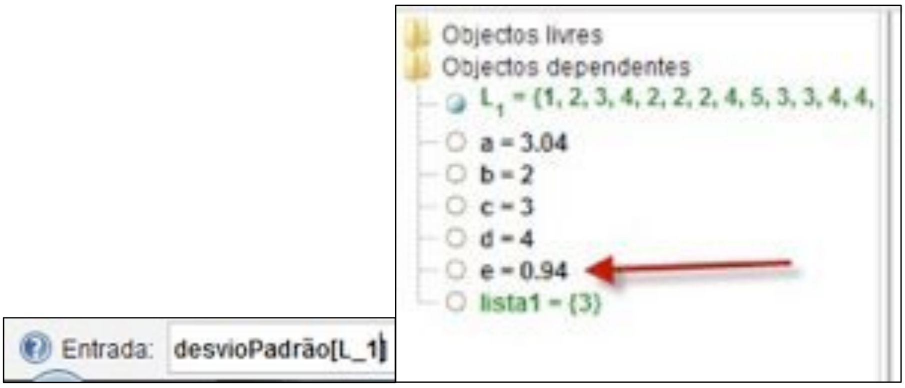


(3) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (c)

(4) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (d):



(5) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (lista1={3})

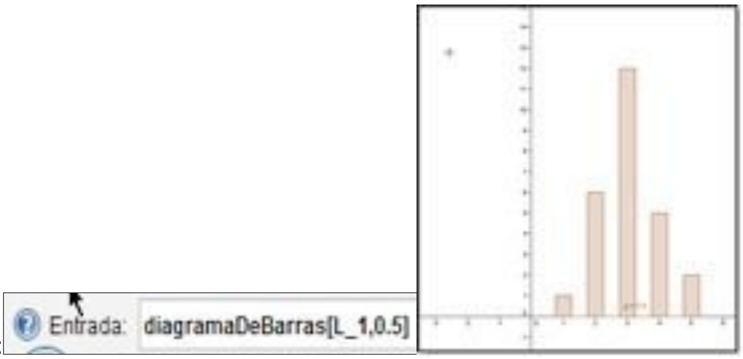


(6) Na **Zona Algébrica** temos o resultado (e):

Nota: para calcular o **valor máximo e o valor mínimo do conjunto de dados**, utilizamos os comandos: <u>**Máximo[L_1]**</u> **e** <u>**Mínimo [L_1].**</u>

<u>**Construção de um gráfico de Barras (dados não classificados)**</u>

[P3] Na barra de comandos, digitamos:



Nota: **0.5** define a largura das barras

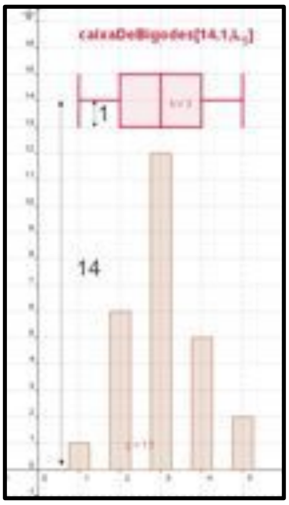
Se tivéssemos os *dados organizados numa tabela de frequências*,

	A	B
1	1	1
2	2	6
3	3	12
4	4	5
5	5	2

Em primeiro lugar tínhamos que definir a **lista com os dados classificados (L_1)** e em seguida definir a **lista com as frequências (L_2).**

O comando seria: Entrada: diagramaDeBarras[l_1,l_2,0.5]

<u>Construção de um diagrama de extremos e quartis .</u>

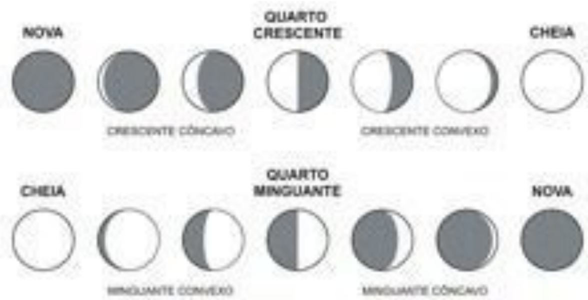


[P4] Na barra de comandos, digitamos: **DiagramaExtremosQuartis[14,1,L_1]**

[P5] Grave a actividade com o nome **ESTA01.**

(Azevedo, Dos Santos, Geraldes, Ribeiro, Trocado, 2011)

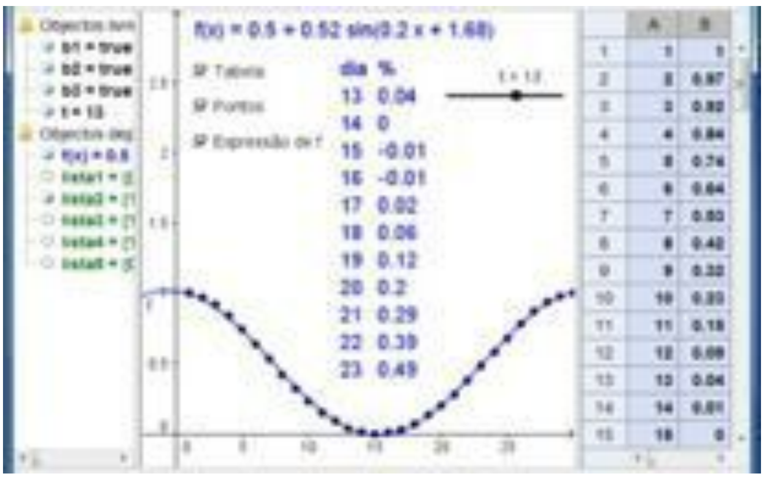
Tarefa 10 - Regressão Sinuosidade



A percentagem da Lua iluminada durante um ciclo lunar varia no intervalo [0,1]. Pode ver uma simulação do fenómeno em:

<http://www.geogebra.org.pt/index.php/m-es/38-11-ano/82-percentagemdeluznalua >

A partir dos dados relativos à percentagem da Lua iluminada durante os 31 dias de Janeiro de 2010, às zero horas, pretende-se construir uma apliqueta com os pontos (dia, % luz), a curva sinusoidal que modela a distribuição destes pontos, uma tabela com alguns pontos dessa curva e caixas booleanas para exibir/esconder objectos. Conforme a figura abaixo, os dias considerados estão na coluna A e as respectivas percentagens de luz estão na coluna B. Os dados da coluna B que não se vêm são os seguintes: 0.01 , 0.03 , 0.07 , 0.13 , 0.2 , 0.28 , 0.38 , 0.48 , 0.58 , 0.68 , 0.78 , 0.87 , 0.94 , 0.98 , 1 , 0.99



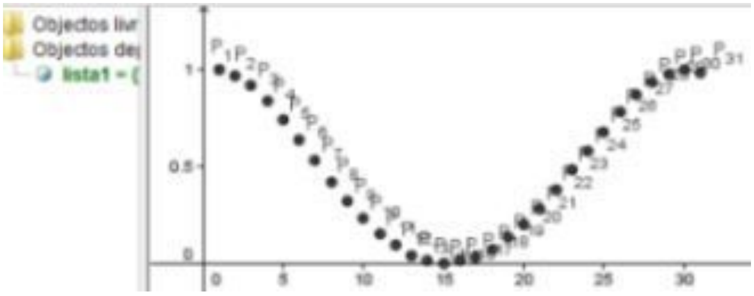
Passos da construção:

1. Introdução dos valores na *Folha de cálculo*

No menu *Exibir*, seleccione *Folha de cálculo*. Introduza os dois primeiros valores na coluna A, seleccione-os com o rato e puxe para baixo o quadradinho azul situado no canto inferior direito da selecção, até à linha 31. Introduza os valores percentuais na coluna B.

2. Criação de pontos a partir da *Folha de cálculo*

Com o botão esquerdo do rato, seleccione o bloco de células A1:B31, clique direito na selecção e escolha a opção *Criar lista de pontos*. Os pontos P1, …, P31 aparecem na *Zona Gráfica* e a respectiva lista (lista1) aparece na *Zona algébrica*.



Clique na bolinha que precede a expressão da lista1 na *Zona algébrica*. Depois, com o botão esquerdo do rato, seleccione os pontos e, com o botão direito, clique na selecção para abrir a janela de *Propriedades* e desmarque a opção *Exibir rótulo*; no separador *Cor*, altere a cor dos pontos para (0, 0, 255).

3. Criação do modelo sinusoidal

Na *Entrada de comandos*, insira a expressão RegressãoSeno[lista1] e aparece-lhe o gráfico do modelo f(x) = 0.50416 + 0.51615 sin(0.19856 x + 1.6847) [com 5 casas decimais].

> **Obs**: por defeito, o Geogebra apresenta os valores com duas casas decimais; se porventura quiser alterar o número de casas decimais, abra o menu *Opções* e na opção *Arredondar* faça a sua escolha. Altere a cor de f para (0, 0, 255). Para tal, clique direito sobre f, escolha *Propriedades* e depois abra o separador *Cor*.

4. Criação de uma tabela de valores (x, f(x))

Para criar uma tabela de valores (x, f(x)) na *Zona gráfica*, insira na *Entrada de comandos* as listas seguintes:

```
lista2 = A1:A31
lista3 = f(lista2)
```

Com a ferramenta a=2 *Selector*, crie o selector t, a variar de 1 a 21, com incremento 1.

Na *Entrada de comandos*, insira a seguinte expressão:

```
lista4 = ParteDaLista[lista2,t,t+10]
lista5 = ParteDaLista[lista3,t,t+10]
Tabela[{Inserir["dia",lista4,1],Inserir["%",lista5,1]},"vl"]
```

> **Obs**: a tabela criada desta forma é um texto e, tal como qualquer texto criado a partir da *Entrada de Comandos*, aparece junto à origem do referencial cartesiano mas pode ser arrastado para outra qualquer posição da *Zona gráfica*; se quiser que a tabela tenha um alinhamento horizontal, troque o último parâmetro, vl (vertical left), por hl (horizontal left);

Para visualizar todos os dados desta tabela, mova o selector t. Clique direito sobre a tabela e escolha *Propriedades*. No separador *Texto*, altere o tamanho da fonte para 16; no separador *Cor* altere a cor para (0,0,255).

5. Criação de um texto com a expressão analítica da função f

Obtenha na *Zona gráfica* o texto com a expressão analítica da função f, inserindo na *Entrada de comandos* “f(x) = “+f. Depois altere a cor deste texto para (0,0,255).

6. Criação de caixas booleanas para exibir/esconder objectos

Clique no pequeno triângulo situado no canto inferior do ícone *Selector* e escolha a opção

Inserir Caixa Boleana

Depois clique no local da Zona gráfica onde pretende que a caixa booleana apareça e abre-se uma caixa de diálogo. Na caixa de texto *Legenda*, escreva Tabela, clique sobre o texto que constitui a tabela e sobre o selector t; depois clique no botão *Aplicar*. Experimente clicar sobre esta caixa booleana. Na criação de uma caixa para exibir/esconder os pontos, em vez de clicar sobre cada um deles, clique no botão *Aplicar* sem escolher nada e a caixa aparece na *Zona gráfica*; clique direito e renomeie-a para b2. Depois, seleccione os pontos todos de uma vez, clique direito na selecção e, no separador avançado, escreva a condição para mostrar os pontos: b2 == true.

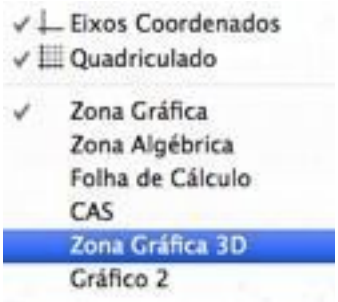
(Azevedo, Dos Santos, Geraldes, Ribeiro, Trocado, 2011)

Geometria no Espaço com o GeoGebra

Objectivo: *Usar o GeoGebra 5.0 para explorar a representação de um ponto no espaço cujas coordenadas variam com três parâmetros. Explorar a noção de plano mediador. Familiarizar com as potencialidades do GeoGebra versão 5.0 na geometria no espaço.*

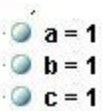
Tarefa 11 – Introdução ao 3D

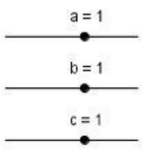
1. Inicie o Geogebra 5.0 (Beta)
   No menu Exibir, escolha a opção Zona Gráfica 3D



   Aparecerá em seguida uma nova janela que poderemos incluir junto à janela principal escolhendo a opção visualizada na imagem seguinte:

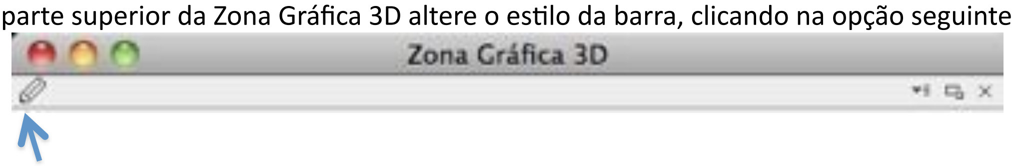
2. Esconda os eixos na Zona Gráfica;
3. Na barra de entrada introduza os comandos **a=1**, **b=1**, **c=1;**
4. Torne os parâmetros visíveis sob a forma de selectores na Zona Gráfica



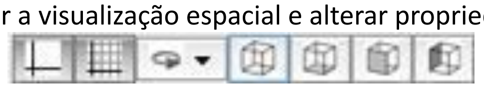


5. Na barra de entrada introduza o comando **X=(a,b,c).**
6. Altere os valores dos parâmetros **a**, **b**, **c** e verifique a influência dos mesmos na representação espacial de **X**.
7. Para melhor visualização utilize a barra de entrada para representar:
   a. A=(a,0,0);
   b. B=(0,b,0);
   c. C=(0,0,c);
   d. D=(a,b,0);
   e. Segmento[A,D];
   f. Segmento[B,D];
   g. Segmento[C,X];
   h. Segmento[D,X].

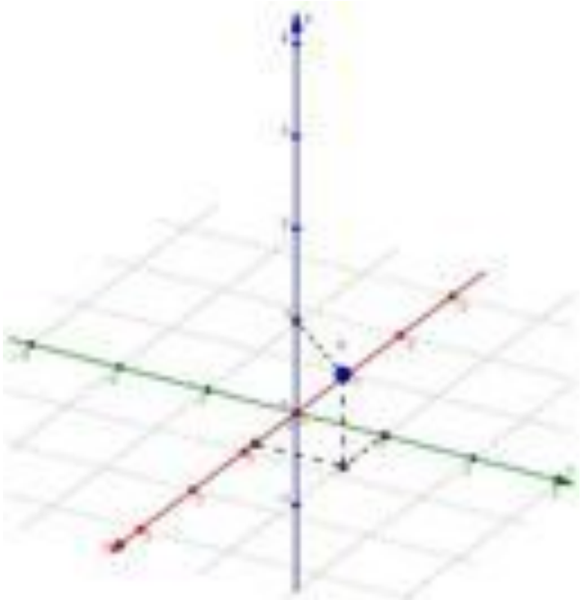
8. Na parte superior da Zona Gráfica 3D altere o estilo da barra, clicando na opção seguinte:

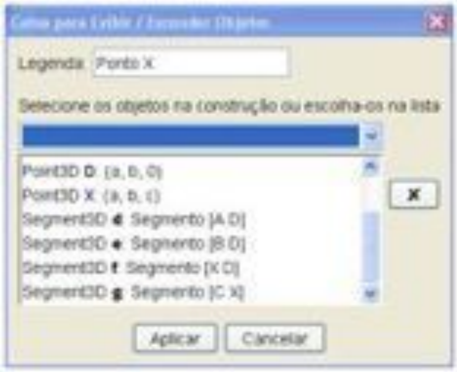


Em seguida será possível controlar a visualização espacial e alterar propriedades de objectos.



9. Altere as propriedades dos segmentos e dos pontos de modo a obter uma representação análoga à seguinte:





10. Recorra à ferramenta  para criar uma caixa que permita esconder/mostrar os pontos e os segmentos criados anteriormente.

11. Esconda o ponto X;

12. Recorra à ferramenta  para criar um ponto no espaço (ponto E). Observe que o ponto anterior encontra-se construído sobre o plano de equação z=0.
13. Altere a posição do ponto E e verifique que apenas se movimenta no plano z=0.

14. Clique o ponto E de forma a obter a indicação que lhe permitirá alterar a cota do ponto E.

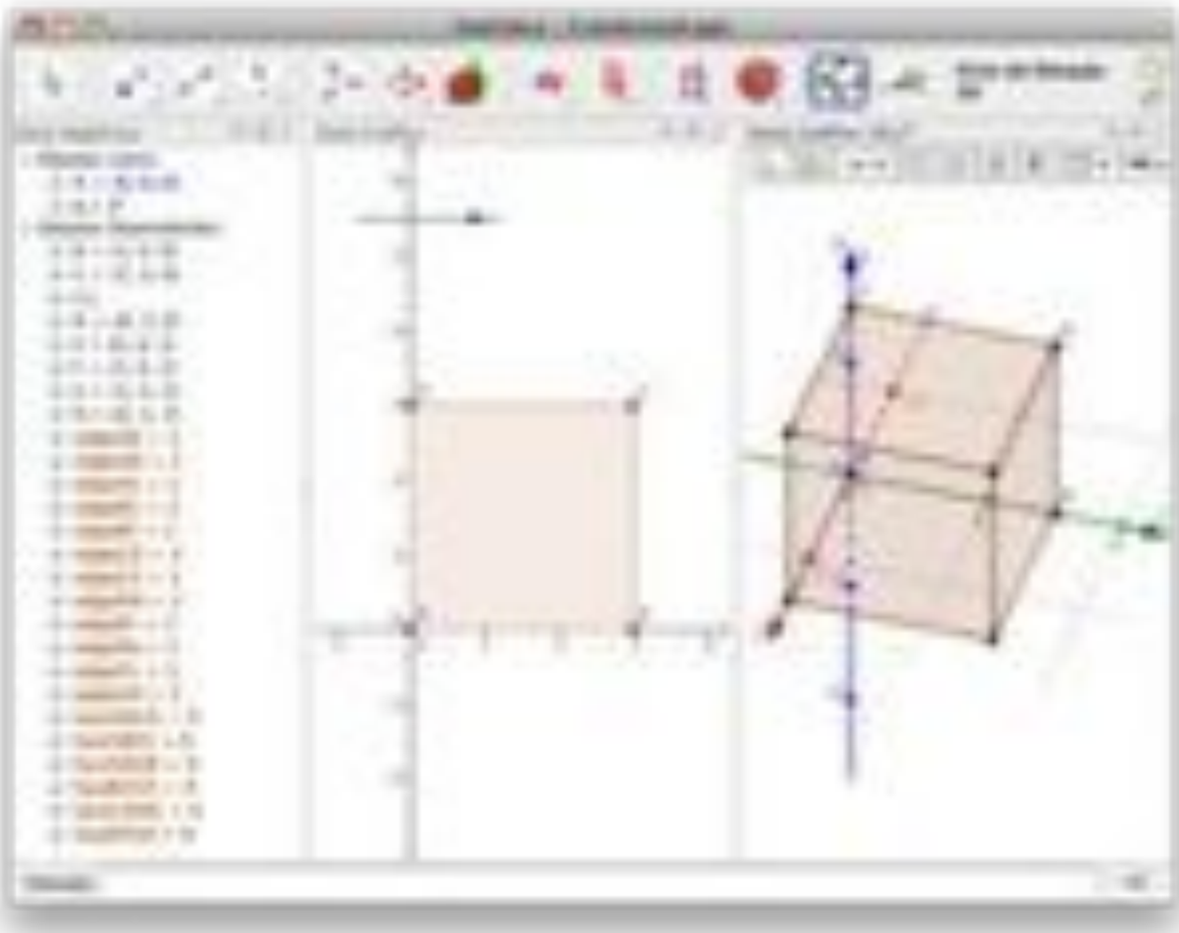
15. Torne o ponto X visível e, com a ferramenta  construa o segmento de reta [EX].

16. Recorra à ferramenta  para construir o ponto médio do segmento de reta [EX].

17. Com a ferramenta  construa o plano mediador do segmento de reta [EX].

Tarefa 12 - Cubo de Aresta *a*.

Objectivo: Pretende-se criar um cubo, podendo variar a medida da aresta com um selector. Iniciemos com o GeoGebra com a Zona de Álgebra, a Zona Gráfica e Zona Gráfica 3D.



1. Digitar na Barra de comandos a=3, dar entrada, e exibir o selector.
2. Definem-se os vértices do cubo a partir do vértice A adicionando o vetor respectivo.

A=(0,0,0)
B=A+(a,0,0)
C=A+(a,a,0)
D=A+(0,a,0)
E=A+(0,0,a)

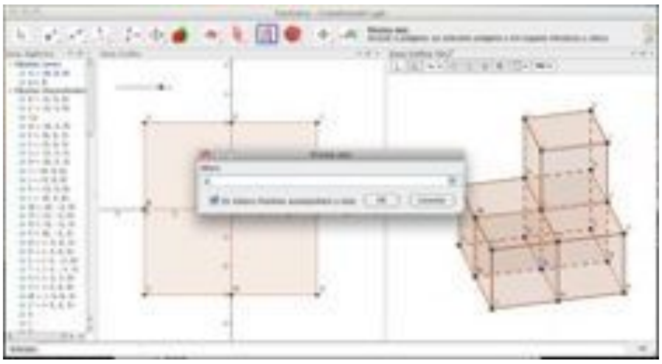
3. Por ultimo o cubo é definido como um prisma de Vértices A,B,C e D na base, um quadrado cuja medida do lado é a, e de aresta AE que mede a.

Ca=prisma[A,B,C,D,E]

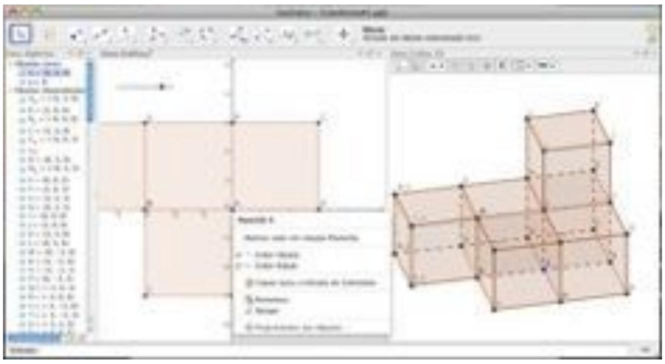
Tarefa adaptada (Dos Santos, 2011)

Tarefa 13 - Construções com Cubos de Arestas Congruentes

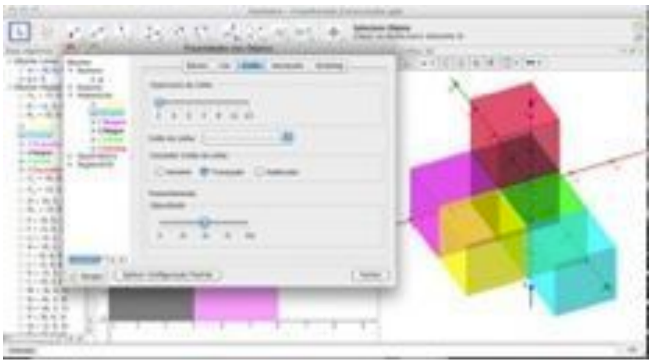
Depois de construído um cubo, seleccione uma das faces, e usando a ferramenta prisma, com o valor da altura a, crie uma construção com cubos.



Utilize o botão direito doe rato sobre um ponto para aceder ao menu Propriedades dos objectos ...



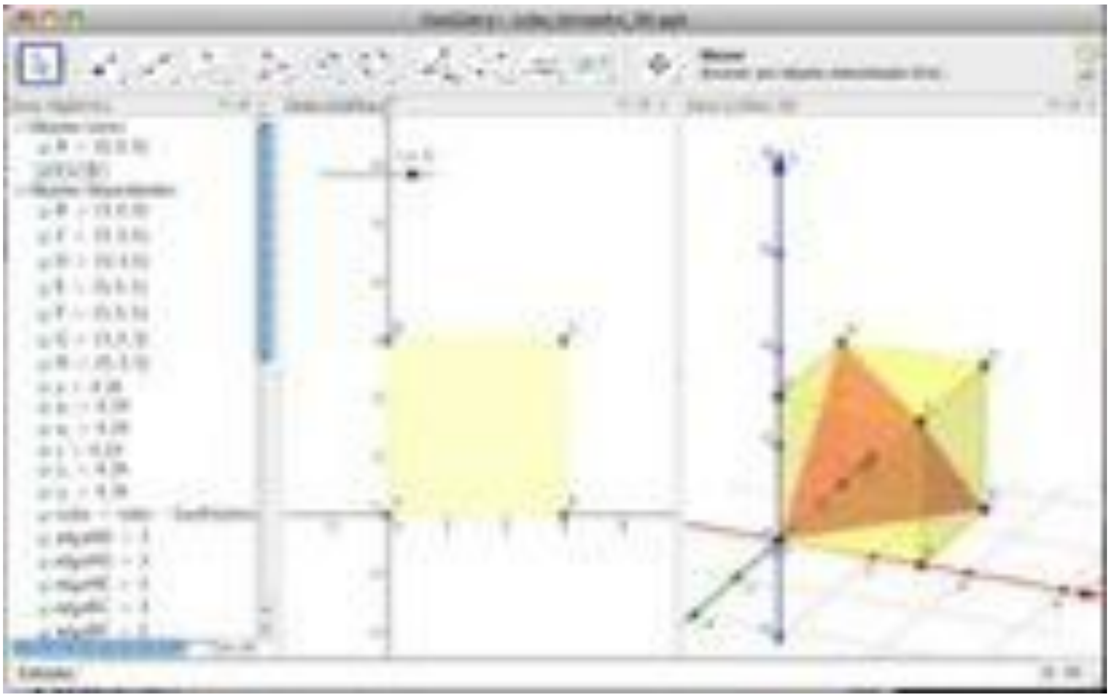
No menu Propriedades dos objectos, esconda os pontos 3d, altere as cores dos cubos como se sugere nas imagens seguintes.



Tarefa adaptada (Dos Santos, 2011)

Tarefa 14 - Cubo e Tetraedro

Objectivo: Com esta tarefa pretende-se construir um cubo, cuja aresta mede l, e um tetraedro cujos vértices são vértices do cubo inicial. Será usada a noção de soma de um ponto com um vetor, e comandos elementares do GeoGebra.



1. Em primeiro lugar vamos usar o menu **Exibir** para visualizar a **Zona gráfica 3D**

2. Insira-se na linha de comandos o parâmetro **l** com a instrução:

    l=3

3. De seguida definam-se cinco vértices do cubo cuja aresta mede **l**:

    A=(0,0,0)
    B=A+(l,0,0)
    C=B+(0,l,0)
    D=A+(0,l,0)
    E=A+(0,0,l)

4. O cubo é prisma de arestas congruentes, deste modo basta usar o comando:

    cubo=prisma[A,B,C,D,E]

5. Para definir o tetraedro devemos definir os quatro triângulos equiláteros que integram a face do sólido assim temos de as definir usando a ferramenta polígono ou os comandos seguintes:

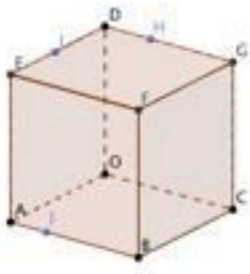
    f1=polígono[A,C,F]
    f2=polígono[A,C,H]
    f3=polígono[A,F,H]
    f4=polígono[C,F,H]

6. Finalmente alterar propriedades dos objectos de modo a ajustar as cores e a visibilidade do objecto.

7. Reflicta sobre a potencialidade de realização desta tarefa no 9º ou no 10º ano, e o interesse para a aprendizagem da matemática prescrita nos programas da disciplina.

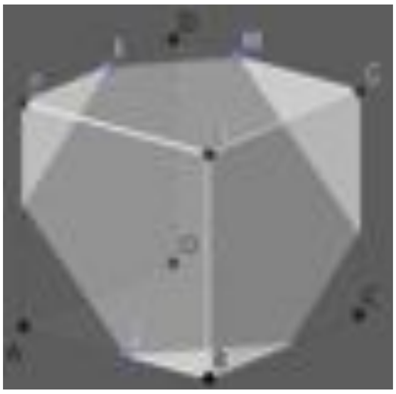
Tarefa 15 – Secções do Cubo

1. Na barra de comandos introduza os comandos $O=(0,0,0)$, $A=(1,0,0)$, $B=(1,1,0)$ $C=(0,1,0)$ e $D=(0,0,1)$. Repare que a Zona gráfica é considerada o plano de equação $z=0$.
2. Introduza o comando ***Prisma[O,A,B,C,D]*** para criar um cubo.
3. Guarde o ficheiro com o nome **Cubo.ggb**
4. Oculte o quadriculado e os Eixos Coordenados.
5. Recorra à ferramenta  para criar três pontos H, I, J sobre arestas do cubo como mostra a figura seguinte.



5. Em seguida, a partir da ferramenta  ou do comando ***Plano[H,I,J]*** construa o plano *HIJ.*
6. Clique sobre o plano e recorrendo à barra que se encontra na parte superior da janela, altere a cor do plano para uma cor escura por forma a tornar a secção no cubo mais visível.

7. Na janela de álgebra selecione todo o poliedro clicando sobre ***a***. Em seguida a altere as cores do poliedro para cores claras próximas do branco.
8. Mova os pontos H,I e J e visualize as diferentes secções definidas pelo plano no cubo e clicando com o botão direito do rato poderá alterar as vistas do cubo e das secções produzidas.



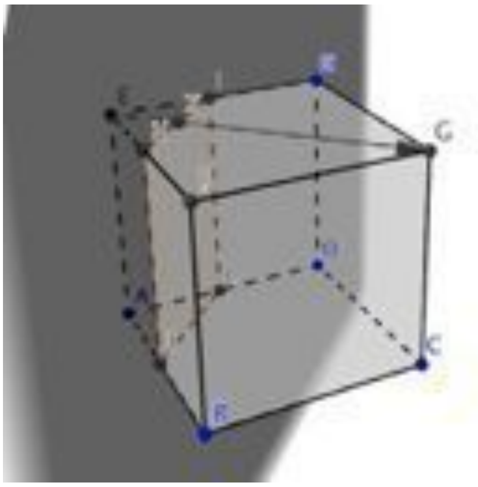
9. Guarde o ficheiro com o nome **Seccoes.ggb**

Tarefa 16 – Retas

1. Defina um parâmetro **a** que varie entre -5 e 5 através de um seletor na **zona gráfica.**
2. Defina os pontos O(0,0,0),A(a,0,0) e um ponto B qualquer.
3. Defina o vetor através do comando **Vetor[O,A]**.
4. Construa uma reta que passe em B e tenha a direção do vetor através do comando **reta[B,u]** ou da ferramenta .
5. Defina os planos dois planos através dos comandos:
   a. x=x(B)
   b. cotaB=z(B)
   c. z=cotaB (A versão de Agosto de 2011 permite obter o plano diretamente através da cota de um ponto z=z(B))
6. Altere o ponto B e visualize a posição da reta e do plano, alterando a perspectiva na ***Folha Gráfica 3D***.

Tarefa 17 – Modelar Seções no Cubo.

1. Abra o ficheiro criado anteriormente **Cubo.ggb**
2. Defina o vetor através do comando **Vetor[E,G]** ou através da ferramenta
3. Defina um seletor k que varie entre 0 e 1.
4. Defina o ponto X que pertence ao segmento de reta [EG] através do comando:
   X=E+k*u
5. Construa o plano perpendicular ao segmento de reta [EG] que passa no ponto X, através da ferramenta ou através do comando **PlanoPerpendicular[X,u]** (plano b)
6. Altere as cores do plano e do cubo por forma a tornar visível a cor da secção produzida.
7. Defina os pontos de interseção do plano b com as arestas do cubo recorrendo à ferramenta ou recorrendo aos comandos:
   a. **H=Interseção[b,edgeEF]**
   b. **I=Interseção[b,edgeDE]**
   c. **J=Interseção[b,edgeAO]**
   d. **K=Interseção[b,edgeAB]**
8. Defina o polígono resultante da interseção do plano com o cubo, através da ferramenta ou através do comando **p1=polígono[H,I,J,K].**
9. Obtenha uma representação semelhante à seguinte:

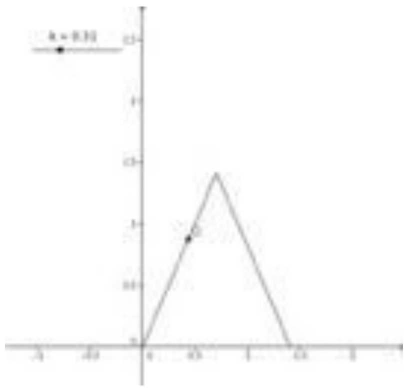


10. Analogamente ao que foi realizado no passo **7.** Defina os pontos que resultam da interseção com as arestas correspondentes.
    a. **L=Interseção[b,edgeFG]**
    b. **M=Interseção[b,edgeDG]**
    c. **N=Interseção[b,edgeCO]**
    d. **P=Interseção[b,edgeBC]**
11. Defina o polígono **[LMNP]** através do comando **p2=polígono[L,M,N,P]**
12. Defina o parâmetro cujo valor corresponde é o valor da área da secção em função do do parâmetro k.

area=Se[k<0.4,p1,Se[k>0.5,p2,sqrt(2)]]

13. Determine a distância entre E e X, através do comando **dist=distância[E,X]** ou da ferramenta.
14. Oculte a **zona algébrica** e torne visível a janela **Gráfico 2**, colocando as três janelas em paralelo.
15. Através do comando **Q=(dist,area)** defina um ponto que associa à distância entre E e X o valor da área da secção produzida.
16. Dependendo da janela que tem selecionada o ponto Q do passo anterior poderá ser definido em qualquer uma das três janelas. Para que este ponto esteja na janela **Gráfico 2** deverá definir a localização do ponto no separador

17. Poderá agora ativar o traço do ponto K e observar a representação gráfica da função que modela a situação. No entanto, para ser possível definir o lugar geométrico dos pontos Q em função do parâmetro k, este parâmetro deverá estar localizado também na janela **Gráfico 2**.
18. Defina o lugar geométrico dos pontos Q em função do parâmetro k, através da ferramenta  ou do comando **Locus[Q,k]**.



Tarefa adaptada (Trocado, 2011)

Números Complexos com o GeoGebra

Tarefa 18 - Operações Básicas com Números Complexos

Objectivo: Realizar operações básicas com números complexos.

1. Inicie um novo documento no Geogebra exibindo os eixos coordenados.

2. Represente os número complexo $z_1 = 1 + 2i$ e $z_2 = -2 - i$. Na barra de entrada basta introduzir as expressões $z\_1 = 1 + 2i$ e $z\_2 = -2 - i$.

3. Represente os vetores que correspondentes a cada um dos pontos z_1 e z_2. Para tal poderá recorrer à ferramenta ou então através dos comandos "Vetor[z_1]" e "Vetor[z_2]".

4. Para realizar operações entre os complexos z_1 e z_2 e observar a representação do resultado, basta introduzir na barra de tarefas os comandos correspondentes.

Operação	Comando
$z_1 + z_2$	z_3=z_1+z_2
$z_1 - z_2$	z_4=z_1-z_2
$z_1 \times z_2$	z_5=z_1*z_2
$\frac{z_1}{z_2}$	z_6=z_1/z_2

5. Altere a malha da **Zona Gráfica** recorrendo ao "Tipo de Quadriculado" **Polar**.

Explore as potencialidades desta apresentação Zona Gráfica para explorar as operações com complexos e as coordenadas polares.

Tarefa 19 - Conjugado e Simétrico

Objectivo: Explorar algumas propriedades (conjugado e simétrico) de números complexos.

Dado um qualquer número complexo na forma algébrica, que propriedade deverá ter esse número para que a imagem geométrica, no plano de Argand, do seu conjugado coincida com o seu simétrico.

1. Represente o número complexo $z = 1 + i$. Na barra de entrada basta introduzir a expressão $z = 1 + i$;
2. Para representar $\bar{z}$ basta reflectir o ponto z no eixo real, recorrendo à ferramenta ;
3. Se observarmos, verificamos que o conjugado de z é denominado pelo Geogebra por z' . Se pretendermos que junto do afixo do conjugado surja a designação $\bar{z}$, teremos de, em primeiro lugar, esconder o rótulo de z e em seguida inserir uma caixa de texto com uma fórmula **\overline{z}** em Latex;

Em seguida deveremos aceder às propriedades da caixa de texto e no separador posição indicar que o ponto de partida é z';

4. Através do comando "-z" é representado o simétrico de z. Para que junto do afixo surja a designação –z é necessário que nas propriedades deste complexo o rótulo seja definido como "Legenda" e na legenda deverá ser escrito "-z";
5. Através da manipulação do ponto z será possível descobrir qual a propriedade de z para que $\bar{z}$ coincida com –z.

Tarefa 20 - Potências de Expoente Natural de um Número Complexo

Objectivo: Explorar propriedades dos números complexos (potências de expoente natural) com recurso à folha de cálculo.

Representação gráfica das potências de expoente natural de um número complexo

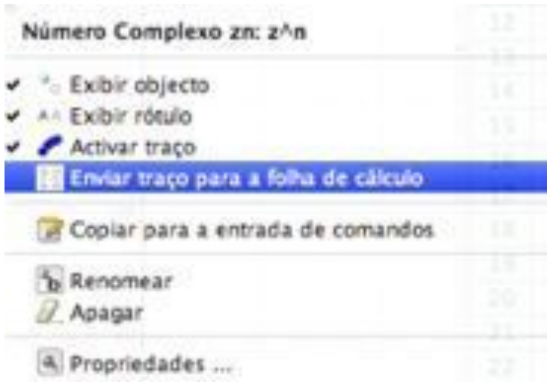
1. Represente o número complexo $z = 1 + 2i$.

2. Em seguida, construa o selector n, que varie entre 1 e 20 com incrementos de 1.

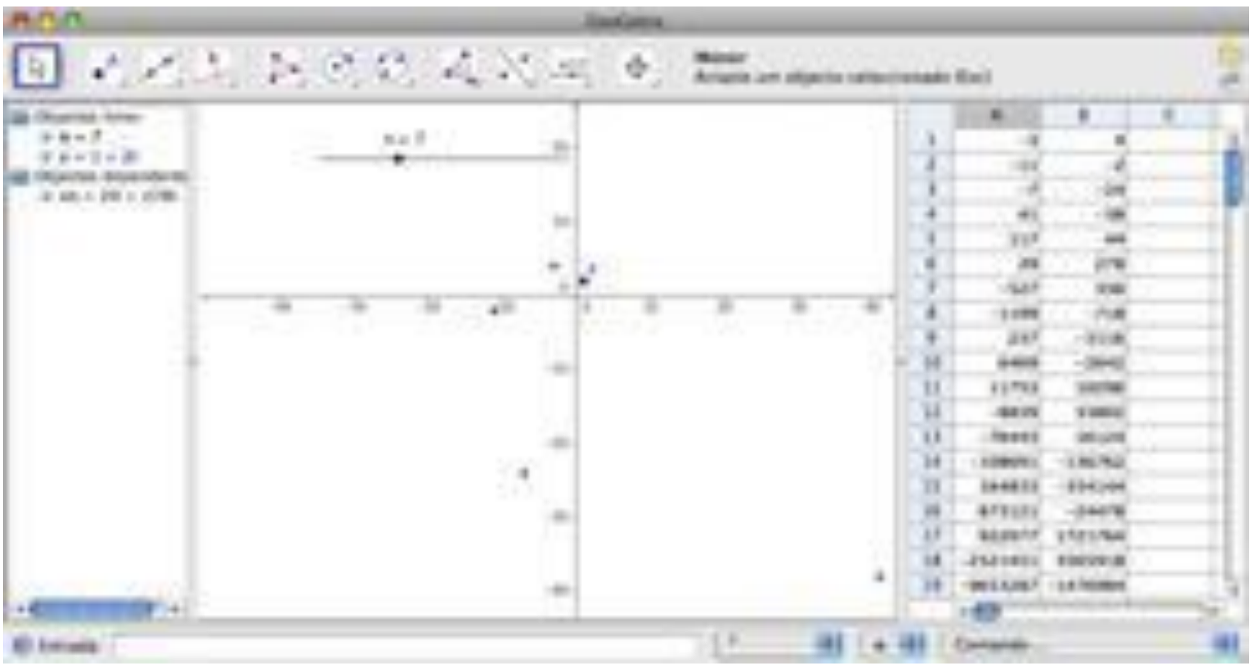
3. Através do comando "zn=z^n" construa a potência de base z e expoente n.4º. Com o botão direito do rato sobre zn active o traço de zn.

4. No menu exibir, escolha a opção Folha de Cálculo.

5. Com o botão direito do rato sobre o ponto zn escolha a opção "Enviar traço para a folha de cálculo"

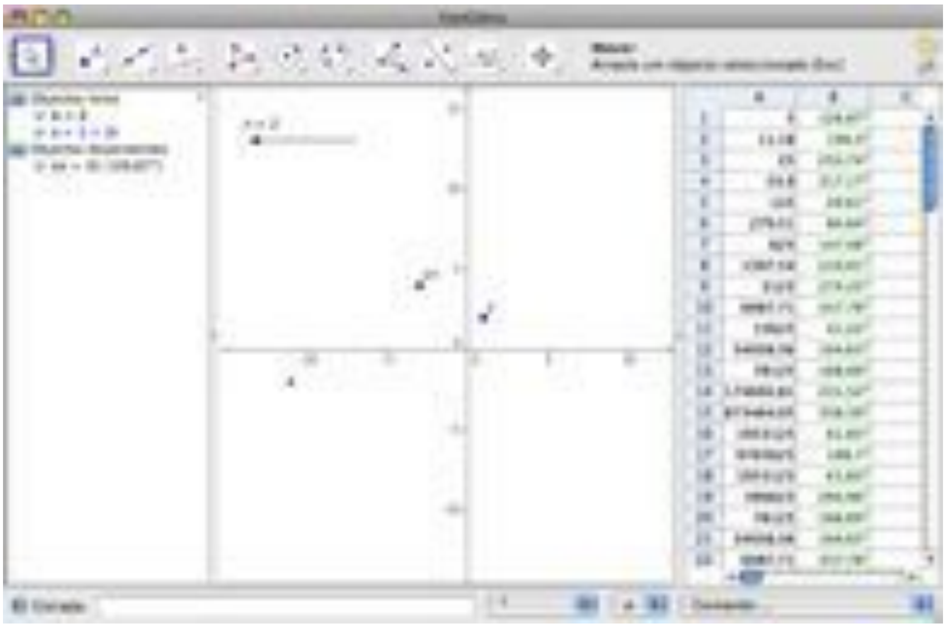


6. Se alterar os valores de n poderá observar que a parte real e a parte imaginária de zn serão registadas na folha de calculo.



Ana Azevedo, Alexandre Trocado, José Santos dos Santos, Paulo Correia

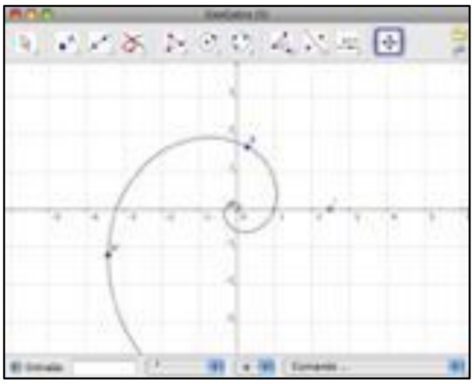
7. Para observar o módulo e o argumento de zn deverá aceder às propriedades de zn e no separador "Álgebra" escolher a opção "Coordenadas Polares".



Tarefa 21 - Potências de um Complexo e Espirais

Objectivo: Explorar a regularidade geométricas associadas as potências de expoente real de um número complexo com recurso ao Locus.

1. Represente o número complexo $z = 1 + 2i$.
2. Represente um ponto **r** sobre o eixo real.
3. Através do comando **zr=z^x(r)** representa a potência de z de expoente real.
4. Recorra à ferramenta Locus e seleccione os pontos **r** e **zr** para representar o lugar geométrico das potencias de um número complexo de expoente real.
5. Através da manipulação do complexo **z**, poderemos observar espirais crescentes, decrescentes e uma circunferência centrada na origem com uma unidade de raio.



Ana Azevedo, Alexandre Trocado, José Santos dos Santos, Paulo Correia

Bibliografia

Azevedo, A. Dos Santos, J. Geraldes, J. Ribeiro, A. Trocado, A. (2011) Usar o GeoGebra para ensinar e aprender Matemática. Notas da Ação de formação CCPFC/ACC-62549/10 ESE - IP Porto. Porto.(Materiais poli-copiados)

Dos Santos, J. (2011) Notas da disciplina Matemática. Materiais e Tecnologias, opção do 3º ano do Curso de Educação Básica, ESE - IP Porto. Porto. (Materiais poli-copiados))

Dos Santos, J. Geraldes, J. Ribeiro, A. Trocado, A. (2010) Como usar o GeoGebra para ensinar e aprender Matemática. Curso n.3 , ProfMat 2010. Aveiro.

Dos Santos, J. (2009) El GeoGebra y el Analisis de Relaciones Matemáticas en el Arte, cap.V, in Giménez J. La Proporción: Arte y matemáticas. Editorial Graó. Barcelona.

Dos Santos, J. Geraldes, J. Ribeiro, A. Trocado, A. (2009) Como usar o GeoGebra para ensinar e aprender Matemática. Curso n.3 , ProfMat 2009. Viana do Castelo.

Dos Santos, J. Trocado, A. (2008) Estudo de isometrias com o GeoGebra como abordagem possível para o 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico no contexto do reajustamento do Programa de Matemática do Ensino Básico . Sessão Pratica, MinhoMat 2008. Vila Verde.

Ribeiro, A. (2011) Inequações no GeoGebra 4. 1º Dia GeoGebra Portugal. ESE IP Porto.

Trocado, A. (2011) GeoGebra 5.0 (Beta) - 3D Tarefas Possíveis. 1º Dia GeoGebra Portugal. ESE IP Porto.

Esc — Cancelar	Ctrl + O — Abrir projeto	Ctrl + A — Selecionar tudo	Ctrl + P — Previsão da impressão
Ctrl + E — Propriedades	Ctrl + S — Gravar projeto	Ctrl + F — Atualizar	Ctrl + Z — Desfazer uma ação
Ctrl + N — Nova janela	Ctrl + H — Esconder objeto	Ctrl + C — Copiar Objetos	Ctrl + V — Colar Objetos
Alt + F4 — Sair			

Alguns comandos

Ponto	A=(a,b)
Vetor	u=(a,b)
Norma do vetor u	n_u=comprimento[u]
Segmento de reta	s=Segmento[A,B]
Mediatriz de um segmento/lado	m=mediatriz[s]
Ponto médio de um segmento de reta	M=pontomédio[s]
Reta	r=reta[A,B]
Ponto de intersecção de duas retas	I=intersecção[f,g]
Círculo/circunferência (Centro, Ponto)	C_1=círculo[A,B]
Círculo/circunferência (Centro, Raio)	C_1=círculo[A,r]
Abcissa de um ponto A	A_x=x(A)
Ordenada de um ponto A	A_y=y(A)
Equação vetorial de uma reta	v:X=A+k*u
Equação reduzida de uma reta	r:y=mx+b
Gráfico de uma função	f(x)=...
Função por ramos	f(x)=se[x>0,2x+3,x-1]
Ponto móvel no gráfico	M=ponto[f]
Reta tangente ao gráfico num ponto	t=tangente[M,f]
Gráfico da função 1ª Derivada	derivada[f,1]
Gráfico da função 2ª Derivada	derivada[f,2]
Zero(s) de uma função f	x_1=raiz[f]
Extremo(s) de uma função f	E_1=extremo[f]
Ponto(s) de inflexão de uma função f	I_1=pontodeinflexão[f]
Declive de uma recta	m=declive[t]
Gráfico de um função num intervalo	f(x)=função[g(x),a,b]
Média de uma lista (FC)	x_d=média[A1:A20]
Mediana de uma lista (FC)	m_d=mediana[A1:A20]
Moda de uma lista (FC)	M_d=moda[A1:A20]
Desvio-Padrão de uma lista (FC)	s_d=desvioPadrão[A1:A20]
1º Quartil de uma lista (FC)	Q_1=quartil1[A1:A20]
3º Quartil de uma lista (FC)	Q_3=quartil3[A1:A20]
m.d.c de uma lista de números	MDC[{a,b,c,d,...}]
m.m.c de uma lista de números	MMC[{a,b,c,d,...}]
Definir uma função quadrática na forma $a(x-h)^2+k$	CompletarQuadrados[f(x)]
Fatorizar um polinómio	Fatorizar[f]

"Atalhos" e Comandos do Geogebra 4.0

Ctrl + Shift + 1 — Zona Gráfica	Ctrl + Shift + 2 — Gráfico 2
Ctrl + Shift + S — Folha de Cálculo	Ctrl + Shift + A — Zona Algébrica
Ctrl + Shift + L — Protocolo de Construção	Ctrl + Shift + K — CAS

Botão esquerdo pressionado

Ctrl + Activa a opção

"clique" com o botão do lado esquerdo em cada objeco

Ctrl + Selecciona vários objetos

Ctrl + Faz um "zoom" da Janela de trabalho

L a t e x

<table>
<tr><td>$\overrightarrow{AB}$</td><td>$\overline{AB}$</td><td>$\|\vec{u}\|$</td><td>$\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td>\vec{AB}</td><td>\bar{AB}</td><td>\|vec{u}\|</td><td>\sqrt{2}</td></tr>
<tr><td>$\frac{x+2}{x-2}$</td><td>Δ</td><td>$-\infty$</td><td>$\to$</td></tr>
<tr><td>\frac{x+2}{x-2}</td><td>\delta</td><td>-\infty</td><td>\to</td></tr>
</table>

Guia de acesso rápido

Notas