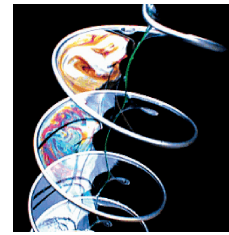


MATEMATICA INTORNO A NOI

Il problema di Plateau



Spesso è difficile trovare una funzione che descriva la grandezza che si vuole ottimizzare. Si cercano allora strade alternative, come fece Joseph-Antoine-Ferdinand Plateau per risolvere il seguente problema: come si determina, fra tutte le superfici di contorno assegnato, quella di area minima?

Perché Plateau risolse questo problema con le lamine di sapone?

LA RISPOSTA

Se non si trova la funzione...

Lo studio di un problema di massimo o minimo per una data grandezza è relativamente semplice se si riesce a trovare una funzione che esprima la variazione di quella grandezza. In tal caso è sufficiente utilizzare gli strumenti del calcolo differenziale per trovare una risposta.

Spesso però è difficile, o addirittura impossibile, trovare una funzione che descriva esplicitamente la grandezza variabile o realizzare costruzioni geometriche elementari che consentano di risolvere il problema.

In questi casi ci si limita a dimostrare l'esistenza della soluzione (della configurazione di massimo o di minimo) in situazioni particolari e a studiarne poi le principali proprietà.

...ci aiuta la fisica

Talvolta, però, anche la dimostrazione di esistenza della soluzione può comportare difficoltà tali da suggerire di seguire una strada alternativa, molto vicina a quelle percorse dalle discipline sperimentali, come la fisica.

Si realizzano, allora, le condizioni matematiche del problema posto mediante sistemi fisici e poi si studia il comportamento di tali sistemi.

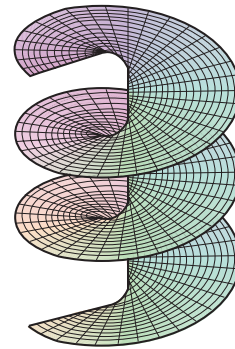
Il problema di Plateau

Questa strada fu seguita da alcuni matematici per studiare quello che è noto come *problema di Plateau*, dal nome del fisico belga Joseph-Antoine-Ferdinand Plateau (1801-1883): *determinare, fra tutte le superfici di contorno assegnato, quella di area minima*.

Il problema, per un contorno generico, non è elementare dal punto di vista matematico e soltanto

verso la metà del Ventesimo secolo due matematici (J. Douglas e T. Radò) riuscirono a dimostrare l'esistenza della soluzione nel caso generale.

Plateau non si arrese di fronte alla difficoltà matematica del problema e realizzò esperimenti che consistevano nell'immergere un contorno chiuso costruito con fil di ferro in acqua saponata. A seconda del contorno, ottenne superfici diverse, come l'elicoide (figura sotto).



L'energia è minima

Il metodo di Plateau si fonda sulla proprietà fisica in base alla quale la lamina d'acqua saponata (ossia la superficie di liquido che si forma estraendo il filo di ferro dall'acqua saponata) tende a disporsi secondo la superficie di area minima fra tutte quelle che giacciono sul contorno assegnato (il filo di ferro).

Infatti, in tale configurazione l'energia potenziale dovuta alla tensione superficiale del liquido è minima.

Si può anche dimostrare che tale configurazione è di equilibrio stabile (si suppone di poter trascurare tutte le altre forze in gioco, tranne quelle dovute alla tensione superficiale).

Attività

Il sapone di Plateau

Cerca in Internet esempi riguardanti gli esperimenti di Plateau e prova a realizzarne anche tu qualcuno dei più semplici.