การทดลองที่ 3. การอัดประจุ

วัตถุประสงค์

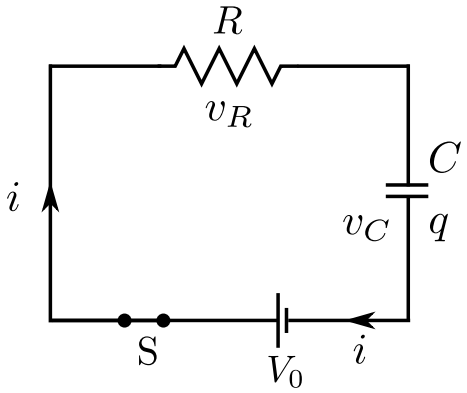
1. เพื่อศึกษาการอัดประจุ (charging) ของตัวเก็บประจุ (capacitor) ในวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ (RC circuit)
2. เพื่อหาค่าคงที่ของเวลา (time constance : τ) ของตัวเก็บประจุ

ทฤษฎี

ตัวเก็บประจุ (capacitor) คือ อุปกรณ์ไฟฟ้าที่ทำหน้าที่เก็บประจุไฟฟ้า **การอัดประจุ (charging)** ทำได้โดยการต่อตัวเก็บประจุเข้ากับแหล่งจ่ายไฟกระแสตรงที่ทำหน้าที่ถ่ายเทประจุไฟฟ้าไปยังตัวเก็บประจุ อัตราการถ่ายเทประจุจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าไปยังตัวเก็บประจุขึ้นกับค่าความจุไฟฟ้า (capacitance : C) ของตัวเก็บประจุและค่าความต้านทาน (resistance : R) ที่ต่อในวงจร

การอัดกระจุ

วงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุ (C) ตัวต้านทาน (R) และแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง (V_0) ดังรูปที่ 3.1 เรียกว่า **วงจรอัดประจุ (charging circuit)**



รูปที่ 3.1 วงจรอัดประจุ

เมื่อพิจารณารูปที่ 3.1 เมื่อปิดสวิตซ์ (S) จะทำให้มีการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าไปยังตัวเก็บประจุ C ทำให้มีกระแสไฟฟ้า (i) ไหลในวงจรผ่านตัวต้านทาน (R) เมื่อเวลา (t) เพิ่มขึ้น

จำนวนประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุ (q) จะมีปริมาณเพิ่มขึ้น จากกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchoff 's Law) $\left(\sum V = 0\right)$ จะได้ว่า

$$V_0 - v_R - v_C = 0$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$V_0 = iR + \frac{q}{C} \tag{3.1}$$

เมื่อ V_0 คือ แรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง มีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

v_R คือ ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน มีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

$V_R = iR$

v_C คือ ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุ มีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

$v_C = \frac{q}{C}$

i คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร มีหน่วยเป็นแอมแปร์ (A)

R คือ ค่าความต้านทานที่ต่อในวงจร มีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω)

C คือ ค่าความจุของตัวเก็บประจุ มีหน่วยเป็นฟารัด (F)

q คือ ประจุไฟฟ้าในตัวเก็บประจุ มีหน่วยเป็นคูลอมบ์ (C)

จากนิยามกระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้าในหนึ่งหน่วยเวลา $\left(i = \frac{dq}{dt}\right)$ สมการ (3.1) จึงได้

$$V_0 = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C}$$

และเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dq}{V_0C - q} = \frac{1}{RC}dt \tag{3.2}$$

หากขณะเริ่มอัดประจุ ($t = 0$) ตัวเก็บประจุไม่มีประจุอยู่เลย ($q = 0$) เมื่อเปิดสวิตช์ (S) ประจุไฟฟ้าจะเริ่มเคลื่อนที่จากแหล่งจ่ายไฟฟ้าไปสะสมในตัวเก็บประจุจนมีประจุ เมื่อเวลาผ่านไปเป็นเวลา t ประจุไฟฟ้าภายในประจุมีค่าเท่ากับ q ประจุไฟฟ้า q หาได้จากการอินทิเกรตสมการ (3.2) ตั้งแต่เวลา $t = 0$ จนกระทั่งถึงเวลา t ได้

$$\int_0^q \frac{dq}{RC - q} = \int_0^t \frac{1}{RC}dt$$

ซึ่งได้สมการของ q ที่เวลาใด ๆ เป็น

$$q = V_0C\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) = Q_0\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \tag{3.3}$$

เมื่อ $Q_0 = V_0C$ เป็นค่าประจุไฟฟ้าสูงสุดที่สามารถอัดได้ในตัวเก็บประจุ จากสมการ (3.3) และจากความสัมพันธ์ $Q = CV$ เมื่อหารสมการ (3.3) ด้วย C ตลอดสมการ ได้

$$\frac{q}{C} = V_0\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

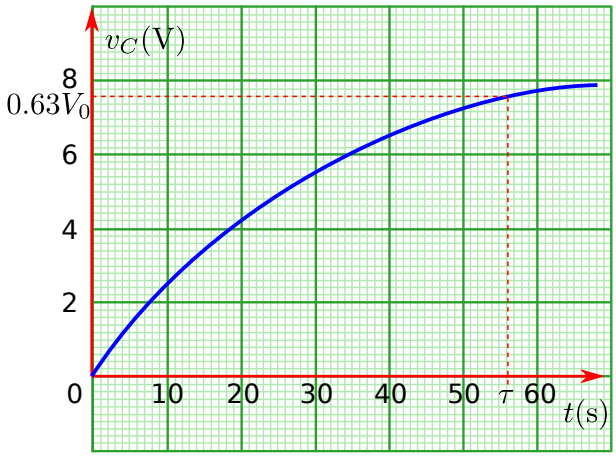
หรือ

$$v_C = V_0\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \tag{3.4}$$

เมื่อ $v_C = \frac{q}{C}$ เป็นความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุที่เวลา t ใด ๆ

สมการ (3.3) เป็นสมการความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้า q และเวลาในการอัดประจุ t เรียกว่า **สมการการอัดประจุ (charging equation)**

เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) กับเวลาจะได้กราฟความสัมพันธ์ดังแสดงในรูป 3.2 ซึ่งเป็นกราฟความสัมพันธ์แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ซึ่งพบว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าเพิ่มขึ้น จนกระทั่งเมื่อเวลาที่ใช้ในการอัดประจุเท่ากับผลคูณระหว่างค่าความต้านทานและค่าความจุของตัวเก็บประจุ ($\tau = RC$) ความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าประมาณ 63% ของค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งจ่ายหรือเท่ากับ $0.63V_0$ เวลาที่ใช้ในการอัดประจุนี้ เรียกว่า **ค่าคงตัวเวลา (time constant)** แทนด้วย (τ)



รูปที่ 3.2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุกับเวลาในการอัดประจุ

จากสมการ (3.4) เมื่อใส่ล็อกฐานธรรมชาติทั้งสองข้าง (ล็อกฐาน e) แล้วเปลี่ยนรูปสมการใหม่ จะได้

$$\ln\left(\frac{V_0 - v_C}{V_0}\right) = \frac{-t}{RC}$$

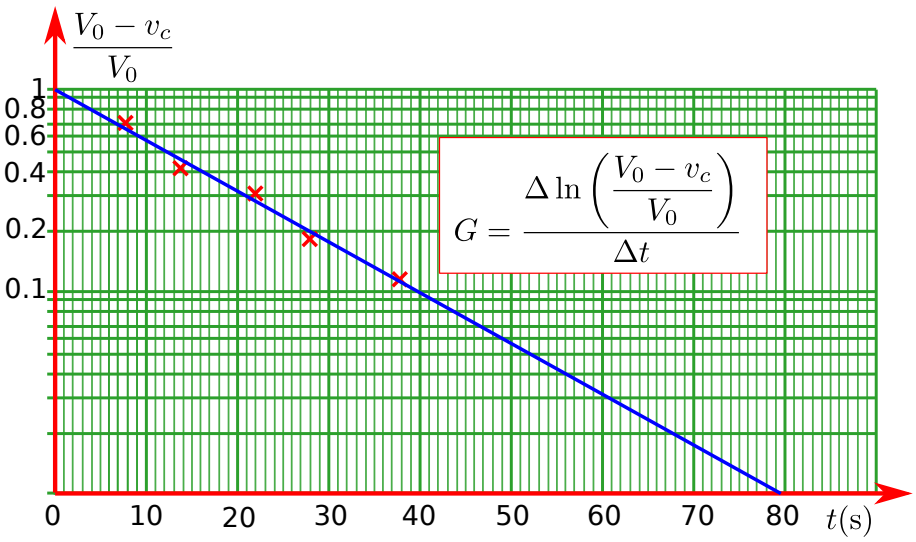
หรือ

$$\ln\left(\frac{V_0 - v_C}{V_0}\right) = Gt \tag{3.5}$$

เมื่อ G คือ ความชันกราฟของกึ่งล็อก $G = -\frac{1}{RC}$

จากสมการ (3.5) เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{V_0 - v_C}{V_0}$ และเวลา (t) บนกระดาษกราฟแบบ

กึ่งล็อก (semilog-graph paper) ได้กราฟความสัมพันธ์ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{V_0 - v_C}{V_0}$ และเวลา (t) บนกระดาษกราฟแบบกึ่งล็อก

จากกราฟในรูปที่ 3.3 และสมการ (3.5) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวเวลา (τ) และความชันกราฟ (G)

$$\tau = -\frac{1}{G} \tag{3.6}$$

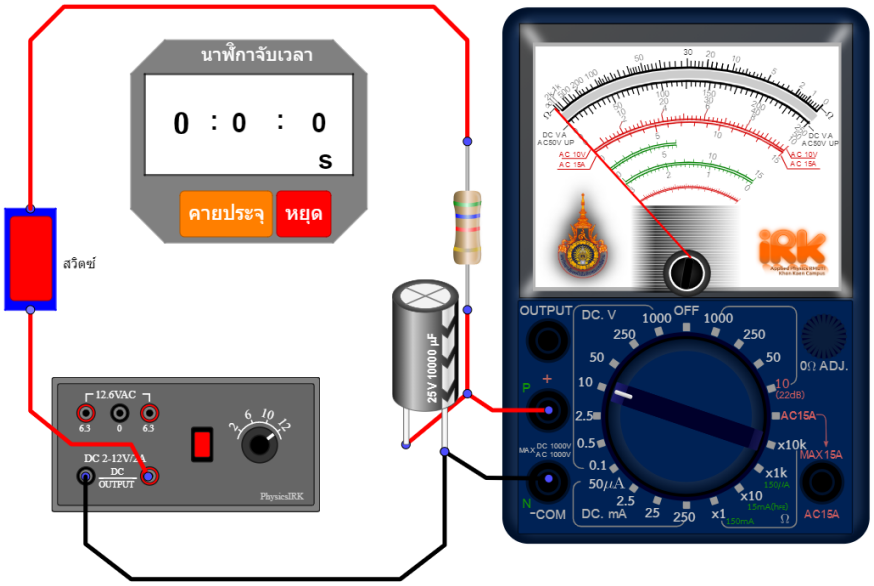
เมื่อ G คือ ความชันกราฟจากความสัมพันธ์ระหว่างระหว่าง $\frac{V_0 - v_C}{V_0}$ และเวลา (t) บนกระดาษกราฟแบบกึ่งล็อก

อุปกรณ์การทดลอง

1. เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง (DC power supply)
2. ตัวความต้านทาน (resistor)
3. ตัวเก็บประจุ (capacitor)
4. โวลต์มิเตอร์ (voltmeter)

วิธีการทดลอง

1. คลิ๊กลิงค์ https://www.geogebra.org/m/thzwy8y7 ดังรูปที่ 3.4
2. อ่านค่าความต้านทาน (R) ของตัวต้านทานจากแถบสี และค่าความจุประจุไฟฟ้า (C) ของตัวเก็บประจุ และค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้า (V_0) ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง บันทึกผลการทดลอง
3. คลิ๊กปุ่ม **คายประจุ** บนนาฬิกาจับเวลาเพื่อคายประจุออกจากตัวเก็บประจุ



รูปที่ 3.4 วงจรไฟฟ้าสำหรับการทดลองอัดประจุ

4. คลิ๊กปุ่ม **สวิตช์** เพื่อเริ่มอัดประจุ สังเกตเข็มของโวลต์มิเตอร์แสดงค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเก็บประจุเท่ากับ 2 โวลต์ คลิ๊กปุ่ม **หยุด** บนนาฬิกาจับเวลาเพื่อหยุดอัดประจุ บันทึกค่าความต่างศักย์และเวลาที่ใช้ในการอัดประจุ
5. ทำซ้ำข้อ 3 และข้อ 4 แต่เพิ่มความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุครั้งละ 1 โวลต์ จนกระทั่งความต่างศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเก็บประจุเท่ากับ 8 โวลต์
6. นำข้อมูลมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (v_C) กับเวลา (t) ในกระดาษกราฟแบบสเกลธรรมดา หาค่าคงตัวเวลา (τ) จากกราฟโดยพิจารณาจากรูปที่ 3.2
7. เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{V_0-v_C}{V_0}$ กับเวลา (t) ในกระดาษกราฟแบบสเกลกึ่งล็อก คำนวณค่าความชัน (G) ของกราฟและคำนวณค่าคงตัวเวลา (τ) จากความชันของกราฟโดยใช้สมการ (3.6)
8. คำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าคงตัวเวลา (τ) ที่ได้จากกราฟทั้งสอง โดยเทียบกับค่าที่ได้จากคำนวณตามสมการ $\tau = RC$
9. สรุปและวิจารณ์การทดลอง