CAPITULO 5. DINAMICA DE FLUIDOS

5.1CONCEPTO DE FLUIDOS

Es la parte de la dinámica que estudia el movimiento de los fluidos.

Podemos clasificar a los fluidos en función de sus propiedades intrínsecas.

- Fluido Ideal. Es aquel que los efectos de la fricción interna en el movimiento es despreciable también se les llama fluidos no viscosos.
- Fluido Viscoso. Aquel que la fricción interna tiene efectos apreciables. Se les llama fluidos viscosos.
- Fluido Incompresible. Aquel cuya densidad se mantiene aproximadamente constante durante su movimiento y no cambia con a presión.
- Fluido Compresible. Aquel cuya densidad depende de la presión.

Fig. 5.1. El fluido más viscoso cae lentamente

5.2 CARACTERISTICAS DEL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS

Líneas de Corriente

Se llama así a la trayectoria seguida por cada partícula del fluido con la velocidad en la dirección tangente.

Tipos de movimiento de los fluidos

Flujo Laminar. Cuando cada partícula del fluido sigue una trayectoria definida.

Flujo Turbulento. Cuando las partículas siguen una trayectoria caótica.

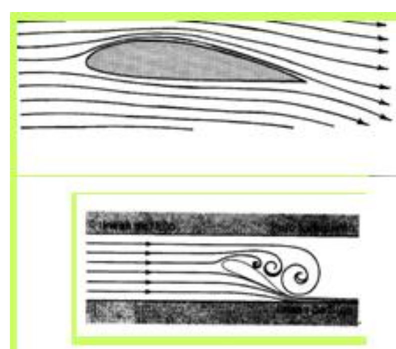
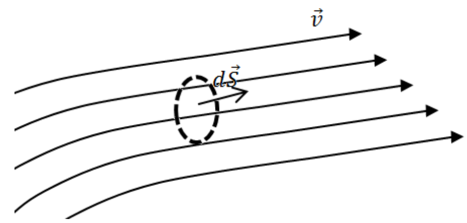


Fig.5.2. Régimen laminar y régimen turbulento.

Flujo de masa

Es la cantidad de masa que atraviesa una superficie por unidad de tiempo.

Fig.5.3 Flujo de masa y caudal en un fluido



Forma integral:

$$\frac{m}{t} = \int \rho\vec{v}.d\vec{s} \quad \text{-------------------------------- (5.1)}$$

[m/s] = kg/s

Forma diferencial flujo másico por unidad de área.

$$\frac{1}{A}\frac{dm}{dt} = \rho v$$

$[\rho v]=kg/sm^2$

5.3 ECUACION DE CONTINUIDAD

Es el principio de conservación de masa, aplicado a un fluido durante su movimiento.

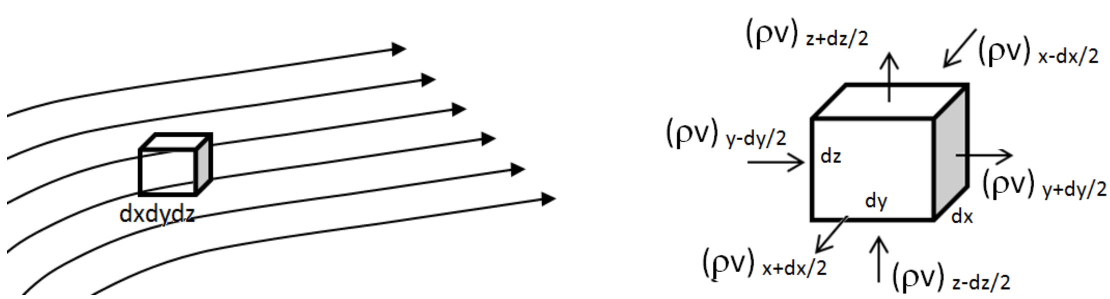


Fig.5.4. Diferencial de fluido con volumen dv = dxdydz

Apliquemos la conservación de masa en el elemento de fluido de la fig. 5.4.

Flujo saliente: $\left(\frac{dm}{dt}\right)_{saliente} = (\rho v)_{x+dx/2}dydz + (\rho v)_{y+dy/2}dxdz + (\rho v)_{z+dz/2}dxdy$

Flujo entrante: $\left(\frac{dm}{dt}\right)_{entrante} = (\rho v)_{x-dx/2}dydz + (\rho v)_{y-dy/2}dxdz + (\rho v)_{z-dz/2}dxdy$

Variación de masa en el elemento de volumen: $\left(\frac{dm}{dt}\right)_{total} = \rho v dxdydz$

Resultando luego del balance de masa, la ecuación diferencial de la continuidad dependiente del tiempo, para un fluido compresible:

$$\nabla.(\rho\vec{v}) = \frac{\partial\rho}{\partial t} \text{ ------------------------------ } (5.2)$$

En nuestro caso consideraremos solo situaciones estacionarias es decir independientes del tiempo. Resulta la ec. (5.2):

$$\nabla.(\rho\vec{v}) = 0 \text{ ------------------------------ } (5.3)$$

Para fluidos incompresibles donde la densidad es una constante, de la ec. (5.3):

$$\nabla.(\vec{v}) = 0 \text{ ------------------------------ } (5.3)$$

Esta ecuación también se puede escribir en formas integral:

$$\oiint_S \vec{v}.d\vec{s} = 0 \quad \text{-- } (5.4)$$

Definiendo el concepto de caudal (Q):

$$Q = \oiint_{entrante} \vec{v}.d\vec{s} = \oiint_{saliente} \vec{v}.d\vec{s} \text{ ------------------------------ } (5.5)$$

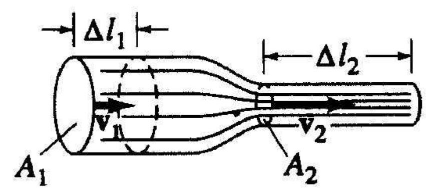
Para el caso de los fluidos ideales donde la velocidad es uniforme en la sección transversal (A), la ec.(5.5) resulta:

$$Q_{entrante} = Q_{\ saliente} = vA \quad \text{---------------------------------- } (5.6)$$

$[Caudal] = [Q] = m^3/s$

En el movimiento del fluido ideal por una tubería de sección transversal no uniforme, podemos obtener de la ec. (5.6):

Fig.5.5 Flujo estacionario con caudal constante.



$$\text{Caudal } (Q) = v_1A_1 = v_2A_2 \quad (m^3/s) \quad \text{------------------------------ } (5.7)$$

Utilizando la ec. (5.7) se puede afirmar que en regiones de menor área (más angostas), la velocidad del fluido es mayor.

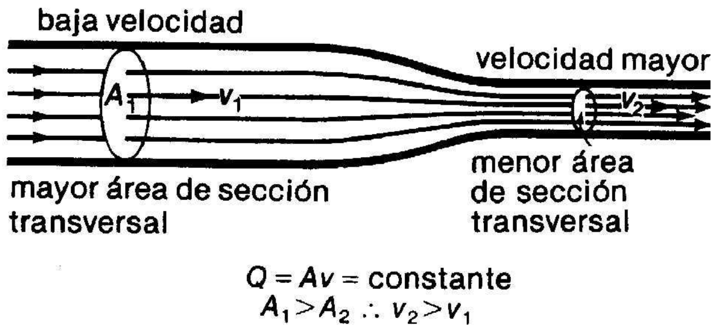


Fig.5.6. A menor área transversal mayor velocidad del fluido, siendo el caudal constante. Las líneas de velocidad están más juntas cuando la velocidad del fluido es mayor

EJEMPLO 5.1

Por un tubo A circula agua a razón de 20,0 cm^3/s, por otro tubo B de sección 3,10 cm^2 circula agua con velocidad de 4,20 m/s. Ambos tubos alimentan una troncal de 15,0 cm de radio. Hallar:

a) el caudal en la tubería troncal

b) la velocidad del agua por esta troncal.

5.4 ECUACION DE BERNOULLI. FLUIDOS IDEALES.

Ecuación diferencial de Bernoulli para fluidos no viscosos e incompresibles. Dinámica de Fluidos

Método Dinámica. Según la ecuación de Euler (ec. 4.3) provenientes de las leyes de la dinámica a los fluidos no viscosos e incompresibles: $(-\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} = \rho\vec{a})$

Siendo la aceleración dependiente del tiempo en forma explícita e implícita:

$$a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}\right) = \frac{\partial v_x}{\partial t} + \vec{v}.\nabla v_x$$

Considerando también las otras componentes de la velocidad, obtenemos la ecuación de Euler con las derivadas de la velocidad:

$$\vec{\nabla}p - \rho\vec{g} = -\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}.\nabla\vec{v}\right) \text{ --- } (5.8)$$

Para el movimiento de fluidos estacionario donde no hay variación explicita del tiempo, obtenemos la ecuación diferencial de Bernoulli para el movimiento de un fluido no viscoso y estacionario.

$$\vec{\nabla} p - \rho \vec{g} = -\vec{v}.\nabla \vec{v} \text{ -- } (5.9)$$

Considerando el eje vertical en dirección de la aceleración de la gravedad, resulta la siguiente ecuación diferencial para el eje Z.

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = -v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \text{ ------------------------------ } (5.10)$$

Integrando entre dos puntos en posiciones z_1 y z_2, se obtiene:

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_{1,z}^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_{2,z}^2 \text{ --- } (5.11)$$

Considerando ejes horizontales (perpendicular a la gravedad o eje Z), de la ec. (5.9) resulta:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \text{ --------------------------------- } (5.12a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \text{ --------------------------------- } (5.12b)$$

Integrando las ecs. (5.12a) y 5.12b) entre dos puntos diferentes, se obtiene:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho v_{a,x}^2 = p_b + \frac{1}{2}\rho v_{a,x}^2 \text{ --- } (5.13a)$$

$$p_c + \frac{1}{2}\rho v_{c,y}^2 = p_d + \frac{1}{2}\rho v_{d,y}^2 \text{ --- } (5.13b)$$

Reuniendo las ecuaciones (5.11), (5.13a) y (5.13b), obtenemos la expresión algebraica de la ecuación de Bernoulli para dos puntos a lo largo de una línea de corriente durante su movimiento. Fluidos Ideales.

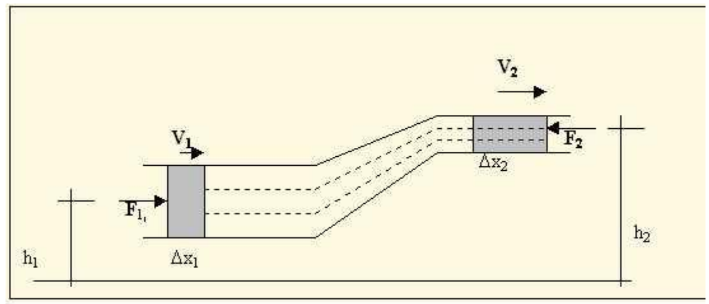
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = constante \text{ ----------------------------------- } (5.14)$$

Método Energía. Es el Teorema de Trabajo - Energía aplicado al movimiento de los fluidos ideales en una tubería.

Consideraciones:

- Fluido ideal
- Fluido incompresible
- Regimen laminar
- Estado estacionario. (Caudal Constante)

Fig.5.7. Fluido circulando por una tubería de sección transversal variable



Durante el movimiento del fluido, puede cambiar la sección transversal de la tubería así como también la altura de la tubería en el caso que no sea una tubería horizontal. Estos efectos podemos analizarlos considerando el teorema trabajo energía mecánica en el movimiento del fluido.

$$W_{n,c} = EM_f - EM_i \quad \text{------------------------------ (5.15)}$$

- Trabajo sobre el fluido: Wn,c = $F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2 = p_1\Delta V - p_2\Delta V$
- Cambio en la energía cinética: $\Delta E_c = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^1)$
- Cambio en la energía potencial: $\Delta Ep = mg(h_2 - h_1)$

Reemplazando en la ec. (5.8):

$$p_1\Delta V - p_2\Delta V = \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2) + \rho\Delta V g(h_2 - h_1)$$

Obteniéndose finalmente la ec. De Bernoulli:

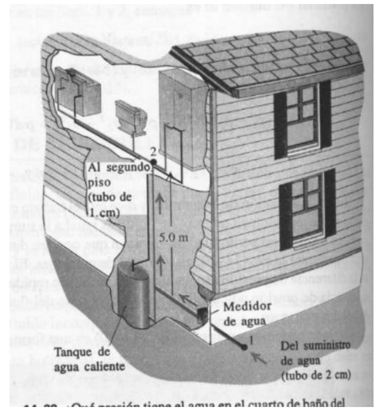
$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \text{--------------------------------- (5.16)}$$

Válida para fluidos ideales, incompresibles con régimen laminar y estacionario.

EJEMPLO 5.2

Entra agua a la casa por un tubo de diámetro interior 2,00cm a una presión absoluta de $4{,}00\text{x}10^5$ Pa. Un tubo de 1cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, 5,00m más arriba. Si la rapidez del flujo en el tubo de entrada es de 1,50m/s, halle la rapidez, presión y caudal en el cuarto de baño.

Fig. 5.8. Sistema de alimentación de agua a una vivienda desde la troncal externa. Ejemplo 5.2.



5.5 APLICACIONES EN LA MECANICA DE FLUIDOS

Las ecuaciones gobernantes de la mecánica de fluidos para fluidos incompresibles, no viscosos, con régimen laminar y estacionario (fluidos ideales) son:

a) La ecuación de continuidad. Ec.5.7
b) La ecuación de Bernoulli. Ec. 5.14 y 5.16

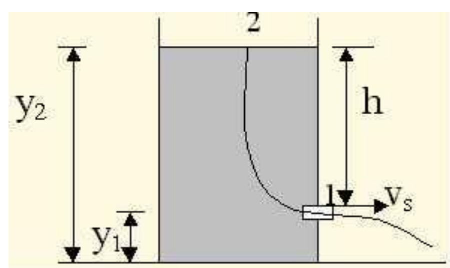
A pesar de los requisitos considerados para la valides de estas ecuaciones, podemos utilizarlas en muchos casos de importancia practica dándonos resultados muy importantes.

<u>Caso 1. Velocidad de salida de un líquido por el orificio de un recipiente grande (tanque)</u>

Consideremos un tanque conteniendo un líquido expuesto a la presión atmosférica. Se practica un orificio a una altura h por debajo del nivel de líquido, por tanto se aprecia que el líquido sale con cierta velocidad (v_s).

Aplicando la ecuación de continuidad (ec.5.7) y la ecuación de Bernoulli (ec.5.14) en los puntos 1 y 2, obtenemos:

Fig.5.9. Gran depósito abierto a la atmosfera que contiene un líquido que sale por un orificio.



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{--------------------------} \quad (5.17)$$

$$p_{atm} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{atm} + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \text{----------------------} \quad (5.18)$$

Despejando v_2 de la ec. (5.17) y reemplazando en la ec. (5.18), resulta:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2\left[1-\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]=\rho g(y_2-y_1)$$

Considerando que el área transversal del orificio (A_1) es muy pequeña comparada al área transversal del tanque (A_2), y siendo el desnivel $y_2 - y_1 = h$, resulta:

$$v_{salida} = v_1 = \sqrt{2gh} \quad \text{--------------------------------} \quad (5.19)$$

La velocidad de salida por el orificio, depende solo del desnivel del orificio respecto al nivel del fluido en el tanque.
En la figura 5.10 se muestra la salida del líquido por dos orificios a diferentes niveles de profundidad respecto al nivel de líquido en la superficie libre.

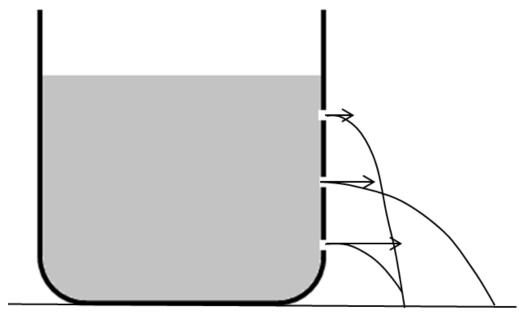


Fig. 5.10. Salida del líquido por orificios con diferentes niveles de altura. A mayor profundidad mayor velocidad de salida.

<u>Caso 2. Medidor de Venturi</u>

Permite calcular el caudal y la velocidad del fluido en una tubería en función de algunos parámetros geométricos y densidad del fluido; generando un desnivel en un tubo en U.

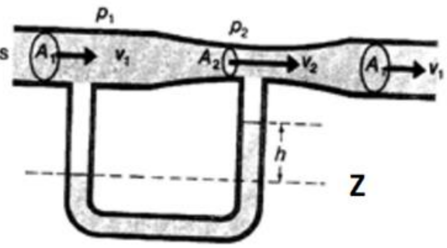
Consideremos la tubería horizontal de la Fig. 5.11 la cual contiene una angostura y por la cual circula cierto fluido.

Datos:
- Secciones transversales de la tubería horizontal: A_1 y A_2
- Densidad del fluido circulante: ρ_1
- Densidad del líquido en el tubo de Venturi (U): ρ_2
- Desnivel del líquido en el tubo de Venturi: h

Ecuación de continuidad:

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad \text{---------------------------------} \quad (5.20)$$

Fig.5.11. Tubo de Venturi determinando el caudal en una tubería horizontal.



Ec. de Bernoulli para una tubería horizontal:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \text{-----------------------------} \quad (5.21)$$

Igualando la presión hidrostática en el nivel Z, se tiene:

$$p_Z = p_1 + \rho_1 g h = p_2 + \rho_2 g h \quad \text{-------------------------} \quad (5.22)$$

Despejando las velocidades de la ec. (5.12), reemplazando en la ec. (.13) así como también utilizando la ec.(5.14), resulta el caudal:

$$Q = \left[A_1 A_2 \sqrt{\frac{2(\rho_2 - \rho_1)g}{\rho_1 (A_1^2 - A_2^2)}}\right]\sqrt{h} \quad \text{---------------------------------} \quad (5.23)$$

A partir de esta ecuación se pueden obtener las velocidades del fluido por la tubería horizontal.

NOTA:

Para el caso de una tubería horizontal de diámetros D_1 = 0,152 m y 0,0762 m por la cual fluye agua y el tubo en U contiene mercurio. Utilizando la ecuación (5.23), se obtiene el desnivel del mercurio para cada caudal (Q). $h = 31{,}3Q^2$, estando todo en el sistema internacional de unidades. La figura 5.12 muestra la dependencia de la altura de mercurio en el tubo en U con respecto al caudal del agua circulante por la tubería horizontal..

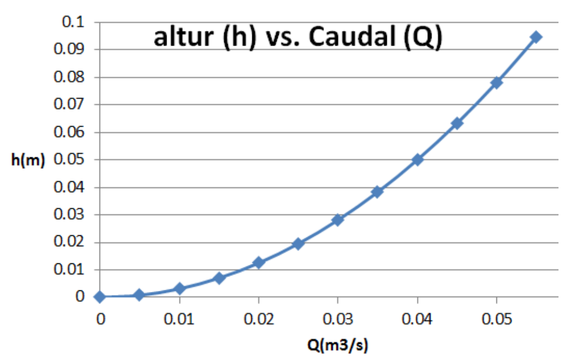


Fig.5.12. Altura del desnivel de mercurio en un tubo de Venturi por el cual fluye agua.

Para esta situación se obtiene también la velocidad de entrada del agua por el tubo horizontal para un desnivel de mercurio h = 0,0400 m. v_1 = 1,97 m/s

Caso 3. Fuerza ascensional de los aviones

Durante el vuelo de un avión, actúan un conjunto de fuerzas que permite al avión que no caiga por acción de su peso.
En el DCL de la Fig.5.13 se aprecia la fuerza de ascensión (F), el peso (W), la fuerza de fricción del aire que se opone al movimiento (f) y la fuerza de reacción que impulsa al avión y da el movimiento al avión, debido a la expulsión de los gases.

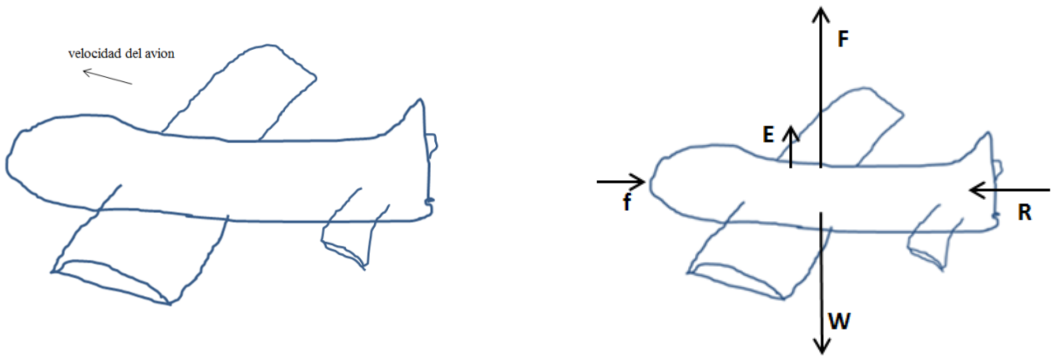


Fig.5.13 Avión volando a cierta velocidad y sustentado por una fuerza de ascensión. Velocidad del viento alrededor de las alas del avión y DCL

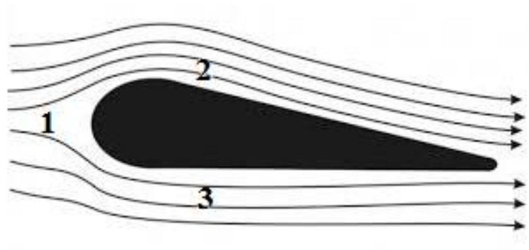


Fig. 5.14. Aplicación de las ecuaciones de los fluidos en los puntos 1, 2 y 3 en el ala del avión en movimiento

De la Fig. 5.14, podemos concluir: $v_2 > v_3$
Ec. de Bernoulli: de la ec. (5.16) para flujos horizontales:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 \text{ ----------------------- (5.24)}$$

De la ec. (5.24), obtenemos que $p_3 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_3^2) > 0$, resultando la fuerza de ascensión sobre el avión:

$$F = (p_3 - p_2)A = \frac{1}{2}\rho(v_3^2 - v_2^2)A \text{ --------------------------- (5.25)}$$

Siendo:

- ρ = densidad del aire
- v_2 y v_3 la velocidad del aire en los puntos superior (2) e inferior (3) del ala del avión
- A = área del ala del avión

Caso 4. Forma del chorro de agua a la salida de un caño

En la figura podemos apreciar el adelgazamiento del chorro de agua a medida que cae al salir del caño.

Ec, de continuidad, ec. (5.7):

$Q = v_1A_1 = v_2 A_2$; siendo la velocidad en el punto más bajo (v_2) mayor que v_1 debido a la aceleración de la gravedad, por tanto el área A_2 es menor que el área A_1.

Ec. De Bernoulli, ec. (5.16):

$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$, resultando:

$p_2 - p_1 = \rho g(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) < 0$

Concluyendo que $p_2 < p_1$

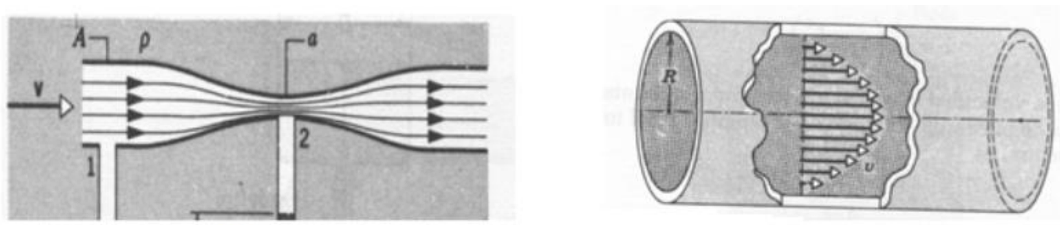
Fig.5.15. Chorro de agua en la cual la velocidad aumenta a medida que cae, obteniéndose menor área y menor presión.

5.6 FLUIDOS VISCOSOS

Se llama así a los líquidos y gases cuyas fuerzas de fricción interna afectan al movimiento, haciéndolos más lentos respecto a un fluido con poca fricción o ideal. Estos fluidos tienden a pegarse con la superficie de contacto.

Fig.5.16. La miel cae más rápidamente que el agua (oscura) por efectos de la viscosidad.

En una tubería, los fluidos ideales tienen la misma velocidad en todos los puntos de la sección transversal, sin embargo el fluido viscoso tiende a pegarse en la superficie del tubo, adquiriendo un perfil de velocidades parabólico donde su velocidad máxima es en el centro de la tubería.



(a) (b)

Fig. 5.17. Perfil de velocidad de un fluido. (a) Ideal y (b) viscoso al interior de una tubería cilíndrica.

Viscosidad (η)

Es una propiedad de los fluidos, representa por una cantidad escalar cuyo efecto representa la resistencia a la deformación por corte en los fluidos y se define por:

$$\eta = \frac{esfuerzo\ cortante}{razon\ de\ deformacion} = \frac{F_t/A}{dv/dr} \quad \text{---------------------------} \ (5.26)$$

Unidades: [η] = Ns/m^2 = Pa.s = 10 Poises

Tabla 5.1 Tabla de valores de la viscosidad para diferentes fluidos.

FLUIDO	T(°C)	H (10^{-3} Pa s)
Aire	20	0,0018
Agua	20	1,00
Agua	100	0,30
Aceite de motor	30	250

5.6.1 Ecuación de Poiseuille

Para que un fluido con viscosidad constante circule por una tubería en estado estacionario y no se detenga por efectos de la viscosidad, es necesario que exista una diferencia de presiones que pueda vencer la resistencia de la viscosidad.

Para un flujo estacionario independiente del tiempo como en la figura 5.19, se tiene:

2da. Ley de Newton. $\left(\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\right)$

$$\Sigma F_i = p_1A - p_2A - f_{viscosa} = (p_1 - p_2)\pi r^2 - 2\pi r x\eta\frac{dv}{dr} = 0 \quad \text{---------------} \quad (5.27)$$

Integrando y considerando la condición de frontera: que en r =R, v=0; se obtiene:

$$v(r) = \frac{(p_1-p_2)(R^2-r^2)}{4x\eta} \quad \text{-----------------------} \quad (5.28)$$

y el caudal:

$$Q = \int_S \; vds = \int_0^R v2\pi rdr = \frac{\pi R^4(p_1 - p_2)}{8\eta x} \quad \text{------------------} \quad (5.29)$$

Siendo:

- R = radio de la tubería
- p_1, p_2 presiones en dos puntos del fluido
- x = distancia entre dos puntos del fluido
- = viscosidad del fluido

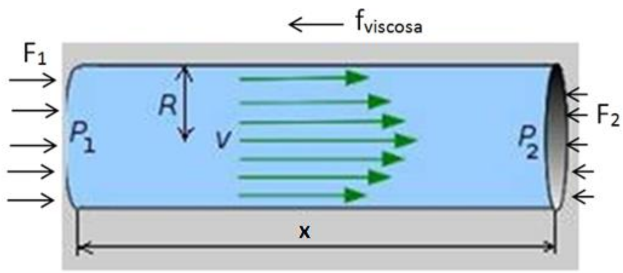


Fig.5.18. Presión y perfil de velocidades al interior de un fluido viscoso.

De la ec. (5,29), podemos despejar la presión al interior de un fluido viscoso que fluye con cierto caudal interior de una tubería:

$$p = p_0 - \frac{8Q\eta x}{\pi R^4} \text{-------------------------------} \; (5.30)$$

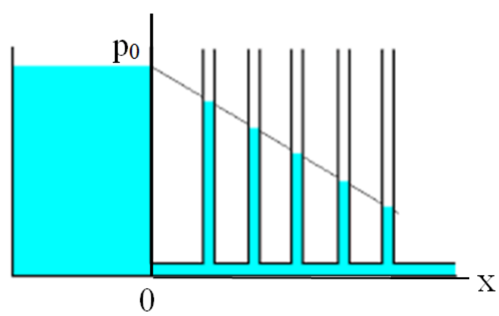


Fig. 5.19. Durante el recorrido del fluido viscoso, la presión disminuye en la dirección del movimiento del fluido lo cual se evidencia con la altura del fluido en los tubos verticales.

5.6.2 Número de Reynolds.

Es una cantidad adimensional que relaciona las fuerzas externas de movimiento y las fuerzas de viscosidad.

Al pasar a ecuaciones dimensionales, se establece las siguientes relaciones de cantidades dimensionales con las cantidades adimensionales:
Volumen (V) = AL
x= Ls
v =uU = Uds/dτ

Siendo s,u y τ cantidades adimensionales y L, U cantidades dimensionales representativas del fluido en movimiento.

$$\frac{Fuerza\ de\ inercia}{fricion\ viscosa} = \frac{(\rho V)^{dv}/_{dt}}{\eta A^{dv}/_{dx}} = \left(\frac{\rho LU}{\eta}\right)\frac{du/_{d\tau}}{du/_{ds}} \text{ ------------------ (5.31)}$$

Obteniéndose el coeficiente adimensional:

$$Numero\ de\ Reynolds\ (Re) = \frac{\rho LU}{\eta} \text{ --------------------------------------- (5.32)}$$

Siendo:
ρ = densidad del fluido
L = longitud referencial; en el caso de una tubería cilíndrica corresponde al diámetro (D)
U = velocidad media del fluido viscoso en la tubería.

La Tabla 5.2 muestra los rangos del número de Reynolds que representan a la relación de las fuerzas de inercia respecto a las fuerza viscosas ec. (5.31) y que determinan el tipo de régimen del fluido.

Tabla 5.2. Rangos del número de Reynolds que determinar el régimen del fluido

Para tuberías cilíndricas	
Re<2000	Régimen laminar
2000<Re<3000	Régimen inestable
Re>3000	Régimen turbulento

EJEMPLO 5.1

Por un tubo horizontal de 1,20 cm de radio interior y 1,25 m de longitud circula aceite cuya densidad es 850 kg/m^3, con un caudal de 0,0300 *l*/s. Si la viscosidad es de 250 mPas, hallar:

a) la diferencia de presiones necesaria para mantener el caudal y el número de Reynolds
b) la nueva diferencia de presiones, para mantener el mismo caudal, si la longitud de la tubería se incrementa en 50,0 cm más
c) Graficar el caudal en función de la diferencia de presiones aplicada al tubo para varias longitudes.

Solución

a) De la ecuación de Poiseuille ec.(5.29), se tiene:

$$0{,}0300x10^{-3} = \frac{\pi(12{,}0x10^{-3})^4\Delta p}{8x250x10^{-3}x1{,}25};$$

Diferencia de presiones necesaria para mantener el caudal: Δp = 1,15 kPa

$$velocidad\ media(U) = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{0{,}030x10^{-3}}{\pi 0{,}0120^2} = 0{,}0663\ m/s$$

De ec. (5.23); $Numero\ de\ Reynolds = \frac{850x1{,}25x0{,}0663}{0{,}250} = 282$

b) $0{,}030x10^{-3} = \frac{\pi(12{,}0x10^{-3})^4 \Delta p}{8x250x10^{-3}x1{,}75}$; Nueva diferencia de presiones: Δp = 1,61 kPa

c) De la ec.(5.29)

$$Q = \frac{\pi(12{,}0x10^{-3})^4 \Delta p}{8x0{,}250L} = \frac{3{,}26x10^{-8}\Delta p}{L}\ \frac{m^3}{s} = \frac{3{,}26x10^{-5}\Delta p}{L}\ L/s$$

Estando Δp en unidades de Pa

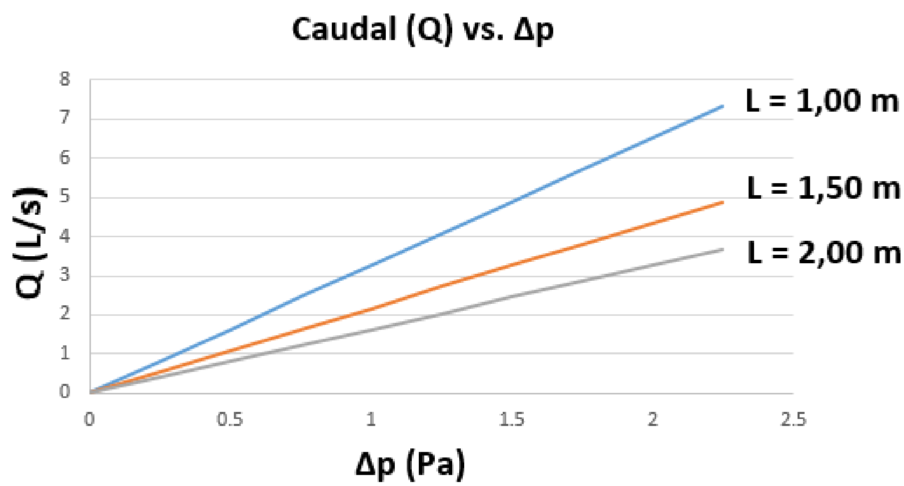


Fig.5.20. Grafica del caudal (Q) de un fluido viscoso al interior de una tubería en función de la diferencia de presiones (Δp) y de la longitud de la tubería. Ejemplo 5.1

La Fig. 5.20, nos muestra que a mayor diferencia de presiones (Δp) habrá mayor caudal proporcionalmente. Aumentando la longitud del tubo manteniendo constante Δp, habrá una disminución del caudal.

5.6.3 FUERZAS DE FRICCION DE UN FLUIDO VISCOSO SOBRE CUERPOS EN MOVIMIENTO. Ley de Stokes para fluidos.

Cuando un cuerpo solido se desplaza dentro de un fluido viscoso, está sujeto a la fuerza de fricción. Esta fuerza de fricción depende en general de la velocidad del cuerpo al interior del fluido, viscosidad del fluido, dimensiones del cuerpo y orientación respecto de su movimiento.

A baja velocidad y cuerpos pequeños, asegurando que no haya turbulencia, la fuerza de fricción del fluido tiene la siguiente forma:

$$\vec{f}_{viscosa} = -b\vec{v} \quad -- \quad (5.33)$$

Siendo b una constante que caracteriza al cuerpo en movimiento y al fluido viscoso.

Para cuerpos de mayor dimensión y mayor velocidad, pero asegurando la ausencia de turbulencia, se tiene la siguiente expresión:

$$f_{viscosa} = -\frac{1}{2}C\rho A v^2 \quad \text{------------------------------} \ (5.34)$$

Siendo ρ es la densidad del aire, Al área de la sección transversal perpendicular a la velocidad del cuerpo y C es el coeficiente que representa al cuerpo en movimiento y al fluido viscoso.

Ley de Stokes

Establece la fuerza de fricción actuante sobre un cuerpo esférico que se mueve dentro de un fluido viscoso. La fuerza de actuante sobre un cuerpo que se mueve dentro de un fluido viscoso depende de: la velocidad de movimiento (v), la viscosidad del fluido (η), de la forma geométrica del cuerpo y de sus dimensiones. Es de nuestro interés desarrollar casos en las que se cumple la ecuación (5.33).

Para una esfera: b = 6πRη; resultando

$$\vec{f}_{viscosa} = 6\pi R\eta\vec{v} \quad \text{------------------------------} \ (5.35)$$

R= radio de la esfera

<u>Esfera cayendo dentro de un fluido viscoso.</u>

La Fig. (5.22) nos muestra las líneas de flujo de un fluido viscoso alrededor de una esfera cayendo. De la 2da. Ley de Newton:

$$\Sigma F_i = W - E - f = m\frac{dv}{dt}$$

- Empuje: $E = \rho_L \frac{4}{3}\pi R^3 g$
- Fricción: f= $6\pi R v\eta$
- Masa: $m = \rho_c \frac{4}{3}\pi R^3$

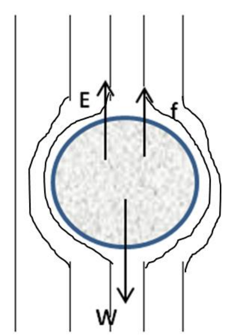


Fig.5.21. DCL de una esfera cayendo al interior de un fluido viscoso.

Reemplazando:

$$\rho_c V g - \rho_l V g - 6\pi R\eta v = \rho_c V\frac{dv}{dt}$$

Resolviendo por integración, obtenemos la velocidad de la esfera en función del tiempo cayendo por el fluido viscoso.

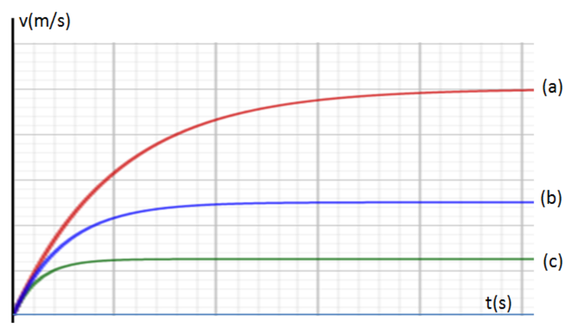
$$v(t) = \frac{2(\rho_c - \rho_l)R^2 g}{9\eta} - \left[\frac{2(\rho_c - \rho_l)R^2 g}{9\eta} - v_0\right] e^{-\left(\frac{9\eta t}{2\rho_c R^2}\right)} \text{ --------------- } (5.36)$$

Cuando t=0; v = v_0; velocidad inicial

Cuando t >>1s es decir tiende a infinito:

$$v = velocidad\ terminal = \frac{2(\rho_c - \rho_l)R^2 g}{9\eta} = constante \text{ ------------- } (5.37)$$

Fig.5.22. Grafica de la velocidad vs el tiempo de una esfera cayendo al interior de un fluido viscoso para tres viscosidades diferentes; partiendo del reposo.



En la Fig.5.22 se puede apreciar el efecto de la viscosidad durante la caída de una esfera al interior de un fluido viscos. La fig. (5.22a) corresponde a menor viscosidad, en la cual la esfera consigue una mayor velocidad terminal respecto a (b) y (c), y en un tiempo mayor.

EJEMPLO 5.2

Se suelta del reposo una esfera de cobre de masa 0,500 g que alcanza una rapidez terminal de 6,00 m/s dentro de un líquido. La densidad del cobre de 8900kg/m^3 y la del líquido de 800 kg/m^3, se pide:

a) la viscosidad del líquido
b) si el diámetro se duplica, calcule la rapidez terminal
c) Graficar la velocidad terminal en función del tiempo para diferentes radios

Solución

a) Calculo del radio de la esfera: $\rho = \frac{m}{V}$; $8900 = \frac{0{,}500x10^{-3}}{\frac{4}{3}\pi R^3}$; R = 2,38x10^{-3} m

Reemplazando en la ec. (5.37)

$$6{,}00 = \frac{2(8900-800)x0{,}00238^2 x9{,}81}{9\eta}; \ \eta = 0{,}0167 \text{ Pa.s}$$

b) De la ec.(5.36)

$$v = \frac{2(8900 - 800)x0{,}00476^2x9{,}81}{9x0{,}0167} = 24{,}0\ m/s$$

c) Reemplazando en la ec.(5.35)

$$v(t) = 1{,}06x10^6R^2 - [1{,}06x10^6R^2]e^{-(\frac{8{,}44x10^{-6}t}{R^2})}$$

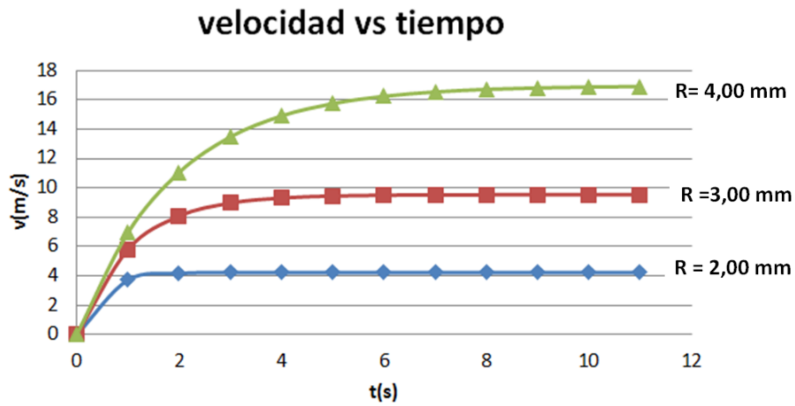


Fig.5.23 Velocidad de la caída de una esfera al interior de un fluido viscoso vs. El tiempo. Para diferentes radios de la esfera. Ejemplo 5.2.

De la Fig.5.23 podemos apreciar que las esferas al caer en el líquido viscoso desde el reposo, primero incrementan su velocidad debido a la gravedad llegando a una velocidad límite o terminal debido al aumento de la fuerza de fricción viscosa, la cual es proporcional a la velocidad.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

EJERCICIO 5.1

La figura muestra una especie de embudo fijo, abierto en la parte superior que contiene agua hasta una altura h=2,00 m y la mano "sostiene el agua" en la parte inferior. Considerando la sección de la parte superior 72,0 cm^2 y sección de la parte inferior 25,0 cm^2;

a) halle la fuerza que se siente en la parte interna de la mano.
b) después de sacar la mano, manteniendo fijo el embudo, el agua desciende, cuando h= 1,50 m halle la velocidad del agua en la parte inferior del embudo.
c) Obtenga el caudal en función de h y grafique Q vs h

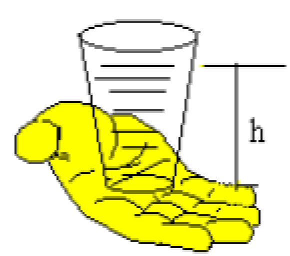


Fig. 5.24. Agua en un recipiente sostenido por la palma de la mano. Ejercicio 5.1

Solución

a) $p = \rho gh = 10^3x9{,}81x2{,}00 = 1{,}96x10^4$ Pa;
   Fuerza en la parte interna de la mano: F = pA = 1,96x104x25, 0x10^{-4} = 40,0 N
b) $Q = v_1A_1 = v_2A_2$; $v_1 = 0{,}347v_2$; $p1 + \rho v_1^2/2 + \rho gh_1 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho gh_2$;

$(0,347v2)^2/2+9,81x1,50 = v2^2/2$;
velocidad del agua en la parte inferior del embudo. $v_2 = 5,78$ m/s

c) $Q = v_1A_1 = v_2A_2$; $v_1 = 0,347v_2$; $p_1 + \rho v_1^2/2 + \rho gh_1 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho gh_2$
$(0,347v_2)^2/2+9,81xh = v_2^2/2$; $v_2 = 4,72h_1/2$;
Caudal en función de la altura h: $Q(h) = v_2A_2 = 0,0118h_1/2$.

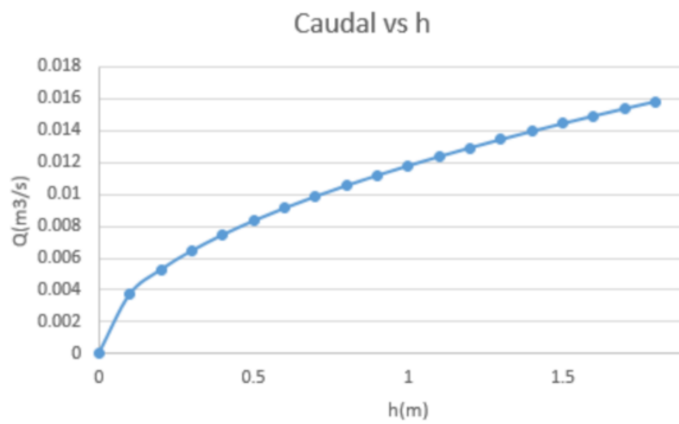


Fig. 5.25 Grafica del caudal de caída del agua por el recipiente en función de la altura (h) del agua en el recipiente. Ejercicio 5.1

EJERCICIO 5.2

Un sistema de riego de un campo de golf descarga agua de un tubo horizontal a razón de 7200 cm^3/s. En un punto del tubo, donde el radio es de 4,00 cm, la presión absoluta del agua es de $1,40\times10^5$ Pa. En un segundo punto del tubo, el agua pasa por una constricción cuyo radio es de 2,00 cm. Se pide:

a) La velocidad del agua en ambos puntos de la tubería.
b) ¿Qué presión absoluta tiene el agua al fluir por esa constricción?
c) ¿Si aparece una pequeña avería en la constricción, por la cual sale un chorro de agua verticalmente hacia arriba, que altura alcanzara el chorro?

Solución

a) $Q=v_1A_1$; $v_1 = 7200x10^{-6}/\pi 0,0400^2 = 1,43$ m/s; $v_2 = 7200x10^{-6}/\pi 0,0200^2=5,73$m/s
b) $p_1+\rho v_1^2/2 + \rho gh_1 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho gh_2$; presión en la constricción: $p_2 = 1,40x10^5 + 10^3x(1,43^2 - 5,73^2)/2 + 0 = 1,25x10^5$ Pa
c) $p_2 = p_{atm} + \rho gh$; $1,25x10^5 = 1,013x10^5 + 10^3x9,81h$;
altura alcanzada por el chorro: h =2,42 m

EJERCICIO 5.3

Un tanque de área sección transversal = 0,0650 m^2 está lleno de agua. Un pistón con 12,0 kg de masa total descansa sobre el agua. Se abre un agujero de 1,20 cm de diámetro a una profundidad de 60,0 cm bajo el pistón. Hallar:

a) La velocidad de salida del agua por el agujero
b) El caudal
c) Si tapamos el agujero con la mano, halle la fuerza que debemos aplicar para impedir que salga el agua.

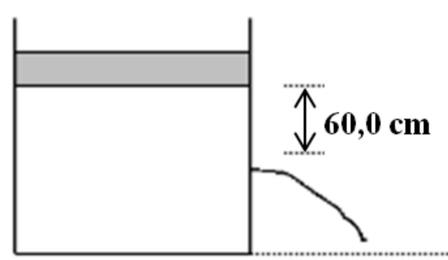


Fig. 5.26 Recipiente con agua teniendo un orificio por donde sale el agua. Ejercicio 5.4

Solución

a) $p_1 + \rho v_1^2/2 + \rho g h_1 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho g h_2$; p_{atm} + 12,0x9,81/0,0650 + 0 +10^3x9,81x0,600 = p_{atm}+$10^3 v_2^2$/2+0;
velocidad de salida del agua por el agujero: v_2 = 3,92 m/s

b) Q = 3, 92xπ $(0{,}006)^2$ = 4, 43x10^{-4} m^3/s

c) F =pA = (12, 0x9, 81/0, 0650 +10^3x9, 81x0, 600) π $(0{,}006)^2$ = 0,871 N

EJERCICIO 5.4

Un gran depósito de agua tiene unida una tubería como indica la figura. El depósito está cerrado en la parte superior y contiene aire comprimido entre la superficie del agua y la tapa con una presión manométrica de 2,50x10^5Pa. Si A_2=8,00 cm^2, A_3=A_4=5,00 cm^2. Se pide:

a) La presión en el punto 3 cuando el caño está cerrado.
b) Luego se abre el caño, obtenga, la velocidad de salida v_4 y la presión en el punto 2.
c) El caudal de salida.

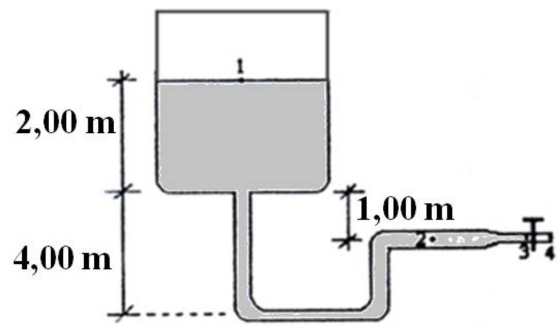


Fig. 5.27. Gran depósito con agua y una red de tubería por donde sale el agua. Fig.5.4

Solución

a) $p_3 = p_1 + \rho g h$ = (2,50x10^5 +1,013x10^5)+10^3x9,81x3,00 = 3,81x10^5 Pa
b) Cuando el caño está abierto:
Continuidad: Q = $v_1A_1 = v_4A_4$; siendo $A_1 >> A_4$; resulta $v_4 >> v_1 \sim 0$

Ec. De Bernoulli en puntos 1 y 4:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_4 + \rho g h_4 + \frac{1}{2}\rho v_4^2$$

Reemplazando:

$$2{,}50x10^5 + p_{atm} + 10^3x9{,}81x6{,}00 + 0 = p_{atm} + 10^3x9{,}81x3{,}00 + \frac{1}{2}x10^3v_4^2$$

Se obtiene la velocidad de salida: v_4 = 23,6 m/s
Q = $A_2v_2 = A_4v_4$; v_2 = 14, 8 m/s;
$h_2 = h_4$ = h;

Ec. De Bernoulli en puntos 2 y 4:

$$p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}x10^3x14{,}8^2 = 1{,}013x10^5 + \rho g h_4 + \frac{1}{2}x10^3x23{,}6^2$$

Se obtiene la presión en el punto 2: p_2 = 2,70x10^5 Pa

c) Q = v_4A_4 = 23, 6x5, 00x10^{-4} = 1, 18x10^{-2} m^3/s

EJERCICIO 5.5

El suministro de agua en un edificio se alimenta por medio de una tubería principal en la entrada de 6,20 cm de diámetro. Se observa que de una llave de agua con un diámetro de 2,50 cm que se localiza a 2,20 m por encima de la tubería principal, se llena una cubeta de 35,0 litros en 40,0 s. Halle:

a) El caudal y la velocidad con que sale el agua de la llave;
b) La presión externa a la entrada en la tubería principal
c) Si la presión externa (p) varia, encuentre una expresión para el tiempo (t) que tarda en llenarse la cubeta en función de la presión p y grafique t vs p.

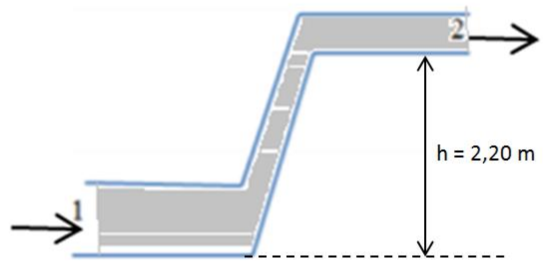


Fig. 5.28 Tubería de agua para el suministro en un edificio. Ejercicio 5.5

Solución

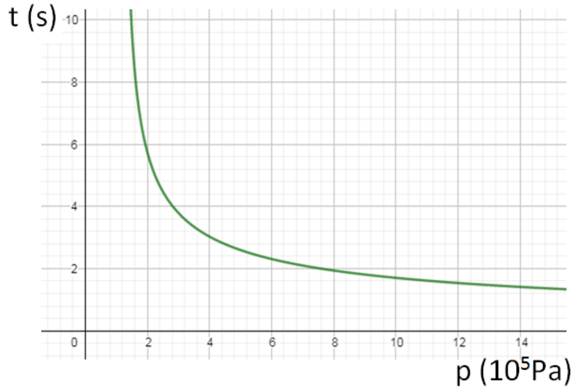
a) $Q = vA = V/t = 35x10^{-3} /40 = 8{,}75x10^{-4}\ m^3/s$;
   Velocidad de salida del agua: $v_2 = Q/A_2 = 8{,}75x10^{-4}\ (1{,}25x10^{-2})^2 = 1{,}78 m/s$
b) $p_1 + \rho g h_1 + 1/2\ \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + 1/2\ \rho v_2^2$; $h_1 = 0$; $v_1 = Q/A_1 = 8{,}75x10^{-4}$ $/\pi(3{,}10x10^{-2})^2 = 0{,}290\ m/s$; $p_1 + 0 + 1/2\ x10^3x0{,}290^2 = 1{,}013x10^5 + 10^3x9{,}81x2{,}20 +$ $1/2\ x10^3x1{,}78^2$; presión externa: $p_1 = 1{,}24x10^5$ Pa
c) Ec. De Bernoulli en puntos 1 y 2:
   $$p_1 + \rho g(0) + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{atm} + \rho g(2{,}20) + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$
   Velocidad de salida (v_2) necesaria para que se llene la cubeta en un tiempo t:
   $Q = V/\ t = 35x10^{-3}\ /t = v_2\ \pi(1{,}25x10^{-2})^2$; $v_2 = 71{,}3/t$;
   $v_1 = Q/A_1 = (35x10^{-3}/t)/\ \pi(3{,}10x10^{-2}) = 0{,}359/t$;

   Reemplazando las velocidades:
   $p + \frac{1}{2}x10^3x\left(\frac{0{,}359}{t}\right)^2 = 1{,}013x10^5 + 10^3x9{,}81x2{,}20 + \frac{1}{2}x10^3x\left(\frac{71{,}3}{t}\right)^2$; despejando obtenemos el tiempo de llenado de la cubeta en funcion de la presion entrante:

   $t = \sqrt{\frac{25{,}4x10^5}{p-1{,}23x10^5}}$;

   a mayor presión entrante se tardar menor tiempo de llenado

Fig. 5.29 Grafica del tiempo en llenarse una cubeta en función de la presión (p) del agua a la entrada de la tubería. Ejercicio 5.5



EJERCICIO 5.6

Un tanque abierto, de diámetro D = 3,20 m y altura y_A = 28,0 m suministra agua a una casa. Un tubo horizontal en su base tiene un diámetro d_B = 3,50 cm. Para atender las necesidades de la casa, el tubo ha de suministrar agua con un caudal de 0,00350 m^3/s. (dc = 2,00 cm, y_C = 1,50 m). Hallar:

a) La presión en la válvula estando cerrada
b) Al abrirse la válvula, calcular: La velocidad del agua al salir por el punto c.
c) la velocidad y la presión en el tubo horizontal

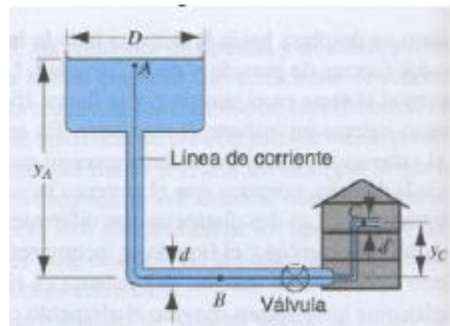


Fig. 5.30 Tanque suministra agua a una vivienda. Ejercicio 5.6

Solución

a) $p = p_{atm} + \rho gh = 1{,}013x10^5 + 10^3x9{,}81x28{,}0 = 3{,}76x10^5$ Pa
b) Al abrir la válvula:
$v_C = \sqrt{2gh} = \sqrt{2x9{,}81x(28{,}0 - 1{,}50)} = 22{,}8\ m/s$
c) $Q = v_B S_B = v_C S_C$;
Velocidad del agua en el tubo horizontal: $v_B = 22{,}8x\frac{2{,}00^2}{3{,}50^2} = 7{,}44\ m/s$
Ec. De Bernoulli en puntos A y B:
$p_A + \rho v_A^2/2 + \rho g h_A = p_B + \rho v_B^2/2 + \rho g h_B$;
$1{,}013x10^5 + 0 + 10^3x9,\ 81x28,\ 0 = p_B + 10^3(7{,}44)^2/2 + 0$;
Presión en el tubo horizontal: $p_B = 3{,}48x10^5$ Pa

EJERCICIO 5.7

El agua entra al tubo de admisión subterráneo de un edificio (1,45 cm. de radio) a una velocidad de 35,0 cm/s, sube por un tubo vertical (1,20 cm. de radio) y continua por un tubo horizontal (0,500 cm de radio) a 35,0 m de altura y 0,250 atm. de presión en esta rama. Calcular:

a) la velocidad del agua en el tramo superior
b) la presión en el tubo subterráneo
c) el caudal

Solución

a) $Q = v_1A_1 = v_2A_2$
Velocidad del agua en el tramo superior: $v_2 = 0{,}350x\ (1{,}45/0{,}500)^2 = 2{,}94$ m/s

b) $p_1 + \rho g h_1 + \rho v_1^2/2 = p_2 + \rho g h_2 + \rho v_2^2/2$
$p_1 + 10^3x9,\ 81h\ (0) + 10^3x0,\ 350^2/2 = 0{,}250x1,\ 013x10^5 + 10^3x9,\ 81x35,\ 0 + 10^3x2{,}94^2/2$
Presión en el tubo subterráneo: $p_1 = 3{,}73x10^5$ Pa

c) $Q = v_1A_1 = 0{,}350x\pi x0,\ 0145^2 = 2{,}31x10^{-4}\ m^3/s$

EJERCICIO 5.8

La figura muestra un gran depósito A del que sale agua pasando por el tubo cilíndrico B y saliendo por el orificio C. El nivel de agua en A se encuentra a una altura de 12,0 m sobre el suelo. La altura del orificio C es de 1,20 m. El radio del tubo B es 12,0 cm. y la del orificio C es 3,50 cm. Calcular:

a) La velocidad del agua que sale por el orificio C.
b) La presión en el tubo B.
c) La altura h en el manómetro abierto vertical.

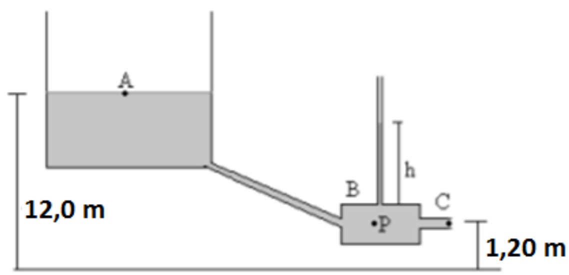


Fig. 5.31 Gran depósito con agua y una red de tuberías de suministro. Ejercicio 5.8

Solución

a) $v_C = \sqrt{2gH} = \sqrt{2x9{,}81x(12{,}0 - 1{,}20)} = 14{,}6\ m/s$

b) $p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_C^2$; $v_B = v_c x\ (S_C/\ S_B) = 14{,}6x\ (\ 3{,}50/\ 12{,}0)\ ^2 = 1{,}24\ m/s$;
presión en el tubo B: $p_B = 1{,}013x10^5 + 500x\ (14{,}6^2 - 1{,}24^2) = 2{,}07x10^5$ Pa

c) $P_{atm} + \rho g h = p_B$;
altura h en el manómetro abierto vertical: $h = 2{,}07x10^5 - 1{,}013x10^5\ 10^3x9{,}81 = 10{,}8\ m$

EJERCICIO 5.9

Una tubería descarga agua con un caudal de 1,50 litros por segundo sobre un tanque A de diámetro 120 cm; a su vez el tanque A tiene una llave con diámetro de 1,30 cm, la cual descarga a otro tanque, B, de 60,0 cm de diámetro y 90,0 cm de altura (h_2). El tanque A se encuentra sobre un pedestal a una altura h_1 = 1,20 m sobre el nivel del suelo. El tanque B se encuentra sobre el suelo. Se pide:

a) La expresión de la velocidad del agua en función de la altura h cuando sale por la válvula 1 y cuando llega a la posición 2.
b) Grafique las velocidades en 1 y en 2 vs la altura h en un mismo sistema coordenado.
c) La altura a la cual el nivel del agua en el tanque A se encuentra estabilizada

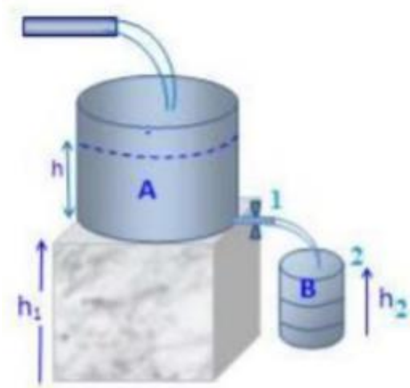


Fig.5.32 Tubería descargando al recipiente A y este a su vez alimenta al recipiente B. Ejercicio 5.9

Solución

a) Velocidad de salida por la valvula (1): $v_1 = \sqrt{2gh} = 4{,}43\sqrt{h}$;
Ec. De Bernoulli en puntos 1 y 2:
$p_{atm}+10^3\,(19,\,6h)/2 + 10^3x9,\,81x1,\,20 = p_{atm} + 10^3v_2^2\,/2 + 10^3x9,\,81x0,\,900$;
Velocidad de salida por la valvula (2): $v_2 = \sqrt{19{,}6h + 5{,}89}$

b) Grafica de v_1 y v_2 vs altura h
c) Cuando se estabiliza la cantidad de agua en el tanque:
$Q_{ent} = Q_{salida}$
$1{,}50x10^{-3} = \sqrt{19{,}6h + 5{,}89}\pi(0{,}650x10^{-2})^2$
Resultando: h= 6,22 m

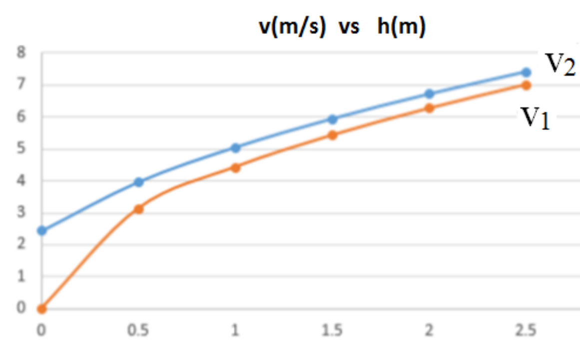


Fig. 5.33 Velocidad de salida del agua por las válvulas (1) y (2) en función de la altura de agua h. Ejercicio 5.9

EJERCICIO 5.10

En la figura, la tubería descarga a la atmósfera 12,5 kg de agua cada 3,20 s, determine:
a) La velocidad en A y en B
b) la lectura en el manómetro
c) Se desea cambiar la velocidad (v) de salida del chorro de agua, encuentre una expresión para la velocidad de salida en función de la presión manométrica p_1 y grafique la velocidad de salida vs la presión de entrada p_1)

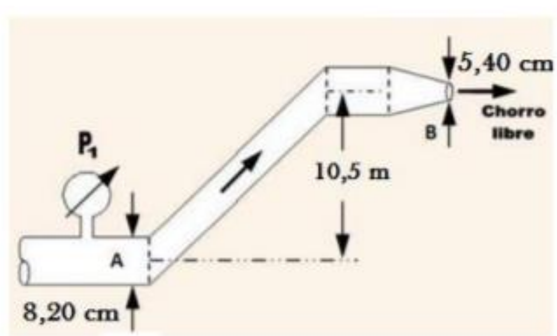


Fig.5.34 Fluido circulando por una tuibería sujeto a una presión de entrada.Ejercicio 5.10

Solución

a) $V = m/\rho = 12{,}5/10^3 = 12{,}5x10^{-3}\ m^3$

Caudal: $Q = V/t = 12{,}5x10^{-3}/3{,}20 = 3{,}91x10^{-3}\ m^3/s$ $v_A = Q/S_A = 3{,}91x10^{-3}/\pi(4{,}10x10^{-2})^2 = 0{,}740$ m/s;

$v_B = Q/S_B = 3{,}91x10^{-3}/\pi(2{,}70x10^{-2})^2 = 1{,}71$m/s;

b) Ec. De Bernoulli en puntos A y B:

$p_A + 10^3 (0{,}740)^2/2 = 1{,}013x10^5 + 10^3 (1{,}71)^2/2 + 10^3 x9{,}81x10{,}5$; $p_A = 2{,}05x10^5$ Pa;

lectura en el manómetro: $p_m = 1{,}04x10^5$ Pa

c) Sea $v_B = v$; $v_A = v(\pi(2{,}70x10^{-2})^2/\pi(4{,}10x10^{-2})^2 = 0{,}434\ v$;

Ec. De Bernoulli en puntos A y B:

$p_m + 1{,}013x10^5 + 10^3 (0{,}434v)^2/2 = 1{,}013x10^5 + 10^3 (v)^2/2 + 10^3 x9{,}81x10{,}5$

resultando:

$$v = 0{,}0496\sqrt{p_m - 1{,}013x10^5}$$

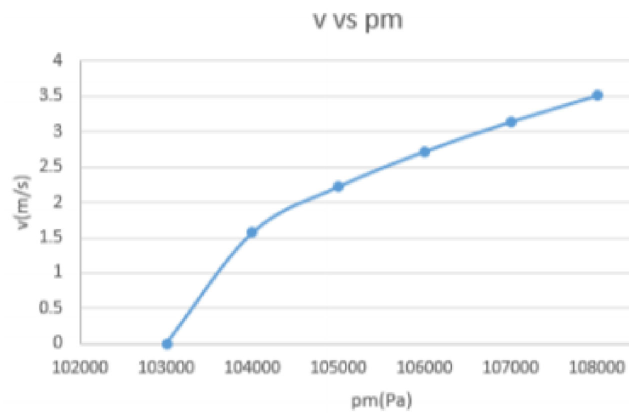


Fig. 5.35. Grafica de la velocidad de salida del chorro agua en función de la presión manométrica a la entrada. Ejercicio 5.10

EJERCICIO 5.11

Un tanque de grandes dimensiones abierto a la atmósfera, alimenta a una tubería de sección variable que vierte agua en un recipiente, siendo la presión atmosférica de $1{,}013x\ 10^5$ Pa. Cuando la llave se abre el caudal es de 0,0050 m^3/s. La altura desde la superficie libre del agua hasta el punto A es de 2,0 m, el diámetro de la tubería en A es de 20 cm y el diámetro en B es 25 cm. Los puntos A y B, tienen una diferencia de altura de 1,0 m; el diámetro del recipiente es 2,0 m y su altura de 3,0 m.

a) Calcular la presión en B cunado la llave está cerrada
b) Al abrir la llave, calcule la velocidad del agua y la presión en A
c) ¿Cuánto tiempo se tarda en llenar el recipiente?

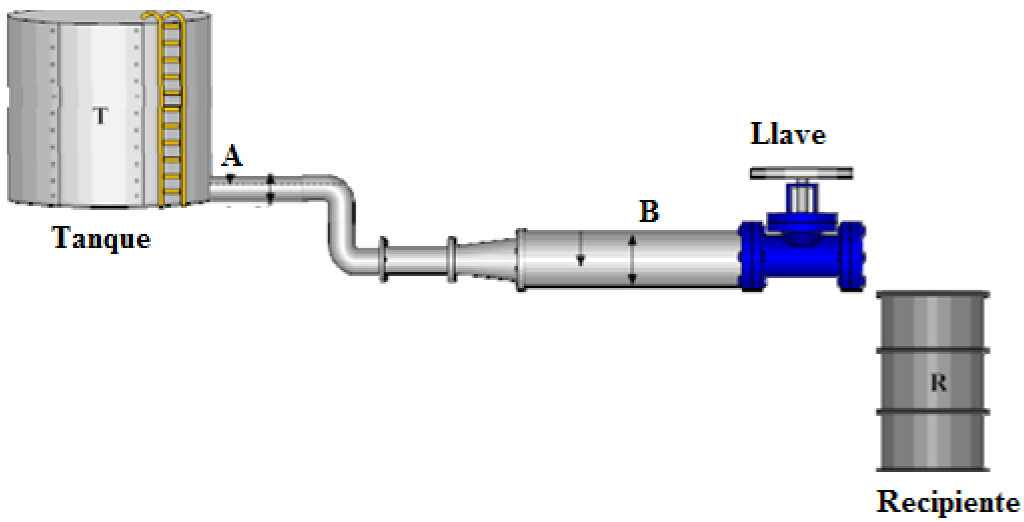


Fig. 5.36. Tanque de grandes dimensiones Ejercicio 5.10

Solución.

a) $P_B = p_{atm} + \rho gh = 1{,}013x10^5 + 10^3\ x9{,}81x3{,}0 = 1{,}31x10^5$ Pa
b) $v_A = \frac{Q}{S_A} = \frac{0{,}0050}{\pi(0{,}10)^2} = \frac{0{,}159m}{s}$

$$p_o + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h_0 = p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A$$

$$1{,}013x10^5 + 0 + 10^3x9{,}81x2{,}0 = p_A + \frac{1}{2}x10^3(0{,}159)^2 + 0$$

$p_A = 0{,}817x10^5$ Pa

c) Q = V/t; $t = \frac{\pi(1{,}00)^2x3{,}0}{0{,}0050} = 1{,}88x10^3\ s$

EJERCICIO 5.12

TUBO DE PITOT

EJERCICIO 5.13
Por una tubería de 2,50 cm. de diámetro, ingresa agua de la calle a una casa con una presión de 5,60 atm y una velocidad de 1,80 m/s. El agua es conducida al segundo piso que está a 3,80 m de altura mediante un tubo de 1,20 cm. de diámetro conectada a un depósito abierto del servicio higiénico de 80,0 litros de capacidad. Calcular:
a) La velocidad del agua en el segundo piso.

b) El caudal
c) El tiempo que tarda en llenarse el depósito del servicio higiénico.

EJERCICIO 5.14

Por un tubo horizontal con reducción fluye gasolina de densidad 700 kg/m^3, el diámetro de la parte ancha es 10,0 cm y de la parte angosta es 5,00cm, el caudal es 0,0630 m^3/s. Se sabe que las presiones de las secciones angosta y ancha una de ellas es el doble que la otra.

a) Halle las presiones en ambas secciones del tubo.
b) Si por el tubo se hace circular agua manteniéndose el mismo caudal cuando era gasolina. Halle la diferencia de las presiones.

Rpta. a) 6,72x10^5 Pa y 3,36x10^5 Pa; b) 9,20x10^5 Pa y 4,60x10^5 Pa

EJERCICIO 5.15

El diseño moderno de aviones exige una sustentación, debido a la fuerza neta del aire en movimiento sobre el ala, de cerca de 2000 N por m^2 del ala. Suponga que el aire (densidad = 1,20 kg/m^3) fluye por el ala de un avión con flujo laminar. Si la rapidez del flujo por la cara inferior del ala es de 120 m/s

a) ¿Qué rapidez debe de tener el aire sobre la cara superior del ala para obtener una sustentación de 2000 N/m^2?
b) ¿Qué sucede si súbitamente el avión ingresa a una región donde la densidad del aire disminuye en un 10%? Explique

Rpta. a) 133 m/s; b) El avión desciende hasta que la densidad recupera su valor inicial.

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 5.1

Un estanque grande abierto contiene una capa de aceite que flota sobre agua. Densidad del aceite = 920 kg/m^3. Se pide:

a) Estando el tapón en C, halle la fuerza sobre el tapón debido al agua
b) Al quitar el tapón, calcule la altura h que alcanzará el chorro de agua
c) la velocidad y la presión del agua en la tubería horizontal

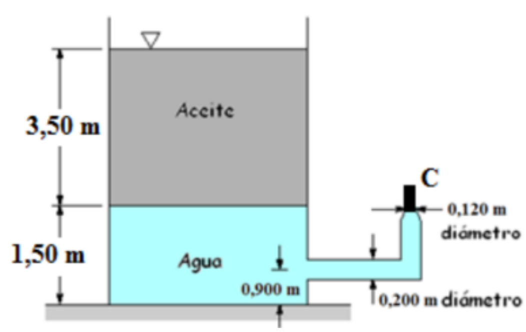


Fig. 5.37 Tanque conteniendo dos fluidos descarga por una tubería. Problema 5.1

PROBLEMA 5.2

La figura muestra un depósito cerrado de gran sección que contiene agua. En el depósito existe aire comprimido por encima de la superficie del agua a la presión manométrica de $25,0x10^3 N/m^2$. El tubo horizontal de salida tiene una sección de 10,0 cm^2 y 5,00 cm^2 en las partes gruesa y delgada respectivamente. Se pide:

a) Estando la válvula cerrada en C, halle la altura h alcanzada en el tubo abierto.
b) Se abre totalmente la válvula C, calcule las velocidades en las partes gruesa y delgada del tubo de salida.
c) ¿Qué altura h alcanza el agua en el extremo abierto del tubo?

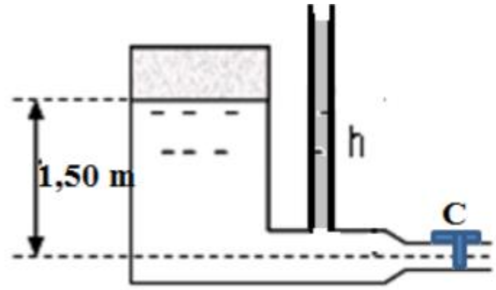
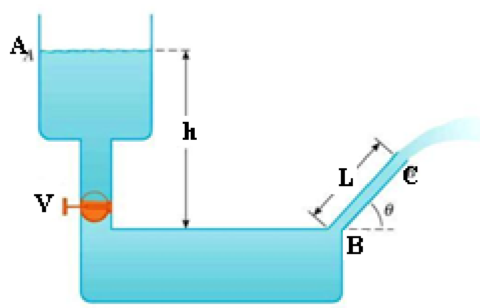


Fig. 5.38 Deposito cerrado que descarga agua con orificio de salida. Problema 5.2

PROBLEMA 5.3

La Figura muestra un tanque de agua con una válvula (V) en la parte inferior. Supongamos que h = 10,0 m, L = 2,00 m, y $\theta = 62,0°$, y que la sección transversal en él punto A es muy grande en comparación con la sección de la tubería BC. Si esta válvula se abre, determine:



a) La altura máxima alcanzada, con respecto al nivel del punto B, por el chorro de agua que sale por C
b) La presión manométrica en B
c) Encuentre una expresión de la rapidez de salida por el punto C, en función del ánguloθ. Grafique en un sistema coordenado v vs θ

Fig. 5.39. Tanque de agua. Problema 5.3

PROBLEMA 5.4

Por la tubería horizontal de la figura (diámetros, D_1 = 150 mm y D_2 = 75 mm), fluyen 0,15 m^3 /s de gasolina (densidad 670 kg/m^3) si la presión en la sección ancha indicada por el manómetro es de 415 kPa, calcular:

a) Las velocidades en la tubería
b) La presión en la parte angosta de la tubería
c) Si se avería la tubería en la parte ancha y sale un chorro en forma tubular vertical hacia arriba, encuentre la altura máxima alcanzada por el chorro.

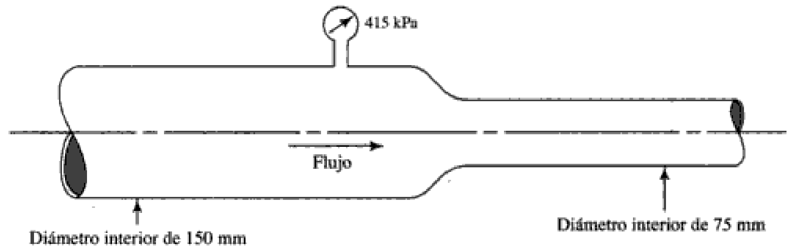


Fig. 5.40. Tubería horizontal. Problema 5.4

PROBLEMA 5.5

Por una tubería inclinada circula agua a razón de 9,0 m^3/min, como se muestra en la figura: En a el diámetro es 30 cm y la presión es de 1,0 kf/cm^2 ¿Cuál es la presión en el punto b sabiendo que el diámetro es de 15 cm y que el centro de la tubería se halla 50 cm más bajo que en a?

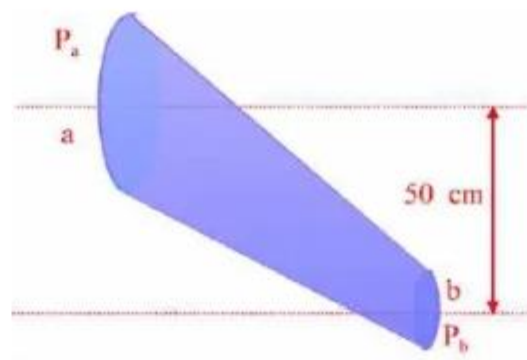


Fig. 5.41. Tubería inclinada. Problema 5.5

PROBLEMA 5.6

Un tubo que conduce un fluido incompresible cuya densidad es 1,30 x 10^3 kg/m^3 es horizontal en h_0= 0 m. Para evitar un obstáculo, el tubo se debe doblar hacia arriba, hasta alcanzar una altura de h_1= 1,00 m. El tubo tiene área transversal constante. Si la presión en la sección inferior es p_0= 1,50 atm, calcule la presión p_1 en la parte superior.

PROBLEMA 5.7

Un tanque cilíndrico de 1,2 m de diámetro se llena hasta 0,30 m de profundidad con agua. El espacio encima del agua está ocupado con aire, comprimido a la presión de 2,026 X $10^5 N/m^2$. De un orificio en el fondo se quita un tapón que cierra un área de 2,5 cm^3. Calcularla velocidad inicial de la corriente que fluye a través de este orificio. Encontrar la fuerza vertical hacia arriba que experimenta el tanque cuando se quita el tapón.

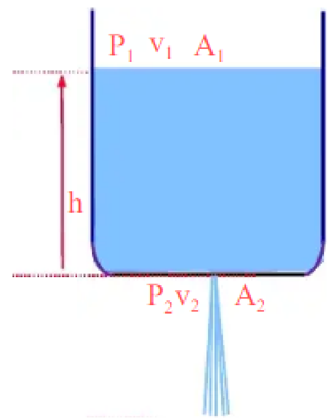


Fig. 5.42. Tanque de agua. Problema 5.7

PROBLEMA 5.8

Se llena una manguera con nafta y se cierra por sus dos extremos. Se introduce un extremo en un depósito de nafta a 0,30 m por debajo de la superficie y el otro a 0,20 m por debajo del primer extremo y se abren ambos extremos. El tubo tiene una sección transversal interior de área 4,0 x $10^{-4} m^2$. La densidad de la nafta es 680 kg / m^{-3}.

a) ¿Cuál es la velocidad de salida de la nafta en el instante inicial (antes que la altura del líquido ha varíe)?
b) ¿Cuál es el caudal inicial del flujo?

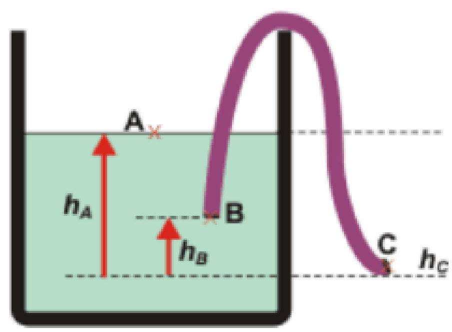


Fig. 5.43. Manguera con nafta. Problema 5.8

PROBLEMA 5.9

Una caño tiene una sección de 2,00 cm²y por ella circula agua con un caudal volumétrico de 12 litros por minuto. Si el chorro tiene una longitud de 45 cm,
determinar la sección inferior del mismo.

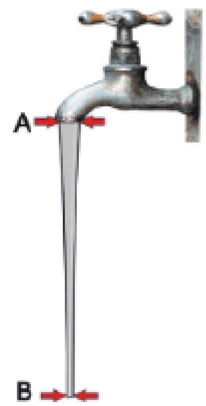


Fig. 5.44. Agua saliendo por un caño. Problema 5.9

PROBLEMA 5.10

Un recipiente cilíndrico tiene un radio de 10,0 cm y contiene agua hasta una altura inicial de 0,300 m en el fondo del recipiente se practica un agujero de 0,100 cm de diámetro: determinar:

a) La altura del agua en el cilindro en función del tiempo
b) El tiempo de vaciado
c) El volumen de agua vaciado en el primer minuto.

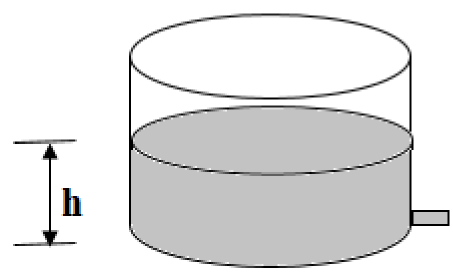


Fig. 5.45. Recipiente con agua. Problema 5.10

PROBLEMA 5.11

Con que velocidad se debe soplar verticalmente en el agujero superior del carrete de área 26,0 mm^2 para que el disco de cartón de masa 10 g y diámetro 11,5 mm se mantenga a flote.

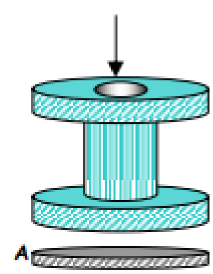


Fig. 5.46. Carrete con agujeros. Problema 5.11

PROBLEMA 5.12

Por un tubo de Vénturi, que tiene un área de la sección recta de 5,00cm^2 por la parte ancha y 2,50cm^2 en la parte estrecha, circula agua. El Vénturi tiene conectados dos manométricos que marcan una diferencia de lecturas es $\Delta p = 2{,}80$ kPa. Calcule:

a) Las velocidades en los puntos (1) y (2) en (m/s).

b) El caudal circulante por el tubo

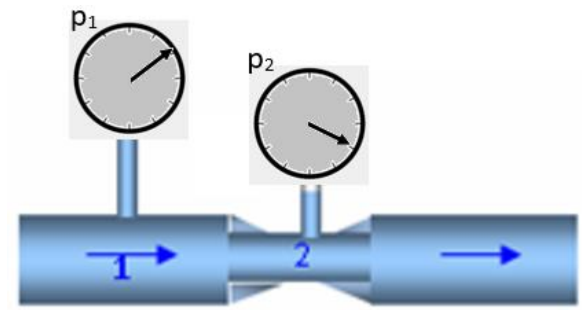


Fig. 5.47. Tubo de Venturi. Problema 5.12

PROBLEMA 5.13

Una alimentador de agua hacia un cilindro, mantiene constante el nivel a h = 20,0 cm debido a la descarga de agua por una tubería delgada. Determinar la altura que consigue el chorro por la tubería de descarga.

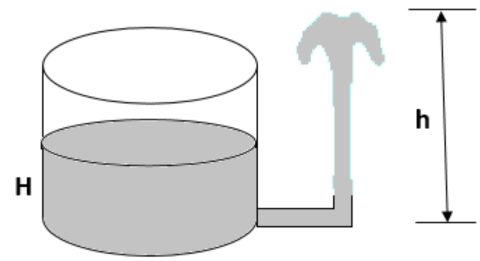


Fig. 5.48. Tanque de agua. Problema 5.3

PROBLEMA 5.14

En una casa el agua penetra a través de un tubo de 2 cm de diámetro interior y a una presión absoluta de 4x10^5 Pa. El tubo de conducción hasta el cuarto de baño del segundo piso, ubicado 5,00 m más arriba, tiene 1,00 cm de diámetro. Si la velocidad de flujo en el tubo de entrada es de 4,00 m/s, hallar:

a) la velocidad de flujo en el piso superior

b) la presión en el cuarto de baño.

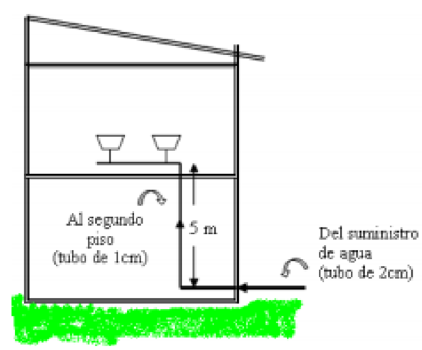


Fig. 5.49. Suministro de agua en una casa. Problema 5.14

PROBLEMA 5.15

Un sistema de riego de un campo de golf descarga agua de un tubo horizontal a razón de 7200 cm^3/s. En un punto del tubo, donde el radio es de 4,00 cm, la presión absoluta del agua es de $2{,}40\times10^5$ Pa. En un segundo punto del tubo, el agua pasa por una constricción cuyo radio es de 2,00 cm.

a) ¿Qué presión absoluta tiene el agua al fluir por esa constricción?

b) Si hay un agujero, que altura alcanza el chorro de agua