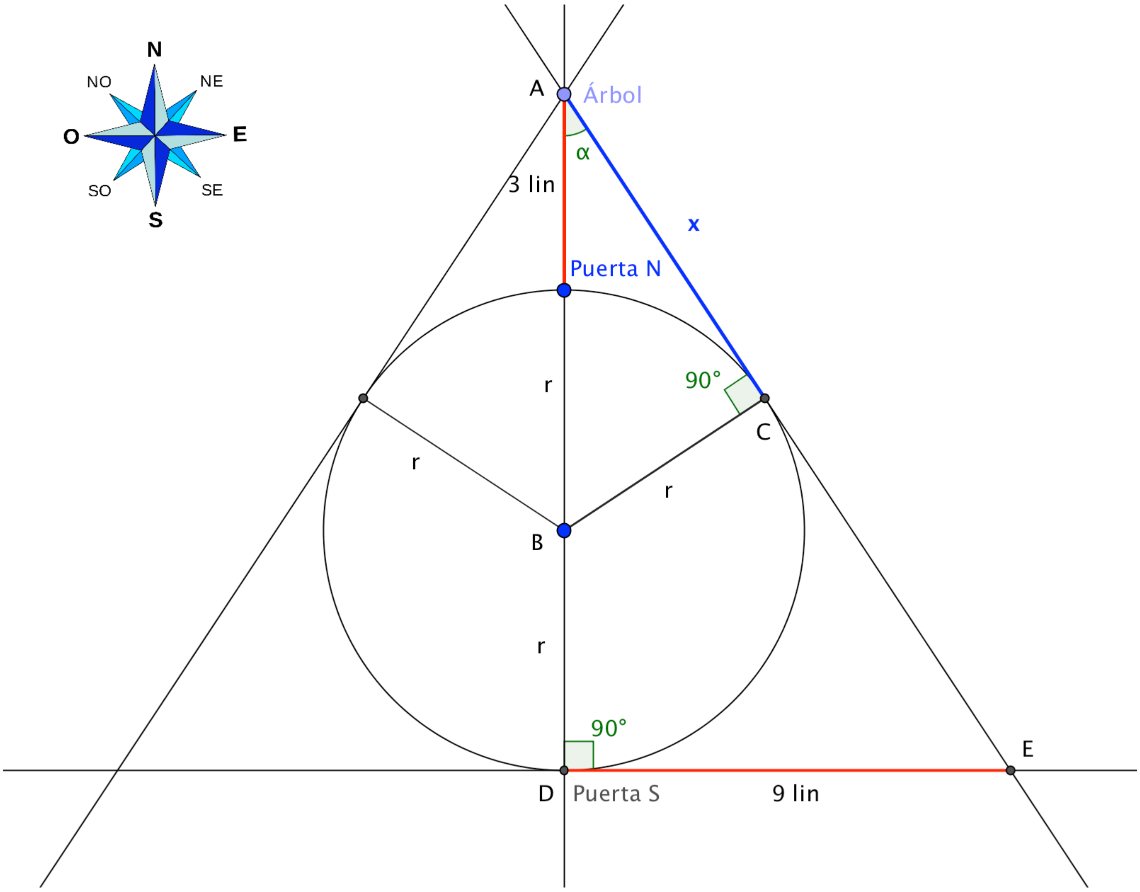
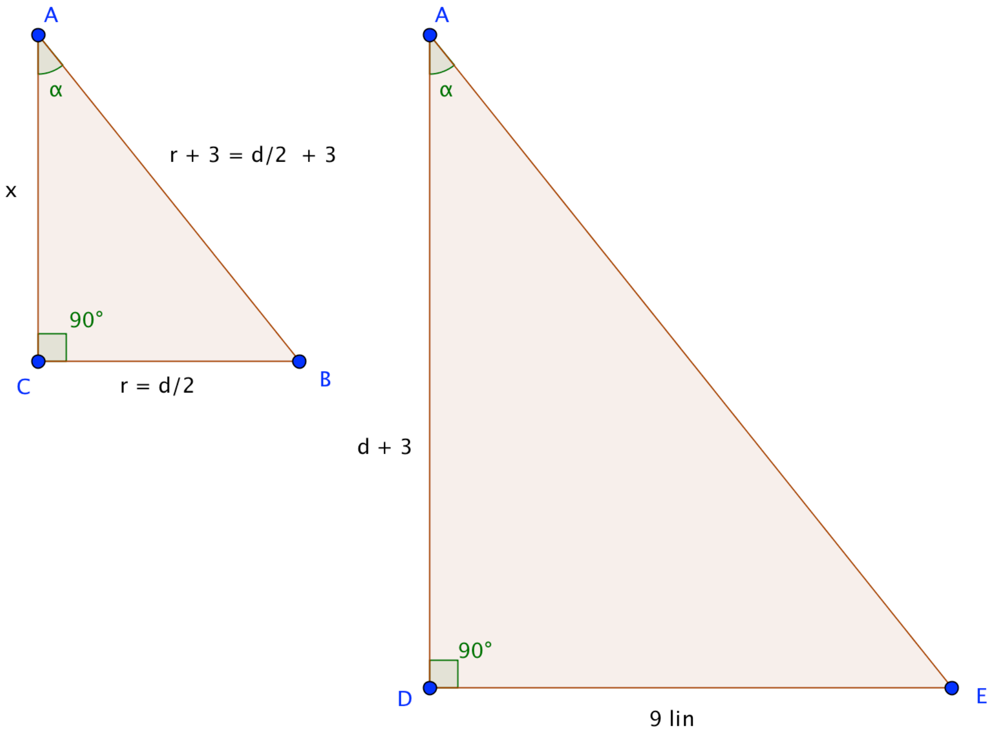
32)



Consideraciones sobre conceptos relacionados con el problema (no es para resolverlo):
Como la muralla es circular y al ser la recta que une las puertas y el árbol perpendicular a la que une la puerta Sur con el Este, también tendríamos que caminar 9 lin desde la puerta Sur hacia el Oeste para poder ver el árbol. Está claro que la circunferencia que forma la muralla es la **inscrita** en el triángulo cuyos vértices son el propio árbol, y los puntos situados a 9 lin hacia el Este y el Oeste desde la puerta Sur. Además, por construcción, este triángulo es isósceles (la recta que une el árbol y las puertas es perpendicular al lado que une los puntos a 9 lin al Este y Oeste de la puerta Sur y se cortan en el punto medio de dicho lado, esto es, la puerta Sur).
El centro de la circunferencia inscrita se llama **incentro** y es uno de los puntos notables del triángulo (también conocidos como centros del triángulo).
En este enlace puedes ver los puntos notables del triángulo de forma sencilla:
http://www.vitutor.com/geo/eso/as_2.html
Si lo quieres ver con GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/jqnK4876

Resolución del problema:
Los triángulos ABC y ADE son semejantes (pues tienen los tres ángulos iguales, ya que tienen ambos un ángulo recto y comparten el ángulo α).



Mediante el Teorema de Pitágoras podemos hallar el valor de x en función del diámetro d (d=2r, es decir r =d/2)

$$x = \sqrt{\left(\frac{d}{2}+3\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + 3d + 9 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{3d+9} = \sqrt{3(d+3)}$$

Por lo tanto, por la semejanza de dichos triángulos se cumple (igualdad de la proporción entre sus lados correspondientes, en este caso lo aplicamos a los dos catetos): 9, d+3 y d/2, $\sqrt{3(d+3)}$

$\frac{9}{d+3} = \frac{d/2}{\sqrt{3(d+3)}}$ Elevando al cuadrado queda: $\frac{81}{(d+3)^2} = \frac{\frac{d^2}{4}}{3(2r+3)}$

y simplificando $\frac{81}{(d+3)} = \frac{d^2}{12} \rightarrow 81 \cdot 12 = d^2(d+3) \rightarrow d^3 + 3d^2 - 972 = 0$

Hay que resolver la ecuación $d^3 + 3d^2 - 972 = 0$. Vamos a ver si tiene alguna solución entera mediante la regla de Ruffini. Otra opción es utilizar el cálculo simbólico de GeoGebra (CAS) para obtener la solución:

Por Ruffini (probando los divisores de 972: 1, 2, 3, 4, 6, 9, ..), llegamos a

	1	3	0	-972
9		9	108	972
	1	12	108	**0**

Luego la solución es $\boxed{\mathbf{d = 9\ lin}}$

Con el CAS de GeoGebra: