Taak (voorwaardelijke) kansen en statistische (on)afhankelijkheid

Virga Jessecollege **Toets WISKUNDE**
Hasselt **leerkracht: Karel Appeltans**
Datum: **schooljaar**
Klas: VI **Afdeling:**
Naam:..... **Aantal uren wiskunde: 6**
.....

1	**Example 2.10.** Sixty percent of new drivers have had driver education. During their first year, new drivers without driver education have probability 0.08 of having an accident, but new drivers with driver education have only a 0.05 probability of an accident. What is the probability a new driver has had driver education, given that the driver has had no accident the first year?
2	Let A and B be two events of a sample space Ω. In the usual notation, it is given that $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B\mid A)=\frac{1}{4}$ and $P(A\cup B)=\frac{4}{5}$. Find $P(B)$. Show that the events A and B are **not** independent.
3	**12.** A diagnostic test for a certain disease is said to be 90% accurate in that, if a person has the disease, the test will detect with probability 0.9. Also, if a person does not have the disease, the test will report that he or she doesn't have it with probability 0.9. Only 1% of the population has the disease in question. If the diagnostic test reports that a person chosen at random from the population has the disease, what is the conditional probability that the person, in fact, has the disease?
4	**Example 2.9.** Suppose box A contains 4 red and 5 blue chips and box B contains 6 red and 3 blue chips. A chip is chosen at random from the box A and placed in box B. Finally, a chip is chosen at random from among those now in box B. What is the probability a blue chip was transferred from box A to box B given that the chip chosen from box B is red?
5	At a certain university, 4% of men are over 6 feet tall and 1% of women are over 6 feet tall. The total student population is divided in the ratio 3:2 in favour of women. If a student is selected at random from among all those over six feet tall, what is the probability that the student is a woman?

6	A factory production line is manufacturing bolts using three machines, A, B and C. Of the total output, machine A is responsible for 25%, machine B for 35% and machine C for the rest. It is known from previous experience with the machines that 5% of the output from machine A is defective, 4% from machine B and 2% from machine C. A bolt is chosen at random from the production line and found to be defective. What is the probability that it came from (a) machine A (b) machine B (c) machine C?
7	***Emergency Locator Transmitters*** An aircraft emergency locator transmitter (ELT) is a device designed to transmit a signal in the case of a crash. The Altigauge Manufacturing Company makes 80% of the ELTs, the Bryant Company makes 15% of them, and the Chartair Company makes the other 5%. The ELTs made by Altigauge have a 4% rate of defects, the Bryant ELTs have a 6% rate of defects, and the Chartair ELTs have a 9% rate of defects. (These are the same results from Example 3 in this section.) **a.** Find the probability of randomly selecting an ELT and getting one manufactured by the Bryant Company. **b.** If an ELT is randomly selected and tested, find the probability that it was manufactured by the Bryant Company if the test indicates that the ELT is defective.
8	A fair die is rolled twice. Consider the events $A = \{\text{"sum of the dice is 7"}\}$ $B = \{\text{"first die lands on 4"}\}$ $C = \{\text{"at least one die lands on 3"}\}$. Which of these events are independent?
9	Dans· la· classe· de· 6ème· B,· 25%· des· élèves· n'ont· pas· réussi· l'épreuve· de· mathématiques,· 15%· celle· de· chimie,· et· 10%· des· élèves· n'ont· pas· réussi· en· chimie·ni·en·maths.¶ Un·élève·est·choisi·au·hasard.¶ *a)→S'il·n'a·pas·réussi·chimie,·quelle·est·la·probabilité·qu'il·n'ait·pas·réussi·en· maths?*¶ *b)→S'il·n'a·pas·réussi·les·maths,·quelle·est·la·probabilité·qu'il·n'ait·pas·aussi· réussi·en·chimie?*¶ ¶ *c)→Quelle· est· la· probabilité· qu'il· ait· au· moins· un· échec· dans· les· deux· branches?*¶
10	17 We nemen 5 kaarten uit een kaartspel van 52 kaarten. Bereken de kans dat **a** er 3 harten bij zitten. **b** er minstens 1 aas bij zit. **c** er juist 2 rode kaarten bij zitten. **d** er meer cijferkaarten bij zitten dan beeldkaarten.

11	On·sait·que·globalement·98%·des·bébés·survivent·à·l'accouchement.·Cependant·15%·des·naissances·se·font·par·césarienne,·dans·ce·dernier·cas,·le·taux·de·survie·des·nouveaux·nés·est·de·96.%.¶ *a)·Si,·dans·la·population,·une·femme·enceinte·est·choisie·au·hasard·n'accouche·pas·par·césarienne,·quelle·est·la·probabilité·que·son·bébé·survive?·(Deux·méthodes·de·solution).*¶
12	Lena maakt koekjes, de kans dat een koekje te hard gebakken is, is 0,15. De kans dat een koekje zijn vorm behoudt is 0,80. De kans dat een koekje te hard gebakken is en zijn vorm verliest is 0,05. Wat is de kans op **a** een koekje die zijn vorm verliest? **b** een koekje die zijn vorm verliest of te hard gebakken is? **c** Een koekje met de perfecte hardheid en perfecte vorm?
13	11 Je hebt vijf dobbelstenen waarvan er vier 'eerlijk' zijn. Bij de vijfde dobbelsteen is een onzichtbare verzwaring aangebracht. Bij deze 'oneerlijke' dobbelsteen geldt: $\frac{7}{10}$ en $\frac{2}{100}$. De overige vier uitkomsten hebben een gelijke kans. Je neemt lukraak een dobbelsteen en gooit éénmaal. Je gooit een 4. Hoe groot is de kans dat je de 'oneerlijke' dobbelsteen nam?
14	• Drie machines M_1, M_2, M_3 produceren items: | | M_1 | M_2 | M_3 | | percentage productie | 20 | 30 | 50 | | percentage defect | 1 | 2 | 3 | • We kiezen willekeurig 1 item uit de totale productie. • Wat is de kans dat dit item kapot is?
15	Marie is eerstejaarsstudente verpleegkunde en volgt die opleiding samen met 14 andere meisjes en 10 jongens. Een docent duidt in deze groep lukraak 3 jongens en 3 meisjes aan voor een praktische proef. Hoe groot is de kans dat Marie wordt gekozen? ○ 25 % ○ 15 % ○ 20 % ○ 10 %
16	Vb. Een restaurant schenkt Bordeaux, Beaujolais en Merlot. Wanneer een gast geen keuze kan maken kiest de ober, kans 0.6 dat hij Bordeaux, 0.3 dat hij Beaujolais en 0.1 dat hij Merlot kiest. Bij elk van deze wijnen zijn er gasten die het niet smaakt. Stel dat de kans daarop voor Bordeaux, Beaujolais en Merlot respectievelijk 0.01, 0.04 en 0.2 is. Een gast krijgt een door de ober gekozen wijn en vindt die niet lekker. Wat is de kans dat het Bordeaux is? H_1: de wijn is Bordeaux, H_2: de wijn is Beaujolais, H_3: de wijn is Merlot. E: de gast vindt de wijn niet lekker.

17

Lee et al. (1999) examined the performance of the blood-sample based d-Dimer test for presence of deep venous thrombosis (DVT) for patients who presented with symptoms suggesting the possibility of DVT. The d-Dimer test was relatively cheap and easy to perform whereas the gold standard reference test was accurate but costly and could lead to increased morbidity. Both tests were applied to a random sample of 121 patients who had relevant symptoms.

		DVT	
		Present	Absent
d-Dimer test	Positive	51	32
	Negative	8	30

(a) Estimate the sensitivity and specificity of the d-Dimer test.

(b) A new patient presents with symptoms suggesting the possibility of DVT. The d-Dimer result is positive. Estimate the probability that this patient has a DVT.

18

An experiment is performed to assess the accuracy of a test for the bacteria responsible for a respiratory disease. The test was performed on 205 adults and the results are given below. The prevalence of the disease amongst UK adults is thought to be approximately 1/200.

		Has disease?		
		D^+	D^-	Total
Test result positive	T^+	76	5	81
Test result negative	T^-	4	120	124
Total		80	125	205

(a) Define and calculate the sensitivity and specificity.

(b) Define and calculate the false negative and false positive probabilities and describe why one is worse in this context.

(c) Calculate the probability that a random adult member of the UK public does NOT have the disease given a positive test result, stating clearly any assumptions you are forced to make.

19

29% van de vrouwen en 36% van de mannen rookt. De kans dat de vrouw rookt als haar partner rookt, is 60%
Wat is de kans dat man en vrouw roken?
Wat is de kans dat de man rookt als zijn vrouw rookt?
Wat is de kans dat ten minste één van beide partners rookt?

20

In een tennisclub is de lichaamslengte van 15% van de mannen en van 5% van de vrouwen groter dan 185 cm. 60% van de leden zijn mannen.
Een lid van de club wordt willekeurig gekozen. Bereken de kans dat het om een vrouw gaat, als men weet dat diegene die gekozen werd, meer dan 185 cm meet.

21

Voor een groep van 400 personen blijkt iedereen of bloedgroep AB of bloedgroep O te hebben. Van elk van deze personen is de resusfactor (Rh^+ of Rh^-) bekend.
Toon op twee manieren aan dat de gebeurtenissen "bloedgroep O" en "resusfactor positief" afhankelijk zijn.

	AB	O	Totaal
Rh^+	30	310	340
Rh^-	10	50	60
Totaal	40	360	400

22

Men heeft vastgesteld dat een student uit het eerste jaar burgerlijk ingenieur 73% kans op slagen heeft indien hij tijdens het secundair onderwijs richting A heeft gevolgd, 53% kans op slagen indien hij richting B volgde en 17% kans op slagen indien hij richting C volgde.
Er is gegeven dat 80% van de studenten in het 1e jaar burgerlijk ingenieur uit richting A komt, 15% uit richting B en 5% uit richting C.
Een journalist wil een interview afnemen van één van deze studenten en trekt lukraak een naam. Het is één van de geslaagden. Hoe groot is de kans dat deze student richting B volgde?

23

Voor het inblikken van erwten gebruikt men in een fabriek de machines M_1, M_2 en M_3 die respectievelijk 55%, 35% en 10% van de productie bewerken. De percentage inblikfouten voor de machines zijn respectievelijk 4%, 3% en 8%.

a Bepaal de kans dat een blik erwten, lukraak genomen uit de voorraad, fout bewerkt is.

b Bereken de kans dat dit niet door machine M_1 is veroorzaakt.

24

Bij een meerkeuzetoets hebben de leerlingen vier mogelijke antwoorden voor elke vraag ter beschikking. Het antwoord op de eerste vraag is gekend door 60% van de leerlingen, terwijl 40% lukraak één van de vier mogelijkheden kiest.
We kiezen willekeurig een leerling.

a Wat is de kans dat hij op de eerste vraag het goede antwoord heeft?

b Stel dat hij deze vraag goed beantwoord heeft, wat is de kans dat hij het antwoord inderdaad kende?

25

A company is manufacturing bottles using two machines, X and Y. Machine X is responsible for 35% of the output produced and machine Y is responsible for what remains. From previous experience, it is known that 7% of the output from machine X is defective and 2% from machine Y is defective.

i. An inspector chooses a bottle at random from the production line, what is the probability that the bottle is defective?

ii. Suppose that the bottle selected by the inspector is found to be defective. What is the probability that it was produced by machine X?

[5 marls]

26

De onafhankelijke gebeurtenissen A en B met $P(B) = \frac{5}{8}$ en $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$
Gevraagd: Bereken P(A), P(B|A)