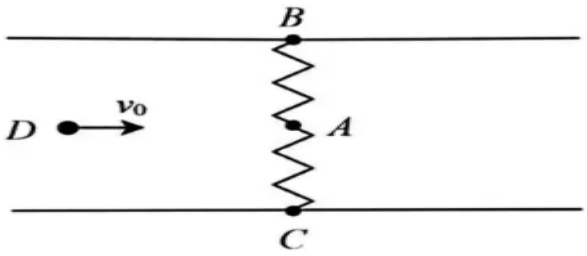
2026 年江苏卷高考物理真题（考生回忆版）

16．如下图所示，在光滑水平面上，固定两个柱型光滑轨道，轨道上面分别约束着只能延轨道运动的两个质量为$\frac{3}{5}m$的小球 B 和 C，小球 B、C 通过弹性限度足够大的弹簧，与两者之间质量为 m 的小球 A 连接，此时一个质量为 M 的小球 D，以速度 v_0 与小球 A 发生对心完全弹性碰撞，假设每段碰撞与约束都不存在除碰撞外的能量损失，求：



（1）M、m 碰撞之后各自的速度

（2）发生碰撞后，弹簧所能含有的最大弹性势能

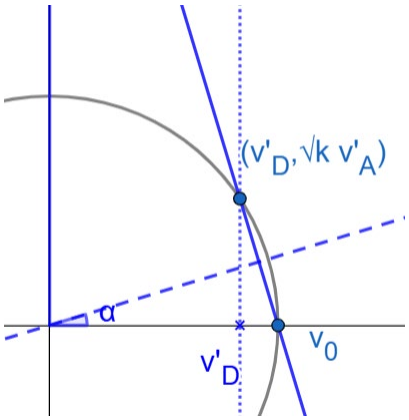
（3）要使弹簧恢复原长时，m 与 M 能再次发生碰撞，求小球质量 m 和大球质量 M 的质量比$\frac{m}{M}$

以”動量守恒相圖”法思考上述問題:

(1)M 與 m (小球 D 與 A)彈性正碰,設質量比$k=\frac{m}{M}$

(在動量守恒相圖中,$\tan\alpha=\sqrt{k}$ ； $\cos\alpha=\sqrt{\frac{1}{1+k}}$ ；

$\sin\alpha=\sqrt{\frac{k}{1+k}}$ ； $\sin 2\alpha=\frac{2\sqrt{k}}{1+k}$ ； $\cos 2\alpha=\frac{1-k}{1+k}$ *)*



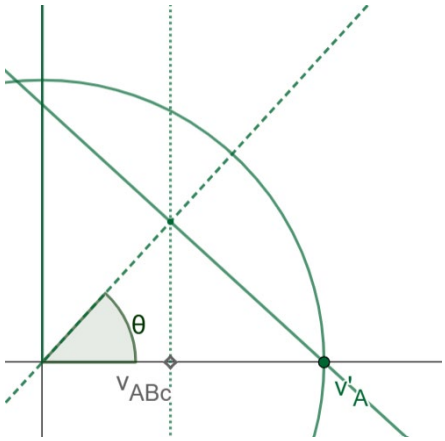
$$v'_D=v_0\cos 2\alpha=v_0\frac{1-k}{1+k}=v_0\frac{M-m}{M+m}$$

$$\sqrt{k}v'_A=v_0\sin 2\alpha=v_0\frac{2\sqrt{k}}{1+k}$$

$$v'_A=v_0\frac{2}{1+k}=\frac{2Mv_0}{M+m}$$

(2) 分析:球 A 與球 BC 相碰,當三球的速度相等,等於球 ABC 系統的質心速度時,系統動能損失最大,轉變為彈簧的彈性勢能;
所以只要求出 ABC 系統的質心動能和動能變化,即可求出最大的彈性勢能;

設$n=\frac{m_{BC}}{m_A}=1.2$ (圖中, $\tan\vartheta=\sqrt{n}$; $\cos\vartheta=\sqrt{\frac{1}{1+n}}$)



系統(球 ABC)質心速度:

$$v_{ABc}=v'_A\cos\vartheta\times\cos\vartheta=v_0\cos^2\vartheta=\frac{v'_A}{1+n}=\frac{2v_0}{(1+k)(1+n)}$$

$$v_{ABc}=\frac{Mv_0}{1.1(M+m)}$$

系統質心動能E_{kc} :

$$E_{kABc}=\frac{1}{2}(2.2m){v_{ABc}}^2=\frac{M^2mv_0^2}{1.1(M+m)^2}$$

系統最大動能損失,轉化為兩個彈簧最大的彈性勢能:

$$\Delta E_p=-\Delta E_k=E_{kA'}-E_{kABc}=\frac{1}{2}m{v'_A}^2-\frac{M^2mv_0^2}{1.1(M+m)^2}=\frac{1}{2}m\left(\frac{2Mv_0}{M+m}\right)^2-\frac{M^2mv_0^2}{1.1(M+m)^2}$$

$$E_{pMax}=\frac{12}{11}\frac{M^2mv_0^2}{(M+m)^2}$$

(3)當球 D 與 A 碰撞後的速度,與 ABC 系統質心速度相等時,即 $v'_D=v_{ABc}$, 小球 A 在平衡位置與球 D 再次碰撞。

$$v'_D=v_{ABc}$$

$$v_0\frac{1-k}{1+k}=\frac{2v_0}{(1+k)(1+n)}$$

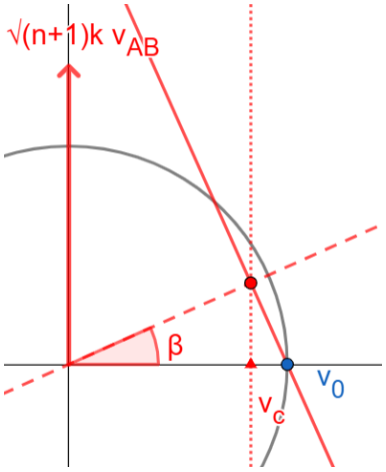
$$1-k=\frac{2}{1+n}$$

$$k=\frac{n-1}{1+n}=\frac{1}{11}$$

思考與討論:

考慮 M 與(n+1)m (小球 D 與 ABC 三球)彈性碰撞,其中(B+C)球與 A 球質量比 $n = \frac{m_{BC}}{m_A} = 1.2$

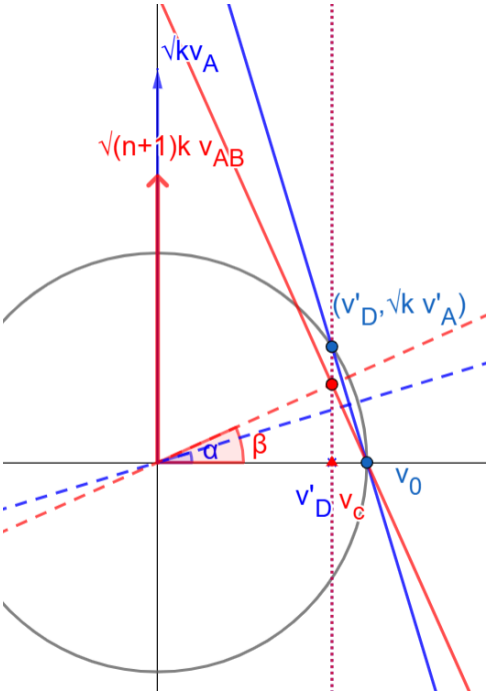
(圖中, $tan\,\beta = \sqrt{(n+1)k} = \sqrt{2.2k}$)



系統(ABCD 四個球)質心速度 v_c :

$$v_c = v_0 \cos\beta \times \cos\beta = v_0 \cos^2\beta = \frac{v_0}{1+(n+1)k} = \frac{Mv_0}{M+2.2m}$$

當球 D 與 A 碰撞後的速度,與系統(ABCD)質心速度相等時,即 $v'_D = v_c$, 小球 A 在平衡位置與球 D 再次碰撞。



$$v'_D = v_0 \cos 2\alpha = v_0 \frac{1-k}{1+k}$$

$$v_c = v_0 \cos\beta \times \cos\beta = v_0 \cos^2\beta = \frac{v_0}{1+2.2k}$$

$$v'_D = v_c$$

$$v_0 \frac{1-k}{1+k} = \frac{v_0}{1+(n+1)k}$$

$$(1-k)(1+2.2k) = 1+k$$

$$1+1.2k-2.2k^2 = 1+k$$

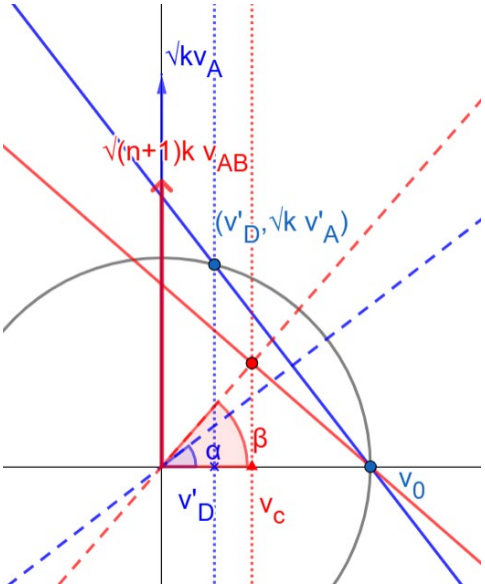
$$k = \frac{n-1}{1+n} = \frac{1}{11}$$

討論,當 k 為不同數值時的碰撞情況:

當$k > \frac{n-1}{1+n} = \frac{1}{11}$ 時, 如圖所示,即α增大,

$$v'_D < v_c$$

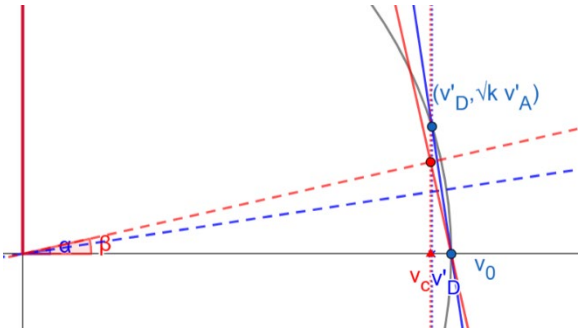
系統(球 ABCD)質心速度大於球 D 第一次碰撞後速度,即第一次碰撞後,"球 D 追不上球 A",所以無法產生第二次碰撞,也就沒有圖中紅色的動量圖線出現。



當$k < \frac{n-1}{1+n} = \frac{1}{11}$ 時, 如圖所示，即α減小,即

$$v'_D > v_c$$

系統(球 ABCD)質心速度小於球 D 第一次碰撞後速度;
即球 D 會一直壓住球 A,並與球 A 一起運動,拉伸彈簧,並一起回到平衡位置,然後 A 與 D 分離,結速碰撞;
所以根本沒有第一次碰撞,也就沒有圖中藍色的動量圖線出現。



結論:只有當$k = \frac{n-1}{1+n} = \frac{1}{11}$時,球 D 與球 A 才會剛好有兩次碰撞,並且只能在"平衡位置"發生第二次碰撞。

所以,上述問題,應該分開三種情況討論:

(一) 當$k = \frac{m}{M} > \frac{n-1}{1+n} = \frac{1}{11}$ 時

(1) 球 D 與球 A 碰撞後速度

$$v'_D = v_0 \frac{1-k}{1+k} = v_0 \frac{M-m}{M+m}$$

$$v'_A = v_0 \frac{2}{1+k} = \frac{2Mv_0}{M+m}$$

(2) 兩彈簧最大勢能

$$E_{pMax} = \frac{12}{11} \frac{M^2 m v_0^2}{(M+m)^2}$$

(3) 球 D 與球 A 不能發生第二次碰撞。

(二)當$k=\frac{m}{M}=\frac{n-1}{1+n}=\frac{1}{11}$ 時

(1) 球 D 與球 A 第一次碰撞後速度：

$$v'_D = v_0\frac{1-k}{1+k} = v_0\frac{M-m}{M+m}$$

$$v'_A = v_0\frac{2}{1+k} = \frac{2Mv_0}{M+m}$$

(2) 兩彈簧最大勢能：

$$E_{pMax} = \frac{12}{11}\frac{M^2mv_0^2}{(M+m)^2}$$

(3) 球 D 與球 A 只能在"平衡位置"發生第二次碰撞。

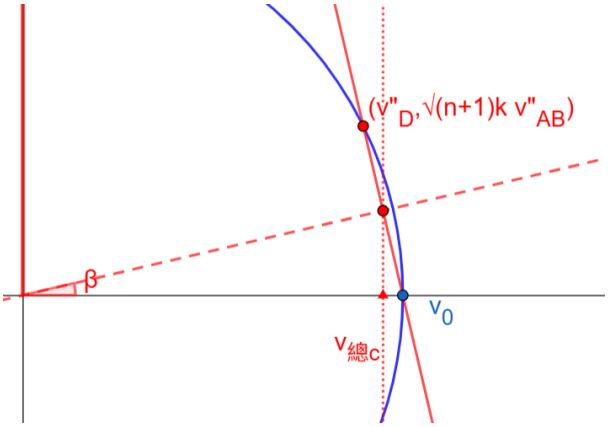
球 D 與球 A 第二次碰撞後速度：(與情況三相同)

$$v''_D = v_0\frac{1-2.2k}{1+2.2k} = v_0\frac{M-2.2m}{M+2.2m}$$

$$v''_A = v''_{BC} = v_0\frac{2}{1+(n+1)k} = \frac{2Mv_0}{M+2.2m}$$

(三)當$k=\frac{m}{M}<\frac{n-1}{1+n}=\frac{1}{11}$ 時,

(圖中, $tan\beta=\sqrt{(n+1)k}=\sqrt{2.2k}$)



(1) 球 D 與球 A（球 ABC）碰撞後速度:

$$v''_D = v_0\cos 2\beta = v_0\frac{1-(n+1)k}{1+(n+1)k} = v_0\frac{1-2.2k}{1+2.2k}$$

$$v''_D = v_0\frac{M-2.2m}{M+2.2m}$$

$$\sqrt{(n+1)k}v''_{AB} = v_0\sin 2\beta = v_0\frac{2\sqrt{(n+1)k}}{1+(n+1)k}$$

$$v''_{AB} = v_0\frac{2}{1+(n+1)k} = \frac{2Mv_0}{M+2.2m}$$

$$v''_A = v''_{BC} = \frac{2Mv_0}{M+2.2m}$$

(2) 兩彈簧最大勢能:

系統(ABCD)質心速度:

$$v_{總c} = v_0\cos^2\beta = \frac{v_0}{1+2.2k} = \frac{Mv_0}{M+2.2m}$$

系統(ABCD)質心動能E_{kc} ：

$$E_{kc} = \frac{1}{2}(M+2.2m){v_c}^2 = \frac{1}{2}\frac{M^2v_0^2}{M+2.2m}$$

求動能損失,轉化為彈性勢能:

$$\Delta E_p = -\Delta E_k = E_{k0} - E_{kc} = \frac{1}{2}M{v_0}^2 - \frac{1}{2}\frac{M^2 v_0^2}{M + 2.2m}$$

$$E_{pMax} = \frac{1}{2}M{v_0}^2\left(\frac{2.2m}{M + 2.2m}\right) = \frac{1.1Mm}{M + 2.2m}{v_0}^2$$

(3) 球 D 與球 A(球 ABC 整体)只能在發生第一次碰撞,並在”平衡位置”分開;不能發生第二次碰撞。

討論,當$n = \frac{m_{BC}}{m_A}$ 為不同數值時的碰撞情況:

當$n \leq 1$, 且 $k = \frac{m}{M} > \frac{n-1}{1+n}$,與上述碰撞情況(一)相同, 球 D 與球 A 不能發生第二次碰撞。

當$n > 1$, 且$k = \frac{m}{M} = \frac{n-1}{1+n}$,與上述碰撞情況(二)相同, 球 D 與球 A 只能在”平衡位置”發生第二次碰撞。

當$n > 1$, 且$k = \frac{m}{M} < \frac{n-1}{1+n}$,與上述碰撞情況(三)相同, 球 D 與球 A(球 ABC 整体)只能在發生第一次碰撞,並在”平衡位置”分開;不能發生第二次碰撞。