

沙田崇真學校  
五年級      數學科      中華文化工作紙  
課題：方程（雞兔同籠：一題多解）

姓名：\_\_\_\_\_（    ）      班別：\_\_\_\_\_      日期：\_\_\_\_\_

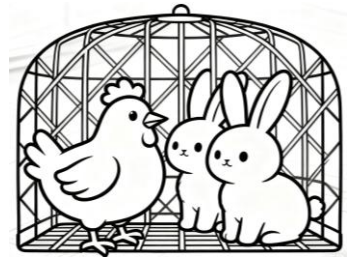
《孫子算經》中的「雞兔同籠」問題是中國古代數學的經典問題，

約在 1,600 年前左右已經出現，原文是這樣的：

今有雉、兔同籠，上有三十五頭，下九十四足。問雉、兔各幾何？

① 理解問題：

- 「雉」就是雞。
- 雞和兔關在同一個籠子裡。
- 從上面數有 35 個頭（一隻雞或兔都是\_\_\_\_\_個頭）。
- 從下面數有 94 隻腳（雞：\_\_\_\_\_隻腳，兔：\_\_\_\_\_隻腳）。
- 問：雞、兔各有多少隻？



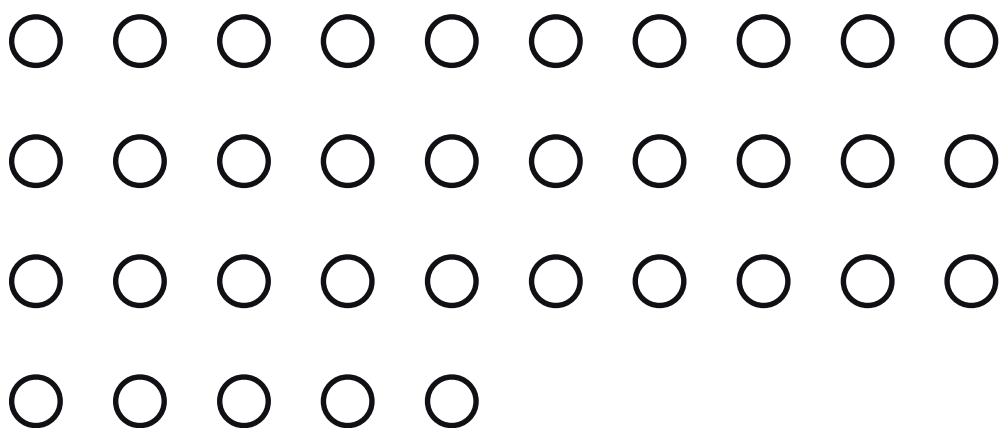
② 解決問題：

方法一：列表 + 試誤

| 雞的數量 | 兔的數量 | 總腳數（列式計算） | 是否符合？ |
|------|------|-----------|-------|
|      |      |           |       |
|      |      |           |       |
|      |      |           |       |
|      |      |           |       |
|      |      |           |       |
|      |      |           |       |

雞有\_\_\_\_\_隻、兔有\_\_\_\_\_隻。

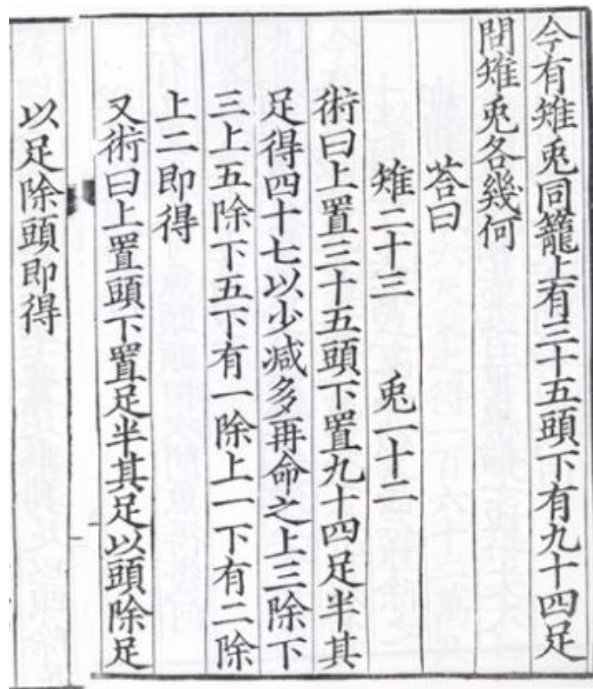
方法二：畫圖 + 假設



方法三：方程

設雞有  $a$  隻，兔則有 \_\_\_\_\_ 隻。

方法四：《孫子算經》的方法：\_\_\_\_\_



術曰：上置三十五頭，下置九十四足。半其足，得四十七。

以少減多，……

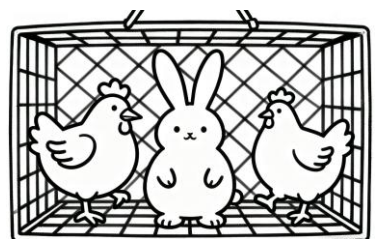
### 1. 上置頭，下置足

頭的數量：\_\_\_\_\_，足的數量：\_\_\_\_\_。

### 2. 半其足

把足的數量取一半：\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

（雞變成 1 隻腳著地，兔變成 2 隻腳著地。）



### 3. 以少減多

把半足的數量 - 頭的數量：\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

（在半足時，每隻兔比雞多 1 隻腳著地，多出的腳數就是兔的數量。）

∴ 兔有\_\_\_\_\_隻，雞有\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_隻。

✎ 今天學習了不同的方法來處理「雞兔同籠」的問題，各方法有甚麼優點和缺點：

| 解題方法   | 優點 | 缺點 |
|--------|----|----|
| ①列表/試誤 |    |    |
| ②畫圖/假設 |    |    |
| ③方程    |    |    |
| ④半足法   |    |    |

☺ 《孫子算經》於約公元 400 年（即約 1600 多年前）出現，

那時沒有代數符號，但古人用智慧輕鬆解決「雞兔同籠」的問題，

我們應該為中國古人的數學成就感到自豪。

上完這節課後，寫出你對中國古代數學家想說的話？（不少於 30 字）



## 參考資料：

### 方法一：列表 + 試誤

| 雞的數量 | 兔的數量 | 總腳數                               | 是否符合 |
|------|------|-----------------------------------|------|
| 20   | 15   | $20 \times 2 + 15 \times 4 = 100$ | 太多   |
| 25   | 10   | $25 \times 2 + 10 \times 4 = 90$  | 太少   |
| 23   | 12   | $23 \times 2 + 12 \times 4 = 94$  | ✓    |

- 提問：列表法有什麼優點和缺點？（優點：容易理解，缺點：數字大時很慢。）

### 方法二：畫圖 + 假設

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 初小 | <p>「雞兔關在同一個籠子裡，共有10個頭，28條腿，籠裡有幾隻雞？幾隻兔？」</p> <p>利用繪圖方法解答：</p> <p>我們用○表示頭，用  表示腳。假設這10隻全部是雞：</p>  <p>從圖中可以看出，10隻雞有20條腿，<br/>而條件中說"共有28條腿"，顯然少了<math>28 - 20 = 8</math>條腿。<br/>這樣在四隻雞上加兩條腿，把它們變成兔子即可。</p>  |
| 中小 | <p>利用繪圖方法結合算式解答：</p> <p>假設 10 隻全是雞，則共有 <math>10 \times 2 = 20</math> 條腿，<br/>與已知條件相差 <math>28 - 20 = 8</math> 條腿；<br/>把一隻雞變成一隻兔要加上兩條腿，8 裡面有 4 個 2，<br/>用算式表示：<math>8 \div 2 = 4</math> (隻)，<br/>4 條腿的兔有 4 隻，其餘的是雞：<math>10 - 4 = 6</math> (隻)。</p>                                                                                                                            |

#### 提問：

- 有什麼優點和缺點？（優點：容易理解，缺點：畫圖需時。）
- 如果假設全是兔，會怎樣？

### 方法三：方程

|    |                                                                                         |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 高小 | 建立方程解答：<br>設雞有 $x$ 隻，則兔有 $(10-x)$ 隻。<br>根據題意列方程為： $2x + 4(10-x) = 28$ 。<br>解此方程便知雞兔各幾隻。 |
| 初中 | 建立聯立二元一次方程作答。                                                                           |

- **提問：**有什麼優點和缺點？  
(優點：很快計出答案，缺點：不懂計算，只學了解一步/二步方程。)

### 方法四：《孫子算經》的方法：半足法

- 「半足法」是把總腳數除以 2，這樣雞變成 1 隻腳著地，兔變成 2 隻腳著地。  
這時，著地腳數 = 總腳數  $\div 2 = 94 \div 2 = 47$ 。
- 如果全是雞，著地腳數 = 頭數 (因為每隻雞有 1 腳)，  
但  $47$  (著地腳數)  $> 35$  (頭數)，  
多出來的就是兔子的數量 (因為每隻兔子比雞多 1 隻腳著地)。
- 所以：兔數 = 總腳數  $\div 2$  - 總頭數
- 這個方法把腳數差簡化為 1，不用列方程就能快速算出答案，體現了古人的智慧。
- **提問：**比較古代方法和方程法，你覺得哪個更容易理解/方便計算？  
(方程有系統，適合解決複雜問題；古代方法很巧妙，容易心算。)

### 總結

- 今天學了不同解題的方法：列表、畫圖/假設、方程、古代半足法。
- 《孫子算經》於約公元 400 年出現 (約 1600 多年前)，那時沒有代數符號，但古人用智慧輕鬆解決問題，我們應該為中國古人的數學成就感到自豪。
- 上完這節課後，寫出你想對中國古代數學家說的話？(不少於 30 字)  
例：古人沒有用方程，只用想像 (讓動物抬起一半腳) 就把問題變簡單了，很聰明。

### 延伸題

- 雞兔同籠，頭共 20，腳共 56，求雞兔各幾隻？
- 停車場有三輪車和四輪車共 10 輛，輪子共 36 個，兩種車各多少輛？