

Premis Extraordinaris de Batxillerat. Convocatòria 2023-2024

La prova s'estructura en:

- Primer exercici (1 hora i 30 minuts): comentari crític.
- Segon exercici (1 hora i 15 minuts): redacció en llengua estrangera.
- Tercer exercici (1 hora i 30 minuts): matèria obligatòria de modalitat.

Matemàtiques

Etiqueta identificadora de l'alumne/a

Qualificació:

Instruccions

La prova consisteix en la modelització matemàtica d'una situació. Es demana redactar un text continu i coherent en què s'expressin amb claredat els elements fonamentals del procés creatiu demanat, i es resolguin tots els problemes matemàtics que se'n derivin emprant un llenguatge matemàtic precís i rigorós. El text s'ha d'entendre per si sol (amb independència de l'enunciat), ha d'incloure les argumentacions necessàries i les rectificacions o reconsideracions naturals fruit d'un procés creatiu perseverant.

S'ha de respondre en aquest quadernet. Si necessiteu fulls per fer esborranys, el tribunal us en proporcionarà, i caldrà lliurar-los juntament amb el quadernet.

Material

- Calculadora (no s'autoritza l'ús de les que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre-la).
- Regle graduat.

Criteris generals d'avaluació

- Construir i expressar amb coherència científica textos amb arguments matemàtics que permetin fer judicis crítics o prendre decisions en relació amb el problema plantejat.
- Interpretar la situació plantejada, organitzar la informació donada i comprendre el context.
- Dissenyar representacions matemàtiques que per si soles expressin idees matemàtiques sintetitzades.
- Generar o identificar models i vincles entre diferents models, que permetin matematitzar la situació plantejada.
- Obtenir solucions i fer propostes creatives a les situacions plantejades en els contextos.
- Desenvolupar la capacitat creativa fent propostes matemàtiques correctes, innovadores i de qualitat relacionades amb aspectes artístics, culturals, socials i tecnològics i gaudint de la llibertat de decidir sense mostrar por a equivocar-se.
- Identificar errors propis, descobrir els elements conceptuals, de procediment o d'estratègia que els han provocat, expressar-ho de manera raonada per modificar o millorar la proposta original amb perseverança.

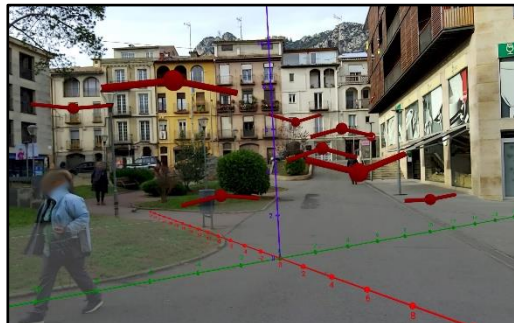
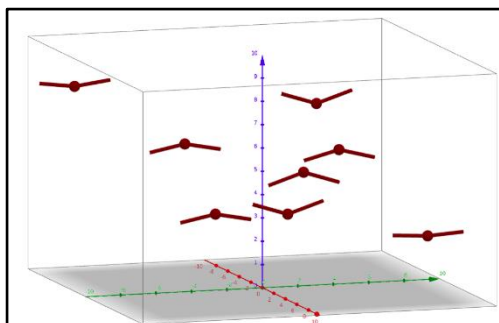
OCELLS. Una instal·lació amb realitat augmentada

Les instal·lacions artístiques amb realitat augmentada són cada cop més freqüents. Per exemple, fa poc es va poder veure com els ocells de la pintura *Camp de blat amb corbs* de Vincent van Gogh (1890) cobraven vida en l'experiència immersiva "Meet Vincent Van Gogh Experience", que es va instal·lar en una carpa de 1.500 metres quadrats al Port Vell de Barcelona fins al juliol del 2022.



Camp de blat amb corbs de Vincent van Gogh, instal·lació "Meet Vincent Van Gogh Experience". Barcelona.
Font: Aerobusbarcelona

Les imatges virtuals en moviment generades per a les instal·lacions artístiques es programen amb elements purament matemàtics. Per exemple, el mateix GeoGebra, un programa de geometria dinàmica, permet generar imatges en moviment integrades en un entorn amb realitat augmentada. Trobeu models matemàtics que permetin realitzar aquesta virtualització amb uns ocells molt senzills.



Ocells virtualitzats volant per la plaça dels Països Catalans de Berga

Què heu de fer?

Cal que escriviu un informe del disseny de moviments d'ocells amb unes determinades característiques que es detallen a continuació.

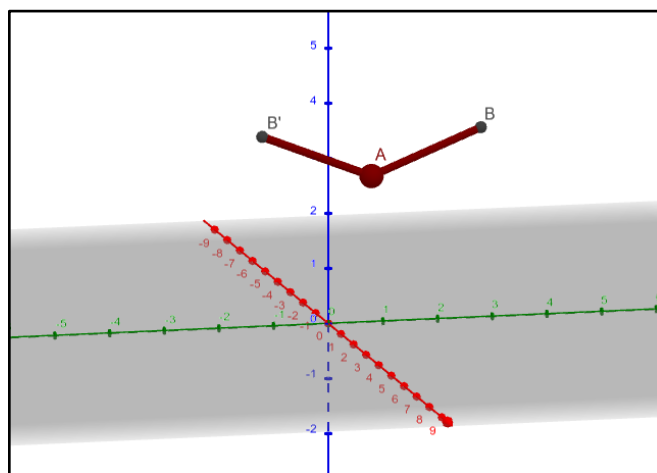
S'han de descriure els moviments d'ocells mitjançant les expressions matemàtiques adients. En els exemples 1 i 2, trobareu informació per familiaritzar-vos en el disseny dels vols dels ocells. En les preguntes 3, 4, 5, 6, 7 i 8, trobareu les condicions dels nous vols que heu de dissenyar. Tant les respostes de les preguntes 1 i 2, com les condicions de les restants preguntes han d'aparèixer en l'informe que se us demana.

Aquest text ha de ser clarament comprensible, emprant el llenguatge tècnic, el vocabulari matemàtic i la seva simbologia específica de manera correcta i entenedora.

En l'informe cal que consti el procés de construcció teòric de manera argumentada, descrivint les equacions, funcions o altres elements matemàtics amb les quals s'ha començat a treballar i s'han rebutjat o modificat, perquè es valorarà especialment la capacitat d'aprendre dels propis errors.

Construcció de l'ocell

Els ocells es poden generar de manera molt bàsica amb tres punts. El punt A representa el cos de l'ocell; els punts B i B' , els extrems de les ales; i els segments AB i AB' , les ales dels ocells. Per simplificar la realització del disseny es parla tota l'estona del punt A , el que representa el cos de l'ocell.



Moviment de l'ocell

L'ocell es mou desplaçant el punt A (el cos de l'ocell).

Considerem que l'escenari on volen els ocells és una caixa o habitacle limitat per vuit vèrtexs de coordenades: $(10, 10, 0)$, $(10, -10, 0)$, $(-10, 10, 0)$, $(-10, -10, 0)$, $(10, 10, 10)$, $(10, -10, 10)$, $(-10, 10, 10)$ i $(-10, -10, 10)$.

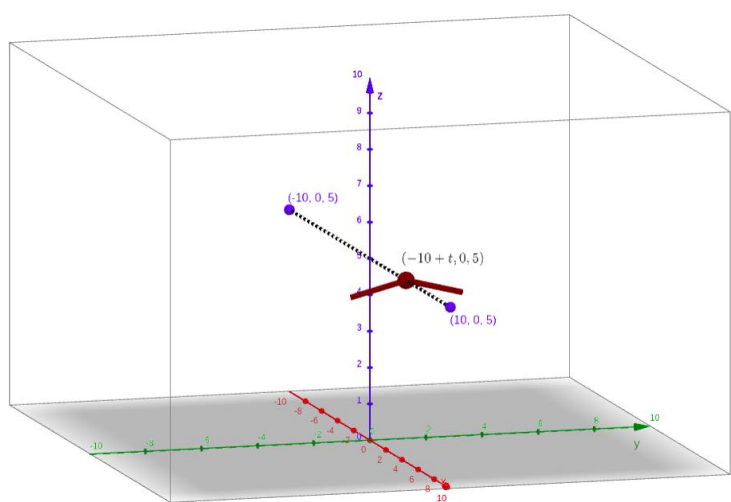
Volem omplir aquest espai amb ocells en moviment. **Serà un requisit imprescindible que tots els ocells entrin i surtin per una paret d'aquesta caixa i mai pel sostre. Evidentment no poden anar per sota ni per sobre.**

EXEMPLE 1

Es pot definir el moviment d'un ocell en un punt genèric del segment $A = (x, y, z) = (0, 0, 5) + t(1, 0, 0) = (t, 0, 5)$ amb $t \in [-10, 10]$ la qual cosa genera un ocell que travessa la caixa volant en una línia recta des del punt $(-10, 0, 5)$, fins el $(10, 0, 5)$ a mesura que el paràmetre prengui valors des de -10 fins a 10 .

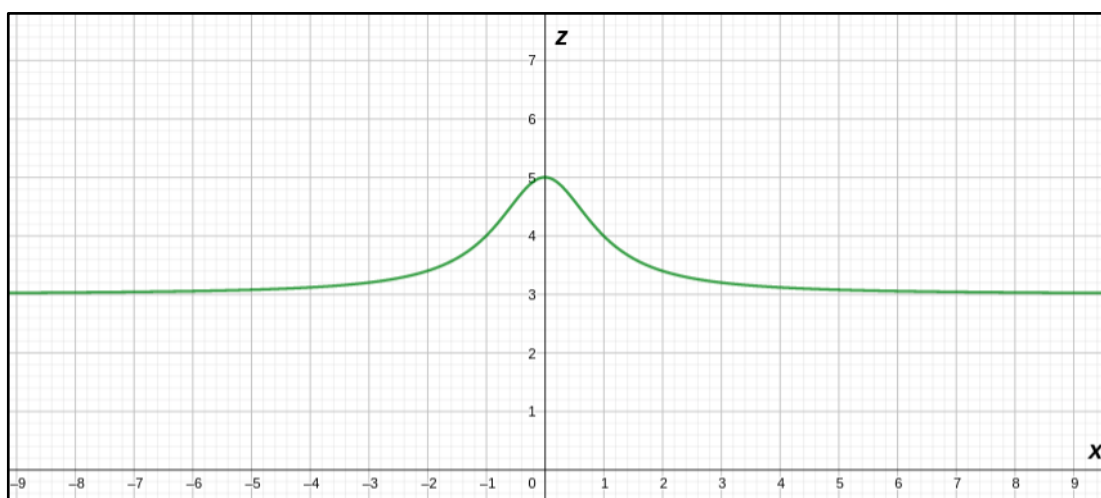
Activitat de moviment de l'exemple 1

1. Comenteu, raonadament, què passa si prenem el vector director del moviment en sentit contrari $\underline{v} = -(1, 0, 0) = (-1, 0, 0)$

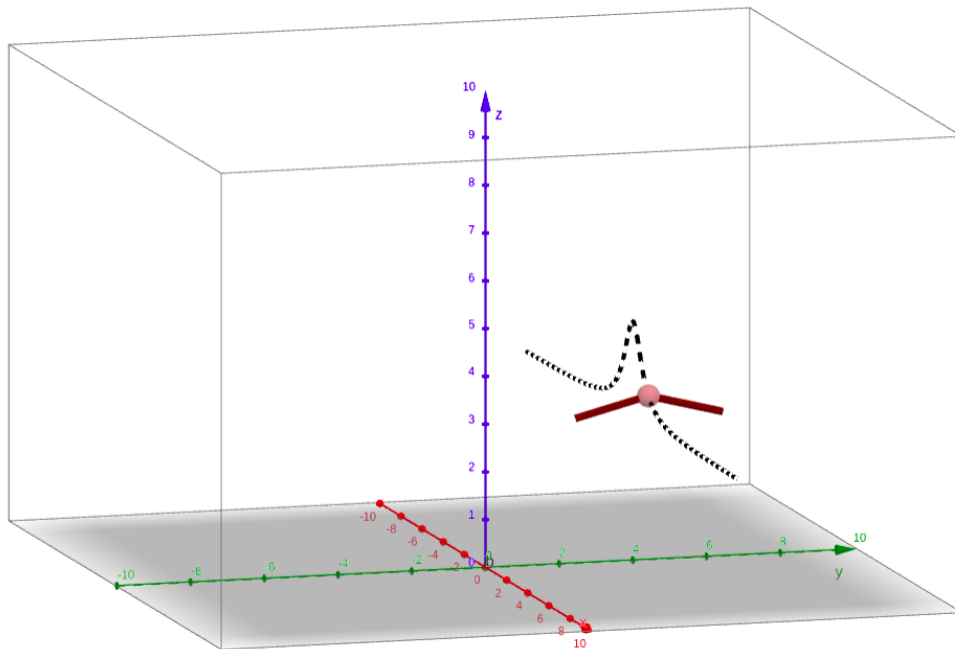


EXEMPLE 2

També podem definir ocells que volen en línia corba en un pla paral·lel al pla XZ, per exemple, podem utilitzar la funció $z = \frac{2}{x^2+1} + 3$.



En aquest cas, caldria parametritzar la funció posant-la en tres coordenades i deixant un valor constant per a la coordenada y , per exemple el valor $y = 4$; d'aquesta manera l'equació paramètrica prenent $x = t$ seria: $(t, 4, \frac{2}{t^2+1} + 3)$ amb $-10 < t < 10$; així, a mesura que varia la t des de -10 fins a 10 , l'ocell es va movent de manera homogènia respecte a l'eix x (darrere-davant) i puja i baixa respecte a l'altura z sense variar respecte a $y = 4$.



Activitat de moviment de l'exemple 2

2. Trobeu els punts d'entrada i de sortida de la caixa del punt (l'ocell) que es desplaça segons l'equació indicada en l'exemple 2 i l'extrem relatiu dins la caixa 3D.

Activitats de construcció del moviment dels ocells

De moment ja heu experimentat, en l'exemple 1, amb el moviment d'un ocell que vola en línia recta paral·lela a l'eix x amb el punt d'entrada $(-10, 0, 5)$ i el punt de sortida $(10, 0, 5)$.

A continuació heu d'anar trobant les equacions del moviment dels ocells amb els moviments diferents que es proposen. Per això, tal com heu experimentat en l'exemple 2, només cal que doneu les equacions paramètriques del punt central A .

Una condició indispensable és que els ocells no surtin de la caixa de definició, és a dir han d'entrar per la "paret" del darrere, sortir per la del davant i no sobresortir ni per dalt ni per baix.

3. Un ocell que vola en línia recta i que entra pel punt $(-10, 1, 5)$ i surt pel punt $(10, -3, 7)$.
4. Dos ocells que volen en una línia recta no paral·lela ni perpendicular a cap dels eixos i que passen per un mateix punt. Cal indicar, raonadament, el punt d'entrada, el punt de sortida i el punt de tall.

5. Un ocell que es mou de manera oscil·latòria pujant i baixant tota l'estona (recordeu indicar el punt d'entrada, el de sortida i les característiques fonamentals del moviment que generarà la funció que heu pensat).
6. Un ocell que es mou de manera oscil·latòria però ara de dreta a esquerra paral·lel al pla horitzontal XY .
7. Un ocell que toca terra, és a dir que baixa fins al pla horitzontal XY i torna a pujar (no oblideu trobar el punt d'entrada, el de sortida i els extrems relatius).
8. Finalment, dissenyeu un moviment complex, totalment tridimensional combinant dues funcions, una que determini el moviment vertical en Z : $z = g(x)$ i una altra que determini simultàniament el moviment horitzontal en Y : $y = f(x)$, és a dir $(t, f(t), g(t))$. Trieu les dues corbes amb originalitat, trobeu les seves expressions matemàtiques en 2D, trobeu les seves característiques, representeu-les i indiqueu quin moviment espereu que es generi en programar-la en aquesta virtualització.

