

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,25 puntos] Obtener los intervalos de crecimiento y los intervalos de curvatura de la función $f(x) = x e^{\frac{-x}{2}}$.

b) [1,25 puntos] Sea la función $f(x) = x^2 - 8 \cdot \ln(x)$. Calcula los extremos absolutos y relativos de la función en el intervalo $[1, e]$.

(solución: apartado 3.7 – pdf de problemas – número 7)

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve $\int \frac{e^x}{e^x + e^{2x} - 2} dx$

(solución: pdf Repaso Selectividad integrales – número Cambio de variable 7)

b) [1,5 puntos] Encuentre los dos puntos en que se cortan las gráficas de $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ y $g(x) = \frac{x^2}{4} - 1$. Calcule el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(solución: pdf Repaso Selectividad integrales – número Áreas 20)

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener una matriz A simétrica, sabiendo que su determinante es igual a -7 y que cumple $A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ (ayuda: una matriz es simétrica si coincide con su traspuesta).

(solución: Selectividad junio 2002 – web IES Ayala)

Ejercicio 4.- Sea el punto $A(-1, 2, 0)$. Sean las rectas $r: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{4}$ y $s: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = z$.
Sea el plano $\Pi: x=3$.

a) [0,5 puntos] Calcula la distancia del punto al plano.

b) [1 punto] Estudia la posición relativa de las dos rectas.

c) [1 punto] Escribe la ecuación general del plano que contiene al punto y es paralelo a las rectas.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $P(x)$ un polinomio de grado tres, con extremo relativo en $(1,1)$ y punto de inflexión en $(0,5)$. Determinar el polinomio.

(solución: pdf Repaso Selectividad Límites y derivadas – número Derivadas 9)

b) [1,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

(solución: pdf Repaso Selectividad Límites y derivadas – número Optimización 3)

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula $\int \frac{x^2+5}{x^3-2x^2+x} dx$

(solución: pdf Repaso Selectividad integrales – número Cociente de polinomios 7)

b) [1,5 puntos] Calcula el área limitada por la curva $y=(x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0$, $x=1$ e $y=0$.

(solución: pdf Repaso Selectividad integrales – número Áreas 5)

Ejercicio 3.- a) [1,75 puntos] Determinar una matriz X que cumpla $AX=X-B$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(solución: Selectividad junio 2002 – web IES Ayala)

a) [0,75 puntos] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$.

Ejercicio 4.- Sea el punto $A(2,5,1)$. Sea la recta $r: x-2 = \frac{y-1}{3} = z+1$.

a) [0,5 puntos] Calcula la distancia del punto a la recta.

b) [1 punto] Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta y al punto.

c) [1 puntos] Obtener el punto simétrico de A respecto de la recta.