

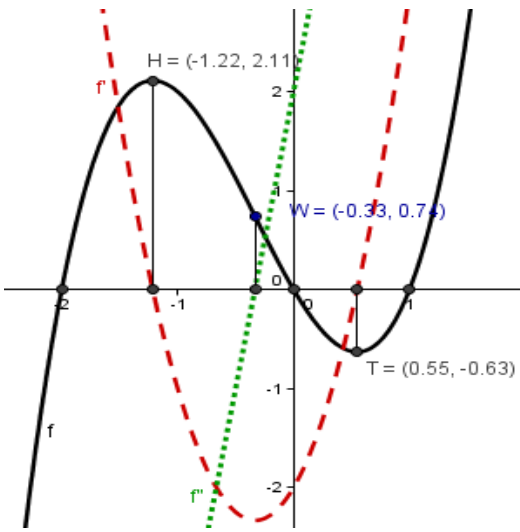
## Elemente einer Kurvendiskussion ( Kurvendiskussion 1)

### Aufgabe

Gegeben ist die Funktion  $f: f(x) = x \cdot (x+2) \cdot (x-1)$ .

1. Geben Sie die Nullstellen, beiden lokalen Extrempunkte und den Wendepunkt an.
2. Weisen Sie die Art der Extrempunkte mit einem geeigneten hinreichenden Kriterium nach.
3. Zeichnen Sie auf der Grundlage Ihrer Ergebnisse ein Bild des Graphen.

### Musterlösung

|              |   |
|--------------|---|
| <b>NST</b>   | Bedingung: $f(x_0)=0$<br>Lösung: $x_{01}=0; x_{02}=-2; x_3=1$ (Nullproduktsatz)   |
| <b>ABL</b>   | $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2;$<br>$f''(x) = 6x + 2;$<br>$f'''(x) = 6$   |
| <b>EXTR</b>  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. notwendige Bedingung: <math>f'(x_e)=0</math>;<br/>           Lösung: <math>x_{e1} \approx -1,22</math>, <math>x_{e2} \approx 0,55</math></li> <li>2. hinreichende Bedingung: <math>f'(x_e)=0</math> und <math>f''(x_e) \neq 0</math><br/> <math>f''(x_{e1}) &lt; 0</math>, also ist <math>x_{e1}</math> Maximalstelle<br/> <math>f''(x_{e2}) &gt; 0</math>, also ist <math>x_{e2}</math> Minimalstelle</li> <li>3. Berechnung der Funktionswerte:<br/> <math>y_1 = f(x_{e1}) = 2,11</math> und <math>y_2 = f(x_{e2}) = -0,63</math></li> <li>4. Angabe der Punkte: <math>H(-1,22/2,11)</math> und <math>T(0,55/-0,63)</math></li> </ol> |
| <b>WEND</b>  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. notwendige Bedingung: <math>f''(x_w)=0</math> ;<br/>           Lösung: <math>x_w \approx 0,33</math></li> <li>2. hinreichende Bedingung: <math>f''(x_w)=0</math> und <math>f'''(x_w) \neq 0</math><br/> <math>f'''(x_w) = 6 \neq 0</math>, also ist <math>x_w</math> Wendestelle</li> <li>3. Berechnung des Funktionswertes:<br/> <math>y_w = f(x_w) \approx 0,74</math></li> <li>4. Angabe des Punktes: <math>W(-0,33/0,74)</math></li> </ol>  |
| <b>Graph</b> | <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>Bemerkungen:</b><br/>           Graphen <math>f'</math> und <math>f''</math> sind nicht erforderlich. Sie stellen aber noch einmal die Zusammenhänge dar.</p> <p>Für ein gelungenes Bild des Graphen werden neben den <u>besonderen Punkten</u> noch einige weitere Punkte mit Hilfe einer Wertetabelle berechnet.</p> </div> </div>   |