A válasz:

A két szám legnagyobb közös osztója a **2027**.

A bizonyítás lépései:

1. **A faktoriális felbontása**
   A $2027!$ kifejezést írjuk fel a megelőző faktoriális segítségével:

$$2027! = 2027 \cdot 2026!$$

2. **A lineáris kombináció tulajdonsága**
   A számelmélet egyik alapvető szabálya szerint, ha egy d szám osztója két számnak, akkor osztója a belőlük képzett bármilyen lineáris kombinációnak is.
   Szorozzuk meg a $(2026! + 1)$ kifejezést 2027-tel, majd vonjuk ki belőle a $2027!$-at:

$$2027 \cdot (2026! + 1) - 2027!$$

$$= (2027 \cdot 2026! + 2027) - (2027 \cdot 2026!) = 2027$$

   Mivel a közös osztónak (d) ezt a végeredményt is osztania kell, ezért d **csak a** 2027 **osztója lehet**. Mivel a 2027 egy prímszám, a legnagyobb közös osztó értéke már csak kétféle lehet: **1 vagy 2027**.

3. **A döntő lépés: A Wilson-tétel**
   A Wilson-tétel kimondja, hogy egy p szám pontosan akkor prímszám, ha a $(p-1)! + 1$ kifejezés osztható p-vel.
   Mivel a **2027 prímszám**, a tétel automatikusan garantálja, hogy:

$$2027 \mid (2026! + 1)$$

Mivel a 2027 igazoltan osztója a $2026! + 1$-nek és a $2027!$-nak is (hiszen utóbbinak közvetlen szorzótényezője), így a legnagyobb közös osztó pontosan a **2027**.

Személyes gondolatok és tanulságok a feladatról

- **A látszat csal:** Első ránézésre a hatalmas faktoriálisok és a $+1$ jelenléte miatt az ember hajlamos azt hinni, hogy a számok teljesen "elbeszélnek" egymás mellett, és a válasz a legtöbb hasonló feladathoz hűen szimplán 1 (relatív prímek).
- **A zseniális Wilson-tétel:** Ez a feladat a Wilson-tétel egyik legszebb és leggyakorlatiasabb iskolapéldája. Tökéletesen rávilágít arra, hogy a tétel nem csupán egy elméleti érdekesség, hanem komoly számolásokat spórol meg ott, ahol a faktoriálisok és a prímszámok találkoznak.