

Exploración Integral Definida



Objetivos De La Actividad

- **Graficar** funciones de una variable real
- **Aproximar** el área bajo la curva en un intervalo dado por medio de sumas finitas para diferentes números de rectángulos (Método de aproximación rectangular) empleando suma superior y suma inferior.
- **Comprender** que la Integral definida surge como un límite de las n aproximaciones sucesivas de rectángulos superiores e inferiores.
- Uso adecuado de la Tecnología (CPG, GeoGebra).

Conceptos relacionados al tema: Aproximación, generalización.

Actividades de exploración¹:

Ingrese al link <https://www.geogebra.org/m/cfcmb23c>

1. En la casilla de entrada ingrese la función $f(x) = x^2 + 1 ; 0 \leq x \leq 2$. Utilice los deslizadores **a** y **b** para limitar la función.
2. **Dibuja** una suma superior de Riemann dando clic **Suma Superior** y emplee el deslizador **n**  para construir cuatro rectángulos.
3. Anote el ancho de cada uno de los cuatro rectángulos que se muestran en el gráfico. Estime la altura de cada uno de los cuatro rectángulos. **Halle** la suma de las áreas de los cuatro rectángulos, para hallar un límite superior de la región sombreada.
4. Compare su resultado con el mostrado por el simulador. ¿Existe diferencia entre estos valores? ¿A qué se debe esta diferencia?
5. **Dibuja** una suma inferior de Riemann dando clic **Suma Inferior** y emplee el deslizador **n**  para construir cuatro rectángulos.
6. **Anote** el ancho de cada uno de los cuatro rectángulos que se muestran en el gráfico. **Estime** la altura de cada uno de los cuatro rectángulos. **Halle** la suma de las áreas de los cuatro rectángulos, para hallar un límite inferior de la región sombreada.

¹ Matemáticas Nivel Medio 2015, pág. 230 (Oxford)

7. **Compare** su resultado con el mostrado por el simulador. ¿Existe diferencia entre estos valores? ¿A qué se debe esta diferencia?
8. **Utilice el deslizador n** para aumentar el número de rectángulos a 20, 40, 50 y 100. Calcule las respectivas sumas superiores e inferiores de Riemann y complete la siguiente tabla.

Número de rectángulos	Suma superior	Suma inferior
4		
20		
40		
50		
100		

9. **Encuentra** el valor de la integral indefinida $\int (x^2 + 1)dx$
10. a) Sustituya $x = 2$ en tu respuesta
b) Ahora sustituya $x = 0$ en su respuesta.
c) Calcula la diferencia de estas dos respuestas.
11. **De clic en el botón ID** , compare la respuesta obtenida en el simulador y la obtenida en el literal anterior. Comente sobre los resultados obtenidos
12. ¿Cómo su comprensión de los límites y la integración conduce a una medida precisa del área bajo una curva?, ¿Qué piensa que podría representar la integral definida?

Ejercicios de práctica adicionales.

Repita los ítems del 1 al 12 para las siguientes funciones. En el ítem 10 literales a y b deberán sustituir por los correspondientes valores presentes en los ejercicios

- a) $f(x) = 8 - x^3; 0 \leq x \leq 2$
- b) $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}; -1 \leq x \leq 1$
- c) $f(x) = x^3 - 4x; -2 \leq x \leq 0$