Elementos da hipérbole

Semi eixo real: a

Semi eixo imaginário: b

Semi distância focal: c

Distância focal: $ICC'I \;=\; 2c$

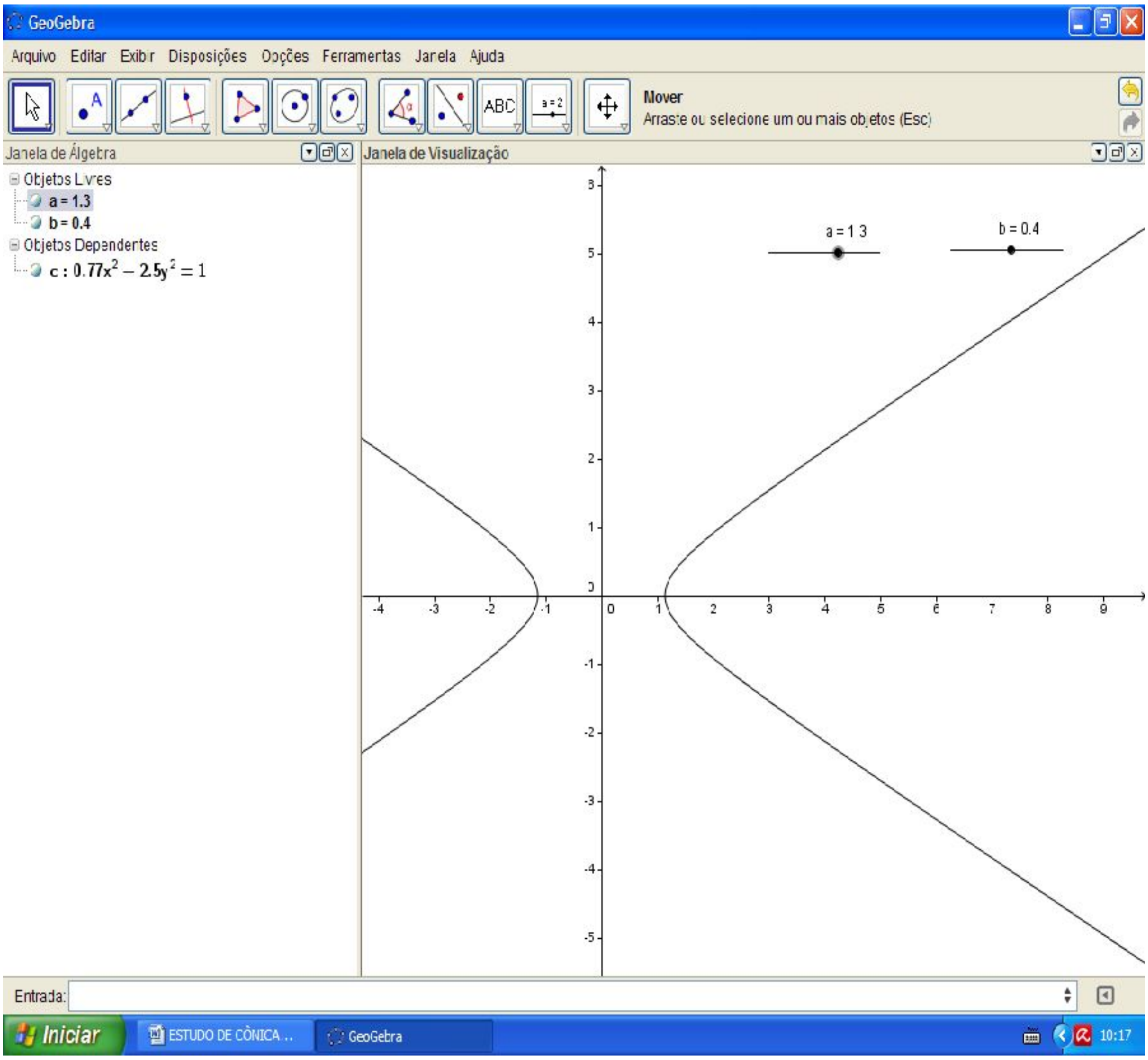
Eixo real: I distância entre os focos I veremos a seguir.

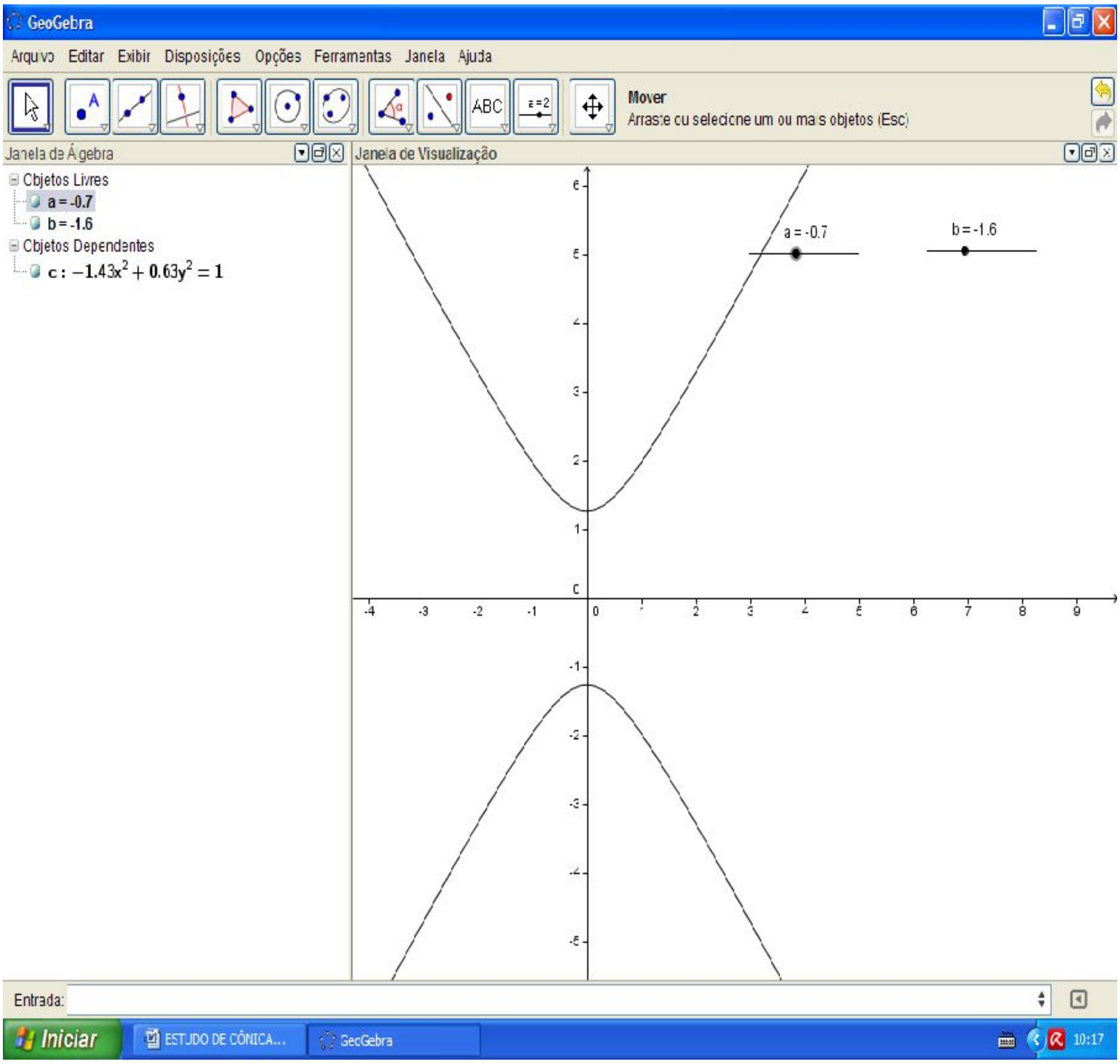
Eixo imaginário: veremos a seguir.

Crie os seletores “a” e “b” variando de “-5” a “5”.

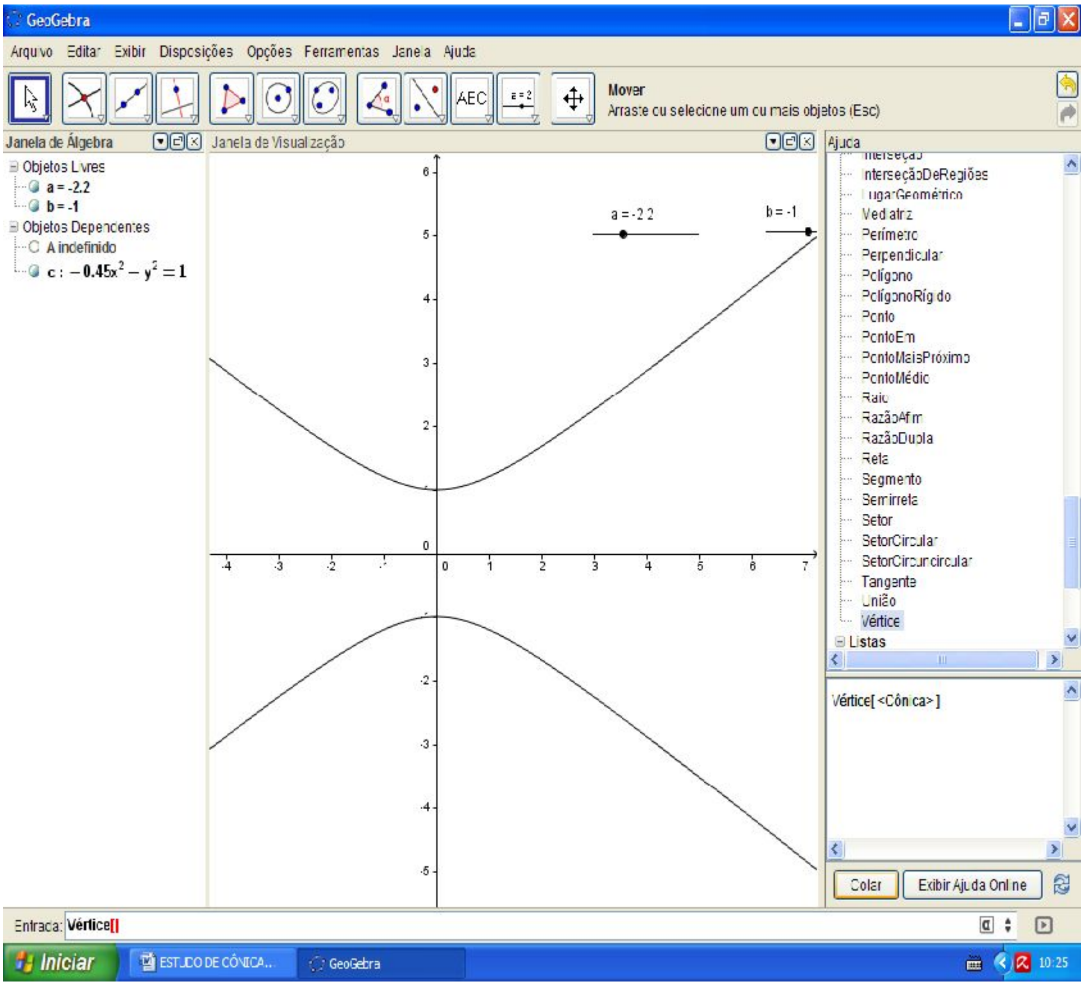
Digite $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1$ na caixa de entrada para representar a hipérbole de equação $\frac{x^2}{a^2}\,\frac{x^2}{a^2}$ - $\frac{y^2}{b^2}\,\frac{y^2}{b^2}$ = 1 onde a e b são números reais x e y variáveis, se a>0 e b>0 então teremos o eixo da hipérbole paralelo ao eixo x e se a<0 e b<0 então teremos o eixo paralelo ao eixo y, e se temos a>0 e b<0 ou a<0 e b>0 teremos uma elipse. Tema do próximo capítulo.

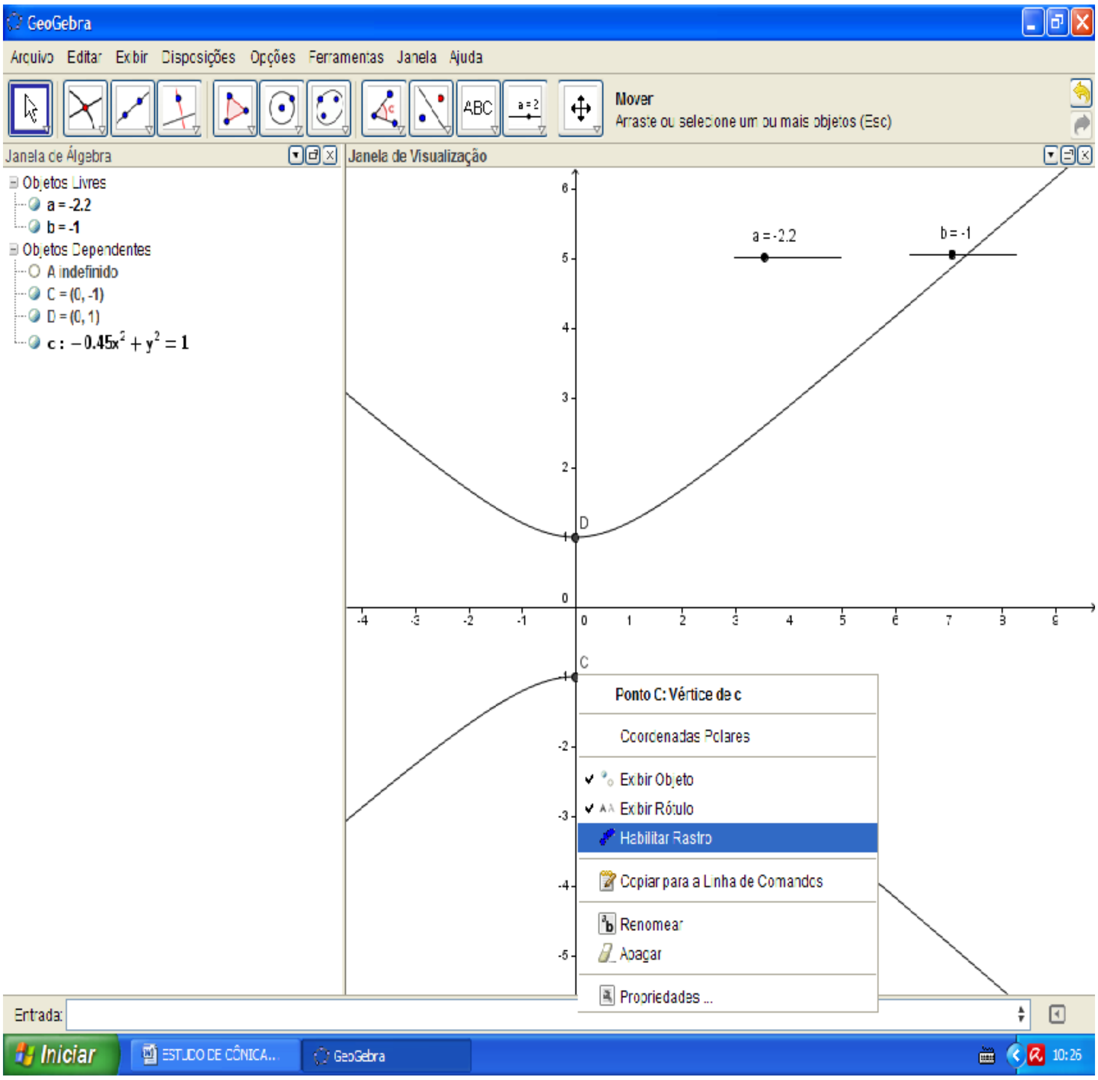
Movimente os seletores à vontade.



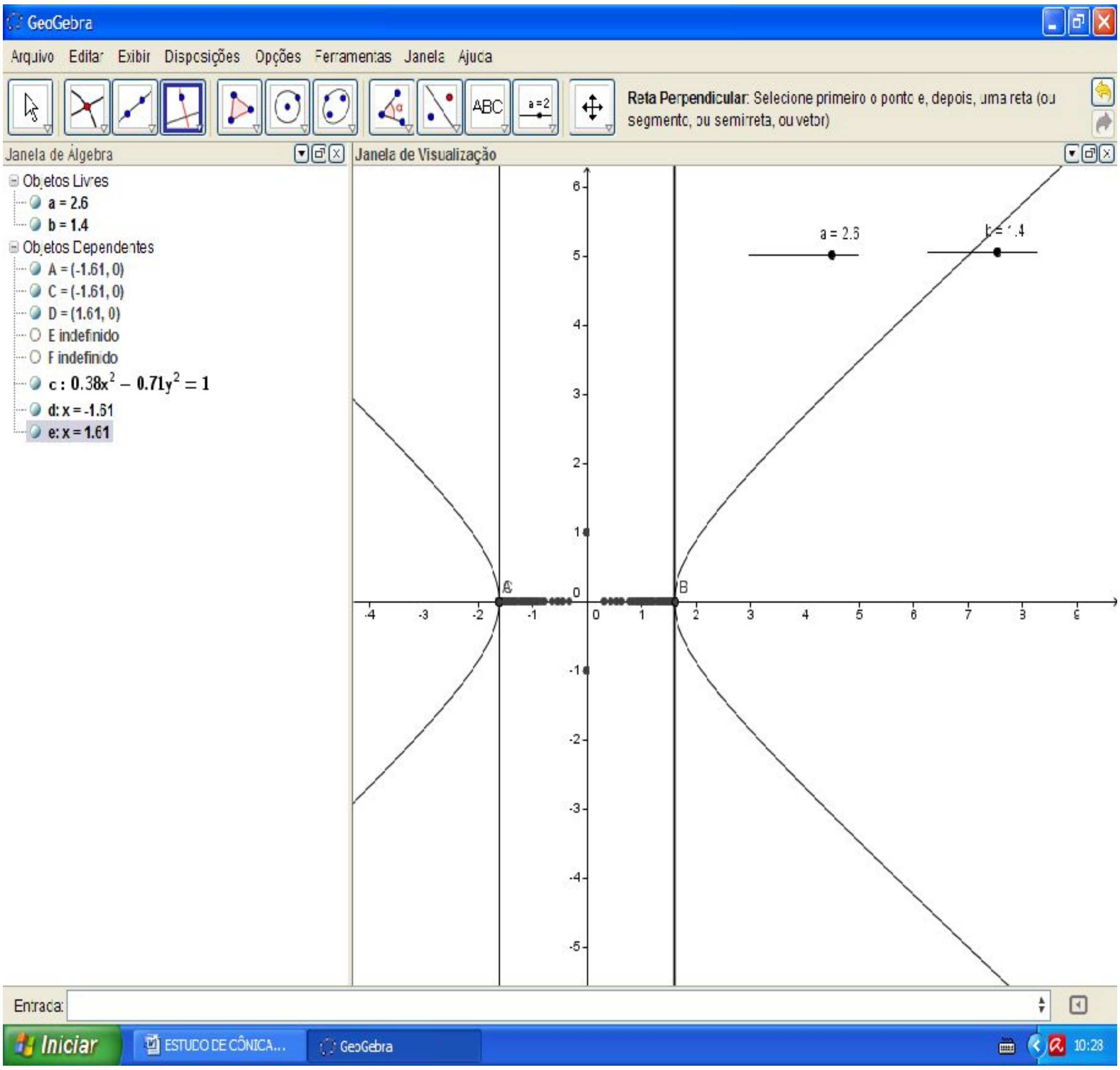

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = -0.7
b = -1.6
Objetos Dependentes
c : −1.43x² + 0.63y² = 1
Janela de Visualização
a = -0.7
b = -1.6
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
10:17

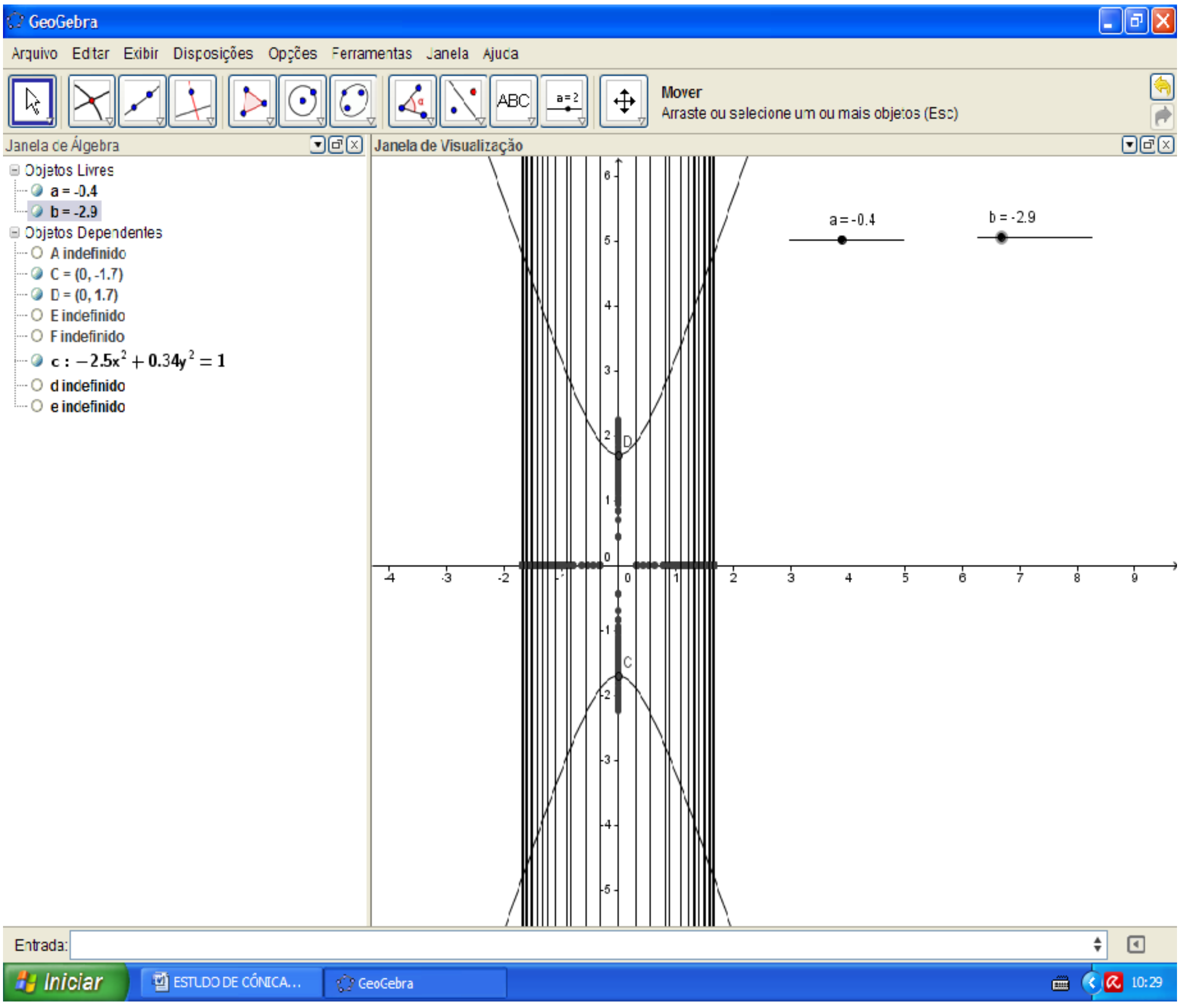
Nesta última tela marque os pontos vértice da hipérbole com o eixo x (pontos C e D) com a ferramenta “ajuda” “geometria” “vértice” ou simplesmente digite “Vértice[c]”, depois habilite os rastros desses, e gire a hipérbole para o outro eixo.



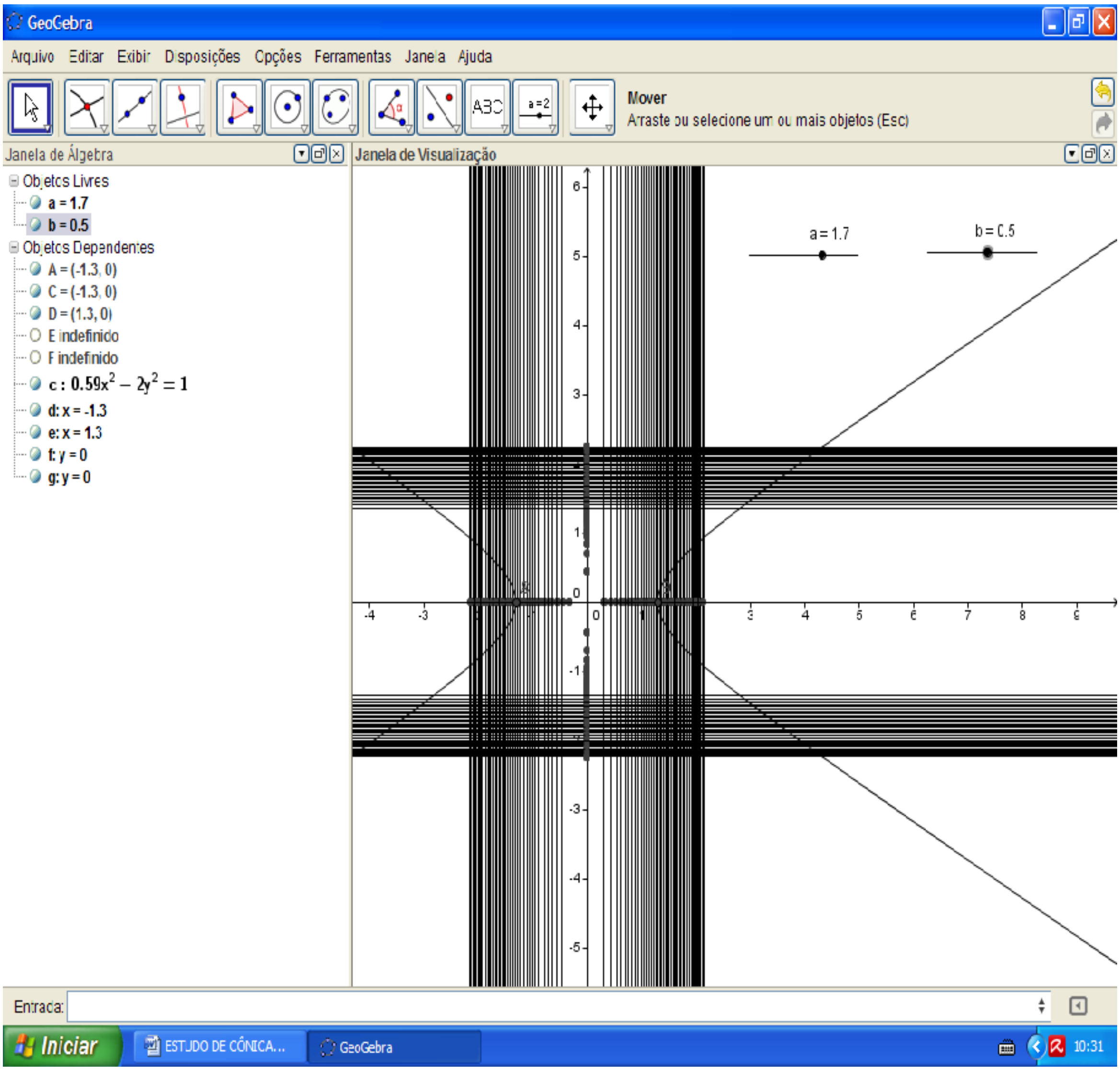


Construa a reta perpendicular ao eixo x que passa pelos seus vértices, habilite o rastro e volte a mudar o eixo.


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Reta Perpendicular: Selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor)
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = 2.6
b = 1.4
Objetos Dependentes
A = (-1.61, 0)
C = (-1.61, 0)
D = (1.61, 0)
E indefinido
F indefinido
c : $0.38x^2 - 0.71y^2 = 1$
d: x = -1.61
e: x = 1.61
Janela de Visualização
a = 2.6
b = 1.4
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
10:28



Faça novamente só que agora perpendicular ao eixo y.

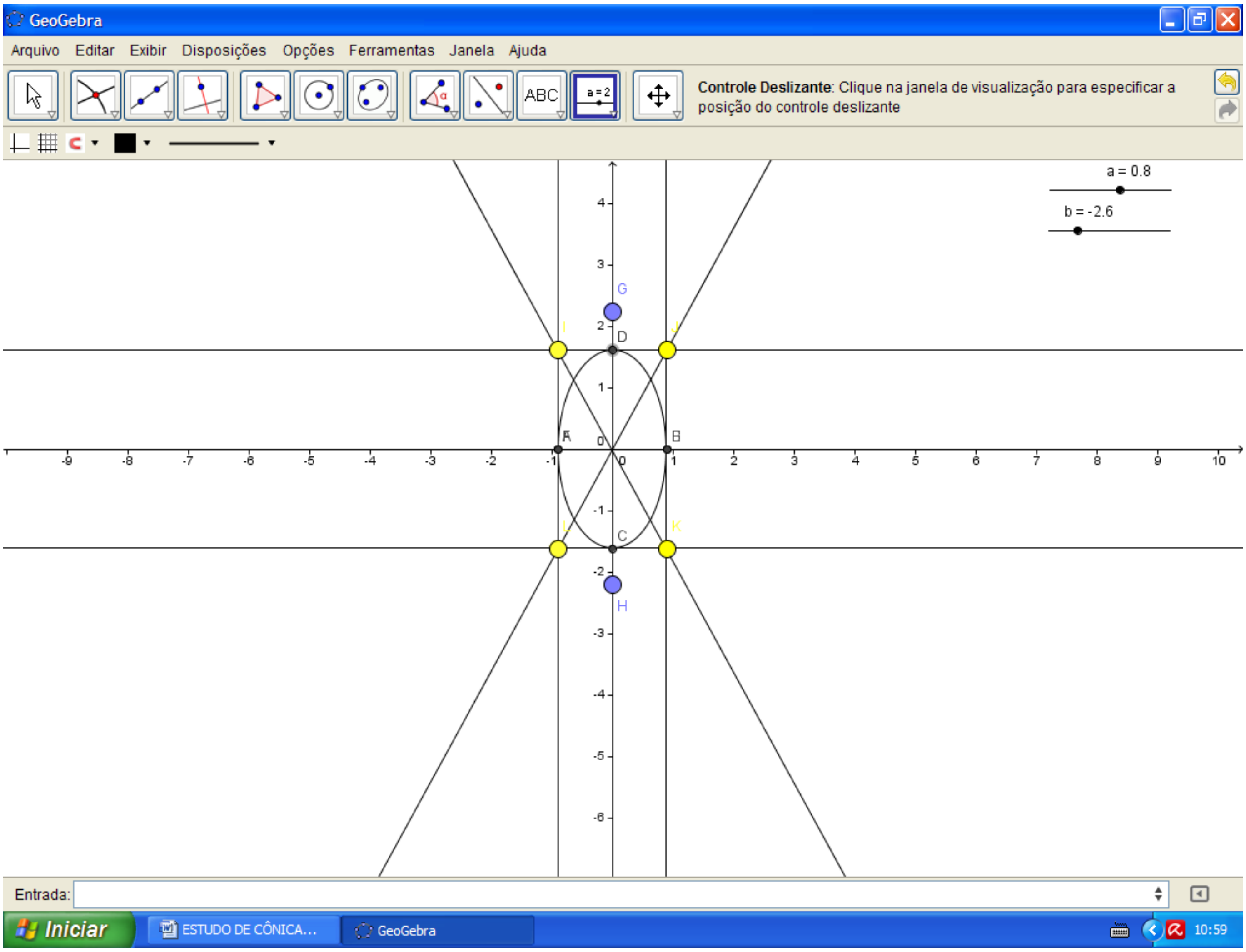

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = 1.7
b = 0.5
Objetos Dependentes
A = (-1.3, 0)
C = (-1.3, 0)
D = (1.3, 0)
E indefinido
F indefinido
c : 0.59x² − 2y² = 1
d: x = -1.3
e: x = 1.3
f: y = 0
g: y = 0
Janela de Visualização
a = 1.7
b = 0.5
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
10:31

Perceba que seus rastros criaram um quadrado, agora pense da distância dos pontos G e H que coloquei abaixo, este é o eixo imaginário, formado pelos vértices quando a hipérbole rotacionar ao eixo y(chamado de 2b).

Ou do contrário se ela for do eixo y e rotacionar ao eixo x teremos seu eixo lá.

Diremos que quando $2a = 2b$ (eixo real de mesma medida que o eixo imaginário) então a hipérbole será equilátera.

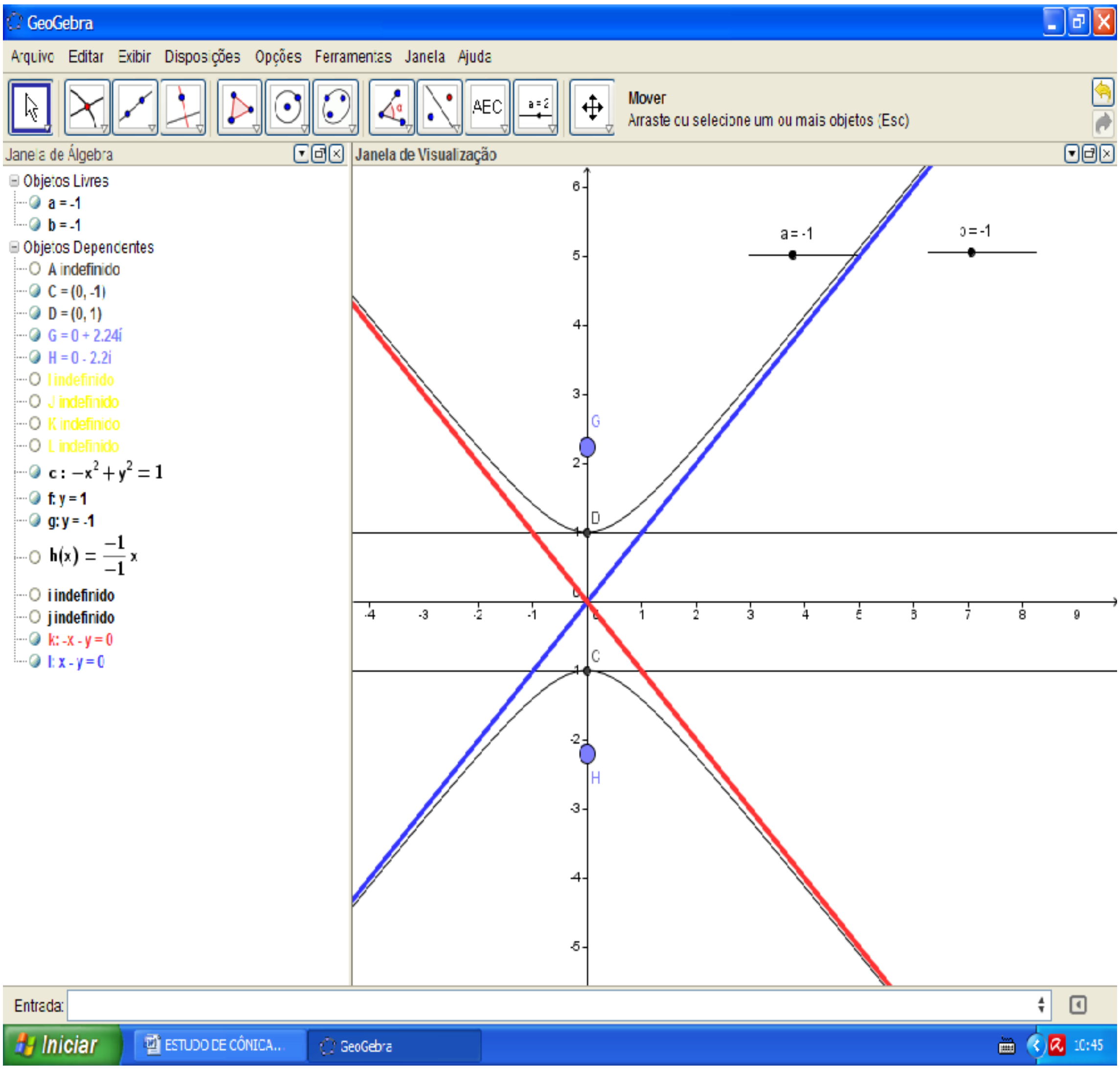
Se desabilitarmos os rastros das retas perpendiculares, movermos os seletores de modo que a hipérbole seja ou uma circunferência ou uma elipse, e marcamos os pontos comuns entre elas, e ainda criarmos as retas que passam pela diagonal do retângulo formado, poderemos perceber a origem das retas assíntotas da hipérbole que é dada pelas retas $y = \left(\frac{a}{b}\right) x \; e \; y = \left(\frac{b}{a}\right) x$, como veremos a seguir.


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
a = 0.8
b = -2.6
G
D
A
B
C
H
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
10:59

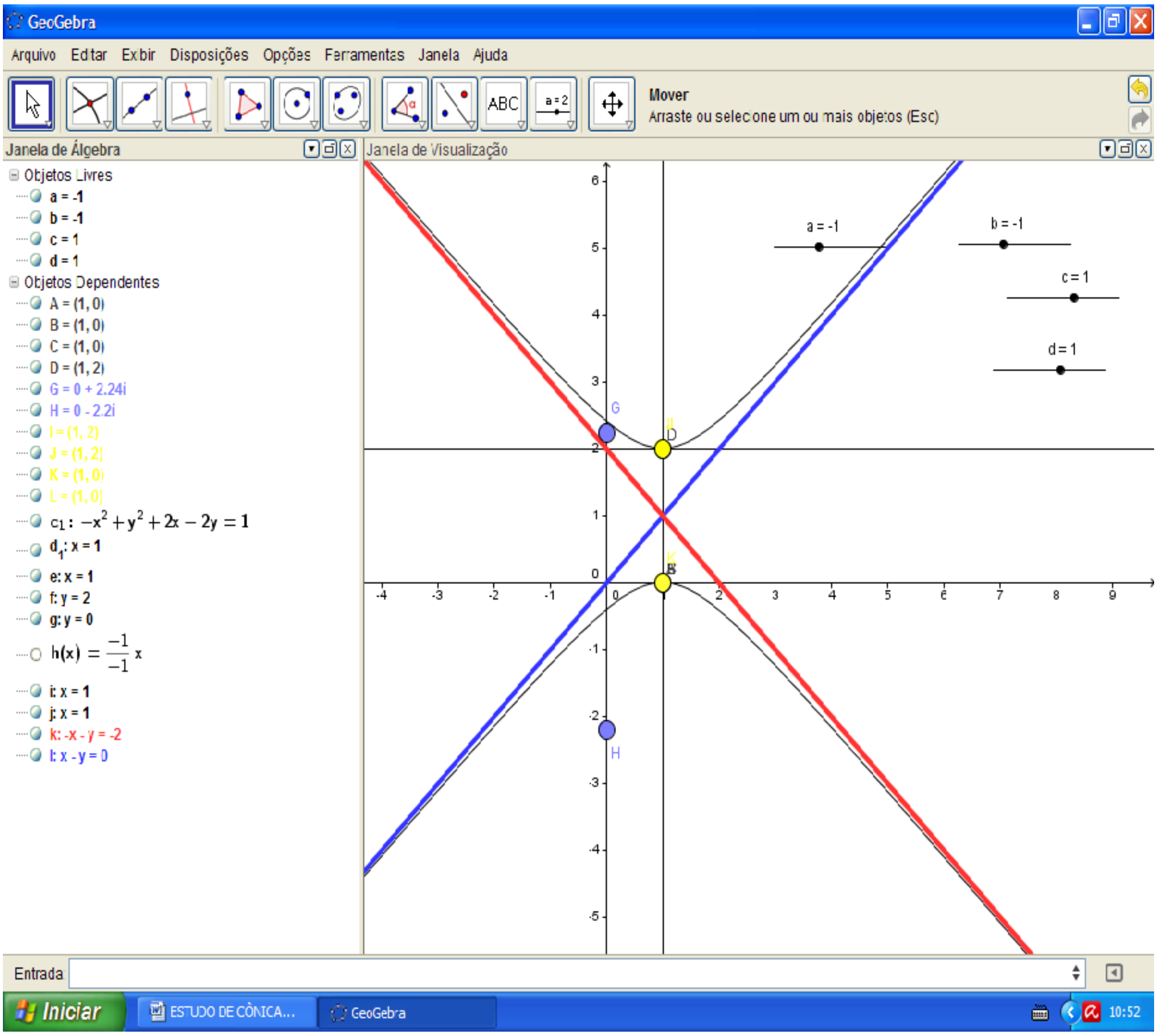
Agora digite “Assíntota[c]” e observando na janela de álgebra, visualize sua expressão, perceba que elas podem ser reescrita na seguinte forma: $y = -x$ ou $(a/b)\ x$ quando o eixo real é paralelo ao eixo x (pois passam pela origem e tem coeficiente angular igual a a/b) e se paralelo ao eixo $y = \ (b/a)x$. mova os seletores para perceber.

Mas isto pode mudar, bastam que na equação da hipérbole se coloque no lugar de $x\ (x - c)$ e no lugar de $y\ (y - d)$ sendo “c” e “d” dois seletores representando números reais.

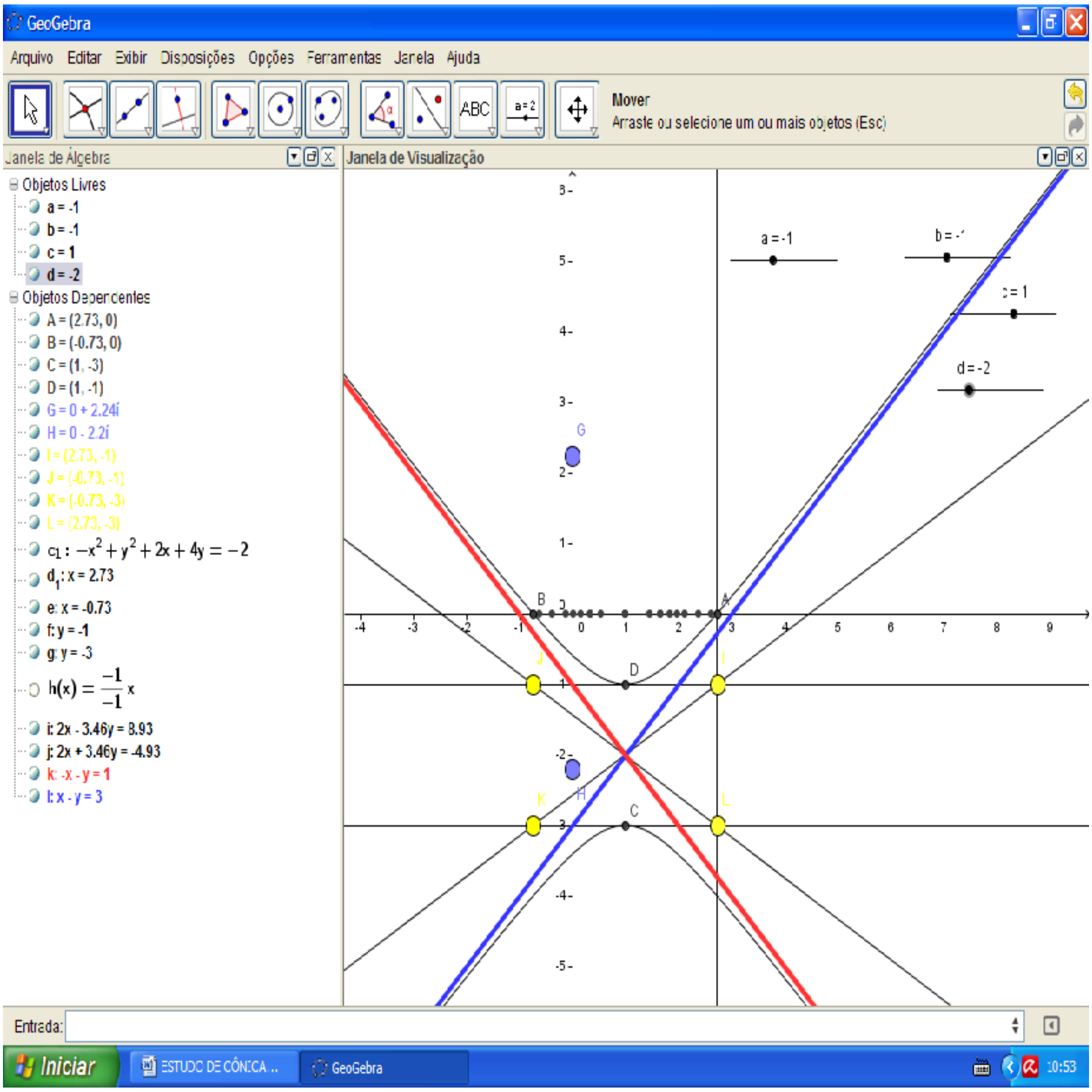
Movendo os seletores a, b, c, d poderemos estudar melhor a equação das retas assíntotas e o deslocamento do centro da hipérbole como fizemos no estudo da parábola no capítulo anterior.



GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = -1
b = -1
Objetos Dependentes
A indefinido
C = (0, -1)
D = (0, 1)
G = 0 + 2.24i
H = 0 - 2.2i
I indefinido
J indefinido
K indefinido
L indefinido
c : −x² + y² = 1
f: y = 1
g: y = -1
h(x) = −1/−1 x
i indefinido
j indefinido
k: -x - y = 0
l: x - y = 0
Janela de Visualização
a = -1
b = -1
G
D
C
H
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra



GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
ABC
a = 2
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
a = -1
b = -1
c = 1
d = 1
Objetos Dependentes
A = (1, 0)
B = (1, 0)
C = (1, 0)
D = (1, 2)
G = 0 + 2.24i
H = 0 - 2.2i
I = (1, 2)
J = (1, 2)
K = (1, 0)
L = (1, 0)
$c_1: -x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1$
d_1: x = 1
e: x = 1
f: y = 2
g: y = 0
$h(x) = \frac{-1}{-1} x$
i: x = 1
j: x = 1
k: -x - y = -2
l: x - y = 0
a = -1
b = -1
c = 1
d = 1
G
H
D
K
Entrada
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
10:52


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = -1
b = -1
c = 1
d = -2
Objetos Dependentes
A = (2.73, 0)
B = (-0.73, 0)
C = (1, -3)
D = (1, -1)
G = 0 + 2.24í
H = 0 - 2.2í
I = (2.73, -1)
J = (-0.73, -1)
K = (-0.73, -3)
L = (2.73, -3)
c1 : −x² + y² + 2x + 4y = −2
d1 : x = 2.73
e: x = -0.73
f: y = -1
g: y = -3
h(x) = −1/−1 x
i: 2x - 3.46y = 8.93
j: 2x + 3.46y = -4.93
k: -x - y = 1
l: x - y = 3
Janela de Visualização
a = -1
c = 1
d = -2
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA ...
GeoGebra