TIRO PARABÓLICO

Velocidad inicial V_o: Es la velocidad de disparo del proyectil que forma un ángulo con la horizontal. Ese ángulo **θ** es el ángulo de tiro. Debe ser mayor de 0° y menor de 90°.

La velocidad inicial se descompone en sus dos componentes rectangulares, $\mathbf{V_{ox}}$ (componente horizontal) y $\mathbf{V_{oy}}$ (componente vertical).

Componente horizontal de la velocidad inicial: $\boldsymbol{Vox = Vo.\cos\theta}$
Componente vertical de la velocidad inicial: $\boldsymbol{Voy = Vo.sen\ \theta}$

Posición del proyectil en un tiempo dado: Es el punto **P(x,y)** del plano en donde se encuentra el proyectil en un tiempo determinado.

Posición horizontal del proyectil: $\boldsymbol{x = Vo.t.\cos\theta}$. En el sentido horizontal el movimiento es uniforme dado que no se presenta aceleración, es decir, la velocidad horizontal se mantiene constante.

Posición vertical del proyectil: $\boldsymbol{y = Vo.t.sen\ \theta - \frac{1}{2}g.t^2}$. En el sentido vertical el movimiento es uniformemente acelerado (subida/caida libre con aceleración igual a la gravedad).

La función de posición del proyectil **y = f(x)** está dada por

$$\boldsymbol{f(x) = -\left(\frac{g.sec^2(\theta)}{2.Vo^2}\right).x^2 + (\tan(\theta)).x + yo}$$

que corresponde a la función cuadrática $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$.

Al comparar la función de posición con la función cuadrática se aprecia que la parábola es cóncava (las ramas abren hacia abajo) porque **a < 0** mientras que el término independiente **c** es $\mathbf{y_o}$. Si el movimiento del proyectil se inicia en el origen del sistema de coordenadas, $\mathbf{y_o = 0}$.

Trayectoria del proyectil: Como se indicó, la trayectoria es una parábola cóncava (las ramas abren hacia abajo) con el eje de simetría paralelo al eje **Y**. El vértice de la parábola es el punto máximo de la trayectoria.

Velocidad del proyectil en un punto P(x,y) al cabo de un tiempo t de vuelo: La velocidad en un punto es tangente a la parábola de trayectoria. Al igual que la velocidad inicial, la velocidad en un punto se descompone en sus componentes rectangulares:

Componente horizontal de la velocidad en un punto: $\boldsymbol{Vx = Vox = Vo.\cos\theta}$. Esta componente de la velocidad permanece constante porque en el sentido horizontal no hay aceleración.

Componente vertical de la velocidad en un punto: $\boldsymbol{Vy = Voy - g.t}$ que es equivalente a $Vy = \boldsymbol{Vo.sen\ \theta - g.t}$. La componente vertical de la velocidad varía con el tiempo por la aceleración de la gravedad (movimiento uniformemente acelerado).

Magnitud de la velocidad en un punto: $\boldsymbol{V = \sqrt{(Vx)^2 + (Vy)^2}}$. Las componentes rectangulares de la velocidad **V** forman un triángulo rectángulo donde $\mathbf{V_x}$ y $\mathbf{V_y}$ son los catetos y **V** es la hipotenusa. Por lo tanto se cumple el Teorema de Pitágoras.

Dirección de la velocidad en un punto (ángulo del vector **V** con relación al eje horizontal):
$\boldsymbol{\beta = \ tan^{-1}\left(\frac{Vy}{Vx}\right)}$

Altura máxima ($\mathbf{y_{max}}$): Corresponde al vértice de la parábola y está ubicado en el eje de simetría.

Altura máxima: $\boldsymbol{y_{max} = \frac{Vo^2 sen^2(\theta)}{2g}}$

En el punto de altura máxima la componente vertical de la velocidad es cero (**$\mathbf{V_y}$ = 0)**.

Alcance máximo ($\mathbf{x_{max}}$):

Alcance máximo: $\boldsymbol{x_{max} = \frac{Vo^2 sen(2\theta)}{g}}$

Para cualquier valor de la velocidad inicial el **alcance máximo se obtiene cuando el ángulo de tiro es 45°** porque la función trigonométrica **seno(x)** tiene un valor máximo en x = 90°. Como 2θ = 90°, se deduce que θ = 45°.

Tiempo máximo de vuelo: Es el tiempo que el proyectil tarda en caer al eje horizontal donde se presentó el disparo. $\boldsymbol{t_v = \frac{2V\ sen\ \theta}{g}}$

profeDomingoHely
matemática básica con TICs