Střepy z optiky

Keplerův daleko-hled (spojka & spojka)

Žán Pól Kastról

27. dubna 2024

Obsah

Keplerův dalekohled ($\mathcal{KD}$) se skládá z **objektivu**, kterým je **spojka** s dlouhou ohniskovou vzdáleností a **okuláru**, kterým je rovněž **spojka** (na rozdíl od Galileova dalekohledu) s krátkou ohniskovou vzdáleností. $\mathcal{KD}$ dává **převrácený** obraz a má **větší** zorné pole než dalekohled Galileův.

Nejprve probereme zaostření na předmět, který je hodně daleko (Měsíc „v nekonečnu"), potom probereme zaostření na předmět v konečné vzdálenosti (tygr).

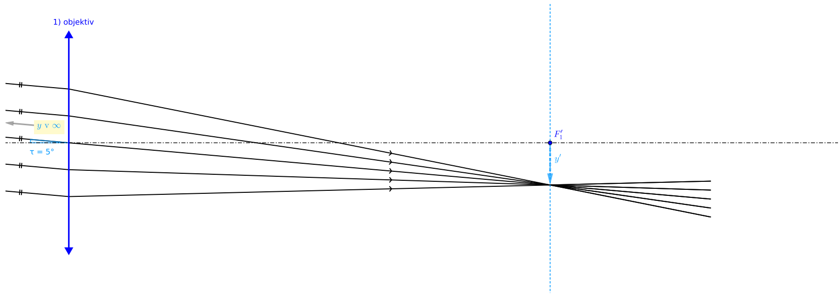
1 Zaostření na nekonečno (kráter Měsíce)

Funkci $\mathcal{KD}$ popíšeme podle apletu v GeoGebře:

`https://www.geogebra.org/m/ttsnhb8f`

Představme si, že pomocí $\mathcal{KD}$ pozorujeme kráter na Měsíci (jak to také dělal Keplerův současník Galileo), nebo Martu Kubišovou, jak sedí na Měsíci a sní a pozoruje nás na Modré hvězdě[1]. Nejprve vezmeme pouze objektiv a okulár dáme zatím stranou (obr. 1).

[1] `https://youtu.be/Yy2apnFg3jM?feature=shared`

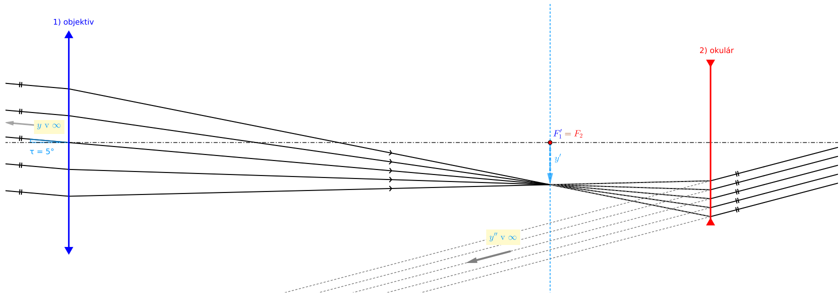


Obr. 1: Rovnoběžné paprsky z ∞ spojí samotný objektiv do bodu v ohniskové rovině.

Do objektivu dopadají od kráteru y v podstatě rovnoběžné paprsky (y je v podstatě v nekonečnu) pod malým zorným úhlem τ. Spojka objektivu vytvoří obraz y' kráteru v ohniskové rovině procházející ohniskem F_1'. Rovnoběžný svazek paprsků tedy spojka změnila na sbíhavý, který se za ohniskovou rovinou stává rozbíhavým.

Nyní vezmeme i spojku okuláru a nastavíme ji do cesty rozbíhavému svazku tak, že její **předmětové** ohnisko F_2 splývá s **obrazovým** ohniskem F_1' objektivu (obr. 2) (Na rozdíl od Galileova dalekohledu, kde s F_1' splývalo **obrazové** ohnisko okuláru F_2').

Původně rozbíhavý svazek se tím změní na svazek opět rovnoběžný, který ale nyní svírá s optickou osou větší úhel τ'! Vidíme tedy, že **dalekohled zvětšuje zorný úhel**. Současně je z obrázku vidět i to, že původně široký svazek paprsků dopadající do dalekohledu z něj vystupuje jako svazek o menším průměru – dalekohled tedy funguje jako **trychtýř na světlo**.

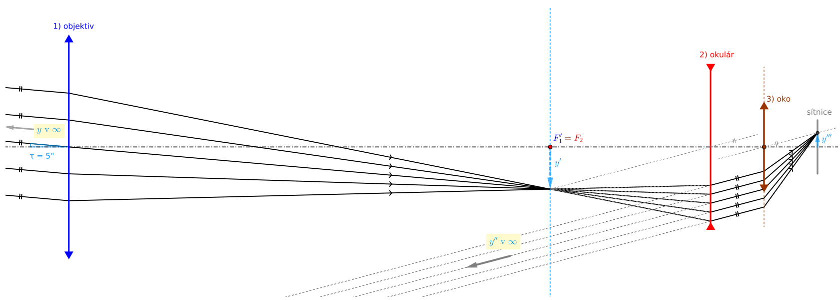


Obr. 2: Okulár změní rozbíhavý svazek na rovnoběžný.

Nyní k okuláru přiložíme oko (viz obr. 3). Do našeho oka vstupuje rovnoběžný svazek paprsků a oko se automaticky nastaví na nulovou akomodaci (oční svaly se povolí a čočka je úplně plochá).

Rovnoběžný svazek se změní díky spojné soustavě oka na sbíhavý a na sítnici vznikne ostrý obraz kráteru y'''.

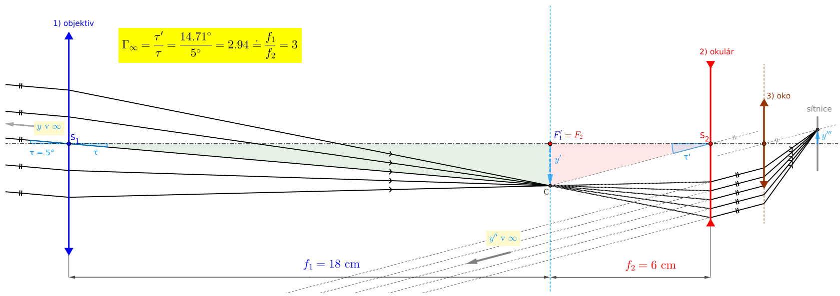
Mozek si prodlouží rovnoběžný svazek před rozptylku a zdá se mu, že paprsky přicházejí z nekonečna od zdánlivého obrazu y''. Na rozdíl od Galileova dalekohledu je nyní **obraz převrácený**!



Obr. 3: Oko pozoruje zdánlivý obraz y'' v ∞ před okem.

1.1 Úhlové zvětšení $\mathcal{KD}$ dalekohledu při zaostření na kráter Měsíce, který je vlastně v ∞

Úhlové zvětšení Γ_∞ (máme zaostřeno na předmět v nekonečnu) odvodíme snadno z obrázku 4.



Obr. 4: Dalekohled zvětšuje zorný úhel.

Dle definice je $\Gamma_\infty = \dfrac{\tau'}{\tau}$. Přitom z obrázku vidíme, že

$$\tau \doteq \operatorname{tg} \tau = \frac{y'}{f_1} \qquad (\Delta S_1 F_1' C) \tag{1}$$

$$\tau' \doteq \operatorname{tg} \tau' = \frac{y'}{f_2} \qquad (\Delta S_2 F_1' C) \tag{2}$$

A odtud vydělením

$$\boxed{\Gamma_\infty = \frac{f_1}{f_2}} \tag{3}$$

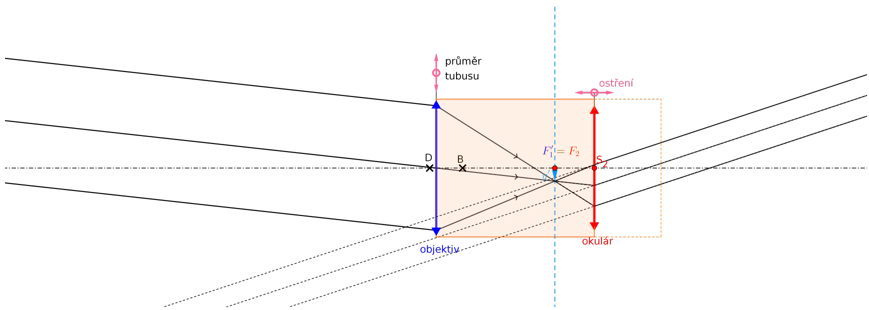
Všimněme si, že v apletu vyšlo pro $\tau = 5°$ zvětšení nikoli přesně 3 ($\frac{f_1}{f_2} = \frac{18}{6} = 3$), ale cca 2,94. Je to tím, že jsme použili přibližný vzorec pro tangens malého úhlu.

2 Zaostření na konečnou vzdálenost (Blejkův tygr)

Nyní potřebujeme zaostřit na předmět v konečné vzdálenosti – třeba na Blejkova tygra[2]. Tuto situaci si vysvětlíme na dalším apletu v GeoGebře:

https://www.geogebra.org/m/eymnbnn2

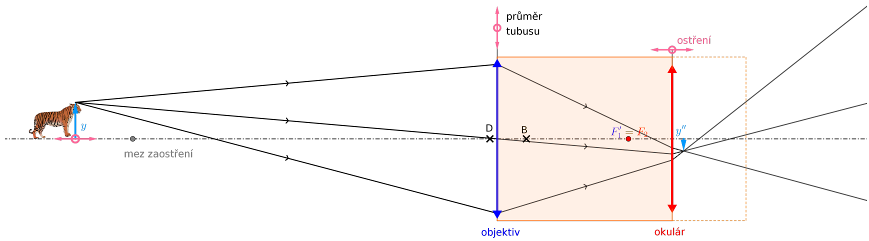
V tomto apletu lze zvětšit šířku tubusu dalekohledu tak, že to neodpovídá reálným rozměrům, ale lépe vidíme detaily. Dále lze vysouvat a zasouvat okulár a tím doostřovat. Oční čočka a sítnice jsou pro přehlednost vynechány, ale na optické ose je vyznačen blízký bod B a konvenční bod D (v konvenční zrakové vzdálenosti $d = 25\,\mathrm{cm}$).



Obr. 5: To je idilka! Dalekohled je nastaven na Měsíc v ∞ a oko ne neakomodované. Za chvíli však přijde tygr!

Začneme nejprve bez tygra (viz obr. 5) a zatím v klidu pozorujeme Měsíc (jako v předchozí kapitolce) – máme zaostřeno na nekonečno a ohniska objektivu splývají ($F_1' = F_2$). Paprsky vstupující do oka jsou rovnoběžné a oko pozoruje zdánlivý obraz Měsíce v nekonečnu.

[2] https://youtu.be/Dq2Tg4ir1yo?feature=shared

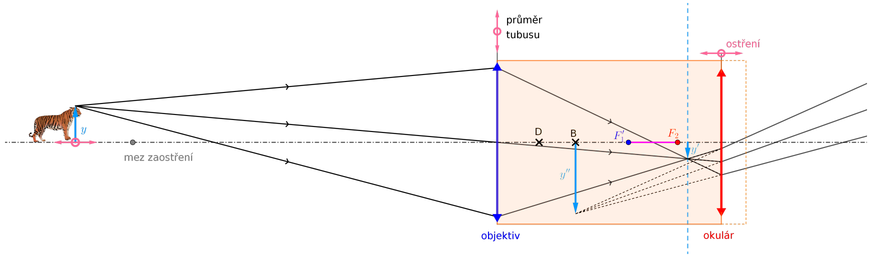


Obr. 6: Dalekohled je stále nastaven na ∞ a obraz tygra y'' vzniká za blízkým bodem B, takže oko nedokáže zaostřit. Musíme okulár vysunout!

Náhle se z džungle vynoří Blejkův tygr v konečné vzdálenosti od dalekohledu, ale my máme stále dalekohled zaostřen na nekonečno – splývající ohniska (obr. 6). Svazek paprsků vystupující z okuláru je sbíhavý a vytvoří skutečný obraz y''. Ale oko (jehož oční čočka téměř splývá s okulárem) nemůže na sítnici vytvořit obraz, protože se sbíhavým svazkem si neporadí! (Oko zvládá jen svazek rovnoběžný – když je neakomodované, nebo rozbíhavý – když je akomodované.)

2.1 Obraz tygra v B

Musíme tedy oku pomoci a okulár povytáhnout doprava tak, aby se svazek paprsků vystupující z okuláru stal rozbíhavým a oko mohlo pozorovat zdánlivý obraz y''. Minimální povytažení musí být však takové, aby obraz y'' vznikal **v blízkém bodě** B (viz obr. 7). V apletu můžeme pro přesné umístění y'' do B použít tlačítko „do blízkého“.



Obr. 7: Okulár vysunut tak, aby oko pozorovalo obraz tygra y'' v B.

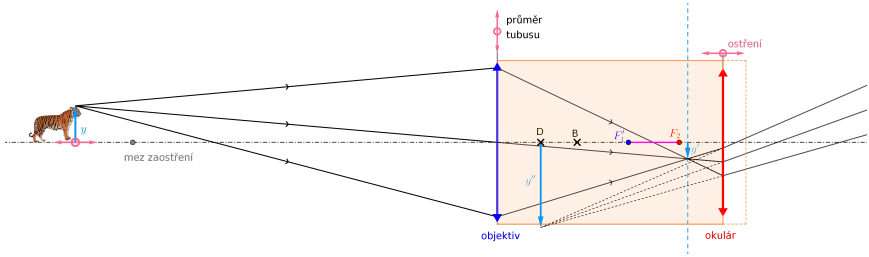
2.2 Obraz tygra v D

Maximálně akomodované oko se ale rychle unaví. Můžeme proto okulár vysunout ještě trochu více – tak, aby obraz y'' vznikal v **konvenčním bodě** D (obr. 8). V apletu můžeme pro přesné umístění y'' do D použít tlačítko „do konvenční“.

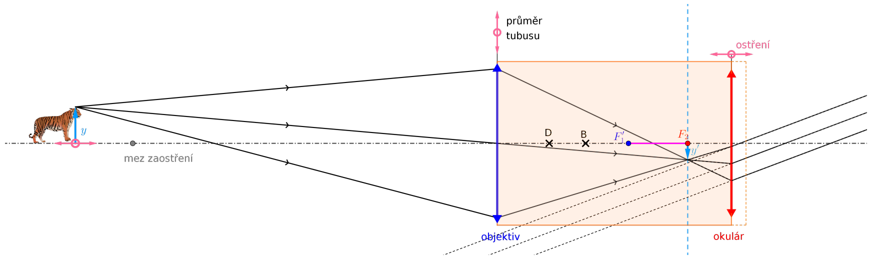
2.3 Obraz tygra v ∞

Nakonec můžeme okulár vytáhnout ještě více (obr. 9) tak, aby oko **nebylo akomodované vůbec** (jako když jsme pozorovali Měsíc v ∞). Paprsky vstupující do oka jsou nyní **rovnoběžné**. V apletu tlačítko „zaostřit pro nulovou akomodaci“.

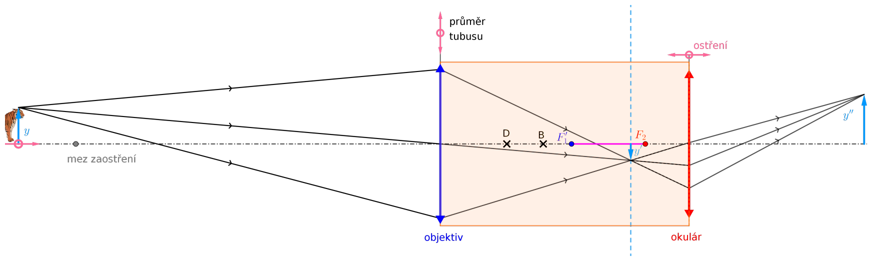
Pokud povytáhneme okulár ještě více (obr. 10), budou paprsky již sbíhavé, obraz y'' skočil z nekonečna před okem za oko a oko již na něj nemůže zaostřit.



Obr. 8: Okulár vysunut tak, aby oko pozorovalo obraz tygra y'' v D.

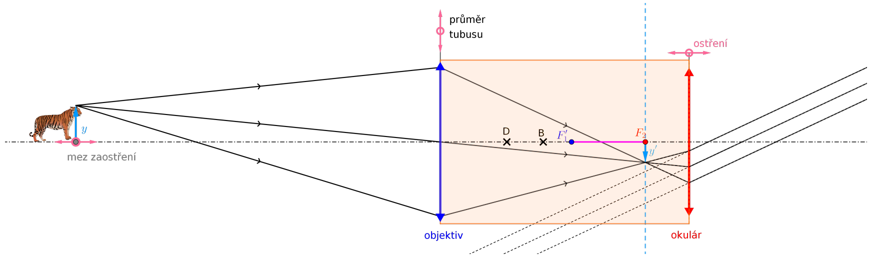


Obr. 9: Okulár vysunut tak, aby oko vidělo obraz tygra y'' v ∞.



Obr. 10: Okulár vysunut až moc – obraz tygra y'' je za okem a oko na sítnici nemůže vzniknout ostrý obbraz.

Čím je tygr blíže k dalekohledu, tím větší z něj jde strach a také tím více je potřeba povytáhnout objektiv, abychom na něj dokázali zaostřit. Nejbližší bod, na který lze dalekohledem zaostřit je dán konstrukcí dalekohledu – maximálním vytažením tubusu (obr. 11).



Obr. 11: Maximální vytažení tubusu – na bližší bod již nelze zaostřit.

2.4 Úhlové zvětšení $\mathcal{KD}$ dalekohledu při zaostření na Blejkova tygra v „konečnu“

2.4.1 Úhlové zvětšení $\mathcal{KD}$ dalekohledu při zaostření na Blejkova tygra v „konečnu“ pro jeho obraz v B!

Na to se odborně řečeno vyserem.

2.4.2 Úhlové zvětšení $\mathcal{KD}$ dalekohledu při zaostření na Blejkova tygra v „konečnu“ pro jeho obraz v D!

Na to se odborně řečeno vyserem.

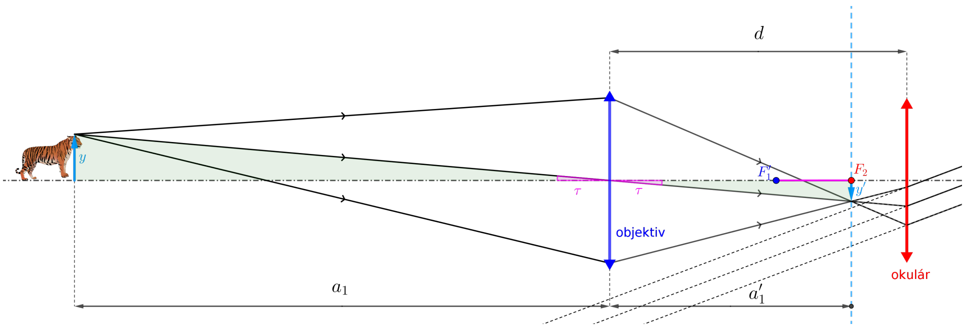
2.4.3 Úhlové zvětšení $\mathcal{KD}$ dalekohledu při zaostření na Blejkova tygra v „konečnu“ pro jeho obraz v nekonečnu!

Na to se, aby se neřeklo, odborně řečeno nevyserem. Lecgou onit. Dle obrázku 12 vidíme bez dalekohledu tygra v předmětové vzdálenosti a_1 (vzhledem k objektivu) pod úhlem τ (levý zelený trojúhelníček)[3]. Ale

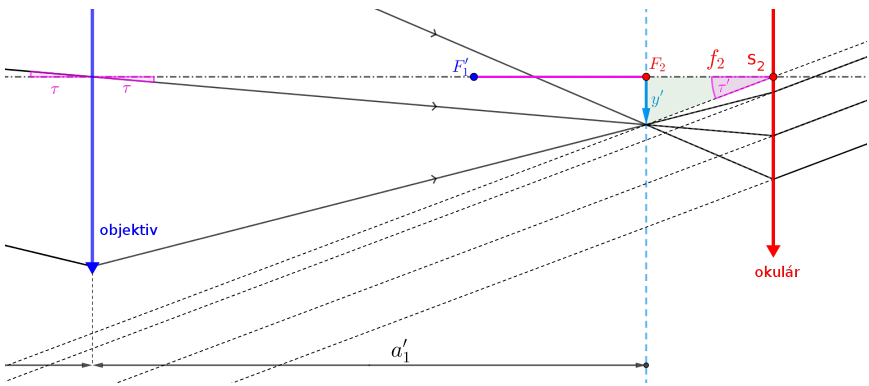
[3] Délku dalekohledu d vzhledem k vzdálenosti a_1 zanedbáme a oko máme přitisknuté na okulár.

úhel τ máme i v pravém zeleném trojúhelníčku, tedy

$$\tau \doteq \frac{y'}{a_1'} \tag{4}$$



Obr. 12



Obr. 13

Teď si zazůmujeme na okolí okuláru (obr. 13) a vidíme, že pro dalekohledem zvětšený zorný úhel τ' platí:

$$\tau' \doteq \frac{y'}{f_2} \tag{5}$$

Vydělením (5) a (4) máme pro $\Gamma_\infty(a_1)$ (úhlové zvětšení pro tygra ve vzdálenosti a_1 pro jeho obraz v ∞ – tedy při nulové akomodaci)

$$\Gamma_\infty(a_1) = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{a_1'}{f_2} \tag{6}$$

Dle zobrazovací rovnice okuláru platí

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} \tag{7}$$

Odtud máme

$$a_1' = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} \tag{8}$$

Po dosazení (8) do (6) dostáváme

$$\boxed{\Gamma_\infty(a_1) = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{a_1}{a_1 - f_1}} \tag{9}$$

To dává smysl – limita pro $a_1 \to \infty$ dává $\dfrac{f_1}{f_2}$, což je v souladu s (3) a také pro konečnou vzdálenost a_1 je $\dfrac{a_1}{a_1 - f_1} < 1$, tedy je

$$\Gamma_\infty(a_1) > \Gamma_\infty \tag{10}$$

A to také dává smysl.

3 Z historie Keplerova dalekohledu

V roce 2009 vyšel v Pokrocích MFA moc pěkný článek Petera Zamarovského „400 let astronomického dalekohledu“[4], z něhož si vyzobeme pár zajímavých údajů:

[4] https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141894

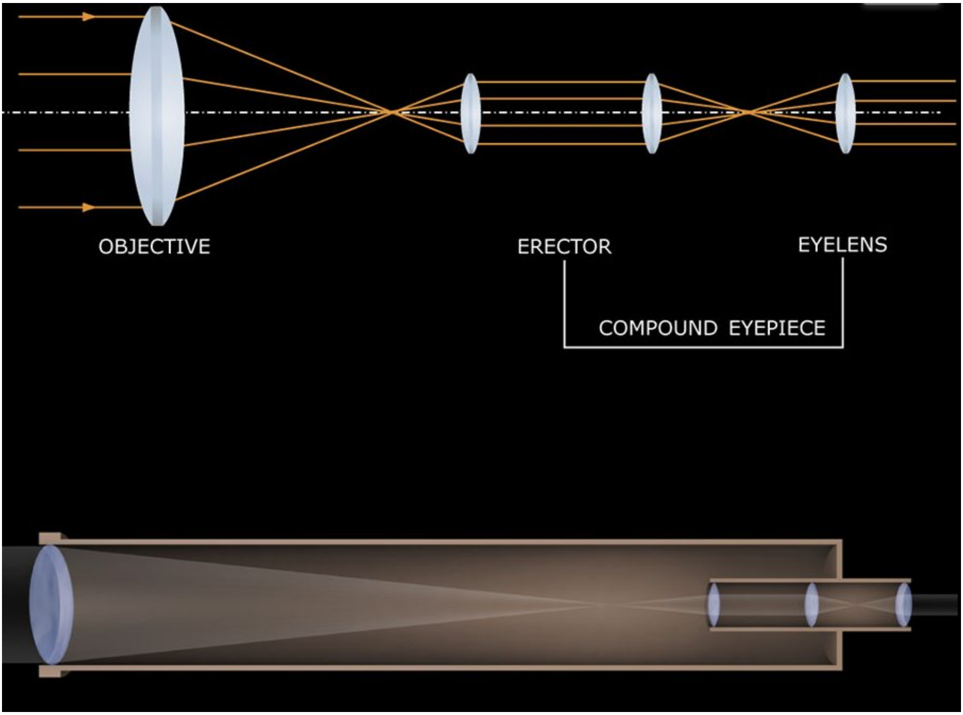
- Galileiho typ dalekohledu má tu nepříjemnou vlastnost, že **s rostoucím zvětšením rychle ubývá velikost zorného pole**. Zmenšuje se nejen *objektivní zorný úhel* (což je pochopitelné), ale klesá i *subjektivní zorné pole* — jednoduše řečeno, okulár je rozptylka a ta zmenšuje obraz objektivu, který zorné pole ohraničuje. Pro větší zvětšení se proto moc nehodí. Keplerův dalekohled má naproti tomu **zorné pole větší**.

- Navíc ho není možné doplnit **záměrnou značkou nebo stupnicí k měření úhlových vzdáleností a velikostí nebeských objektů** (Galilei si dopomáhal tak, že po straně tubusu dalekohledu umístil jakési úhloměrné zařízení, které současně pozoroval druhým okem.) – což Keplerův dalekohled naopak **umožňuje**. Z těchto důvodů představoval Keplerův návrh nového typu dalekohledu výrazné zlepšení.

- Kepler byl ale spíše teoretik než praktický pozorovatel. (Souviselo to patrně s jeho špatným zrakem.) Nicméně o optiku se zajímal a myšlenka dalekohledu ho zaujala. **V srpnu 1610 mu půjčil dalekohled hannoverský kurfiřt Arnošt Bavorský, a tak se mohl na vlastní oči přesvědčit o existenci Jupiterových měsíčků.**

- **Vylepšení astronomického dalekohledu navrhl Kepler ve své Dioptrice (1611)** tak, že rozptylnou čočku v okuláru nahradil čočkou spojnou. Výhodou této konstrukce bylo větší zorné pole a možnost umístit do zorného pole záměrný nitkový kříž nebo měřítko na určování úhlových rozměrů pozorovaných těles. Dalekohled se potom hodil i jako doplněk přístrojů pro poziční astronomii.

- Nevýhoda, zejména pro pozemská pozorování, spočívala v převráceném obraze. Kepler vymyslel i čočkový **převracecí systém** (viz obr. 14). Vzhledem ke značným optickým vadám se tento *terestrický* dalekohled zprvu neujal. Dnes tento optický systém využívá zejména „námořnický typ dalekohledu" – kvůli velké délce bývá skládací – „teleskopický". Tento dalekohled si snadno můžeme koupit ještě dnes (obr. 15).



Obr. 14

Obr. 15: https://www.t-yacht.cz/retro-dalekohledy-2/

- Kepler dalekohled sice **vymyslel**, avšak není známo, že by jej vskutku sestrojil. Keplerův typ dalekohledu konstruuje až v roce **1630 jezuita Christopher Scheiner** (1575–1650) a **Antonín Maria Šírek z Rejty/Reutte** (1604–1660)[5]. To však bylo až v roce Keplerovy smrti.

  Tonda byl možná Čech z jihočeské Rejty[6], spíše Rakušák z Reutte[7]a **vynalezl mimo jiné okulár, který umožňoval pozorovat vzpřímený obraz v Keplerově dalekohledu** (tedy jiný než Kepler?)[8].

- Další možnost, jak u Keplerova dalekohledu převrátit obraz, je místo čoček použít převratných hranolů využívajících **totálního odrazu**. První převratný hranol vymyslel Ignazio Porro v roce 1854. (**Porrův hranol**[9]). Tento hranol převrací obraz stranově.

---

[5] https://cs.wikipedia.org/wiki/Anton%C3%ADn_Maria_%C5%A0%C3%ADrek_z_Rejty

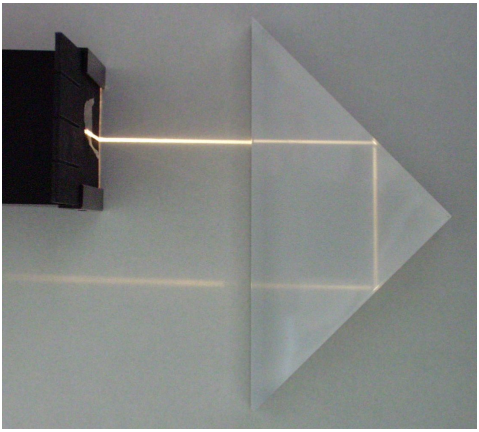
[6] https://cs.wikipedia.org/wiki/Rejta

[7] https://cs.wikipedia.org/wiki/Reutte

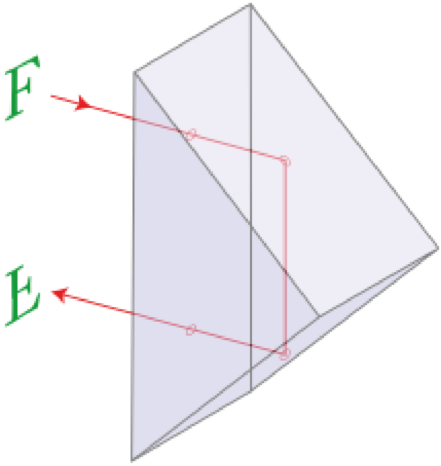
[8] V roce 1645 publikoval velmi vlivné dílo o optice a astronomii: *Oculus Enoch et Eliae*. V něm mimo jiné popsal jeden ze svých vynálezů: **dvoučočkový okulár pro Keplerův dalekohled**, který umožňoval pozorovat vzpřímený obraz pozorovaného objektu. Kromě toho obsahuje dlouhou pasáž o **binokulárních dalekohledech**. Tato kapitola v následujícím století významně ovlivnila další výrobce dalekohledů a optiky. Text o binokulárních dalekohledech není ilustrován, ale metody, které popisuje, se na mnoho let staly standardními konstrukčními technikami.

Je mu připisováno, že zavedl termíny **okulár** a **objektiv**, jak se používají v optice. Je po něm pojmenován měsíční kráter *Rheita* a měsíční údolí *Vallis Rheita*, na jehož severozápadním konci se kráter nachází.

[9] https://en.wikipedia.org/wiki/Porro_prism



(a) Tohle snad známe z hodin fyziky.



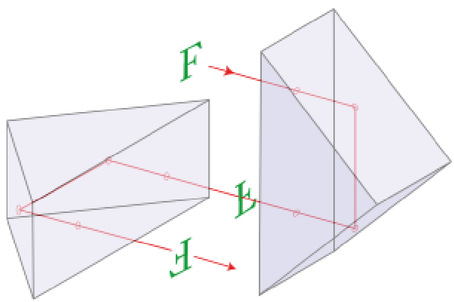
(b) Výškové převrácení obrazu

Obr. 16: Porrův převratný hranol.

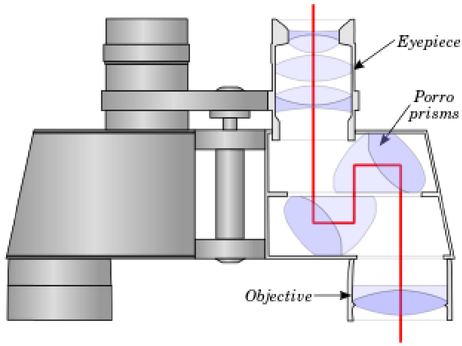
V dalekohledu je však potřeba převrátit obraz i výškově – proto je potřeba použít Porrovy hranoly **dva** (viz obr. 17a). Takovému dalekohledu se říká **triedr** (viz obr. 17b).

Triedr bývá nejčastěji *binokulární* (dva dalekohledy namontované vedle sebe a seřízené tak, aby mířily stejným směrem, což umožňuje pozorovateli používat při sledování vzdálených objektů obě oči (*binokulární vidění*)[10] a říká se mu také *lovecký* či *vojenský* dalekohled. (Binokulární dalekohled v podobě divadelního kukátka vyrobil již v roce 1608 Hans Lippershey – to byl ovšem dalekohled Galileova typu – spojka + rozptylka.)

[10] https://en.wikipedia.org/wiki/Binoculars



(a) Výškové a stranové převrácení.

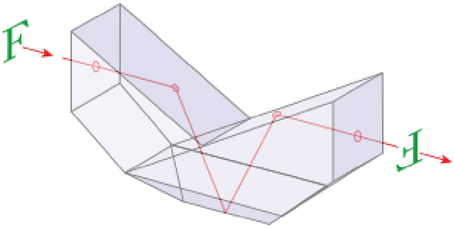


(b) Uvnitř triedru

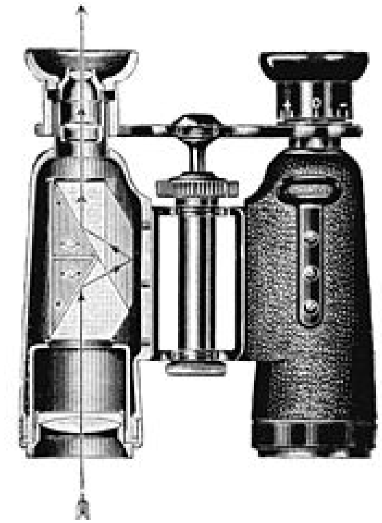
Obr. 17: Triedr = Keplerův dalekohled + dva Porrovy hranoly. Triedr rozezname snadno od divadelního kukátka díky jeho zalomení mezi objektivem a okulárem (osa okuláru nesplývá s osou objektivu).

- Ještě další možností stranového i výškového převrácení obrazu v $\mathcal{KD}$ je použití tzv. střešních hranolů (roof prisma)[11], které umožňují, aby osy objektivu a okuláru téměř či úplně splývaly a triedr byl potom kompaktnější (viz obr. 18 a 19).

[11] https://en.wikipedia.org/wiki/Binoculars#Roof

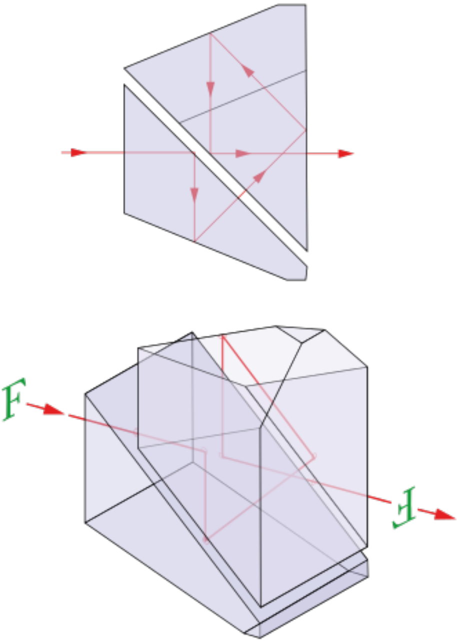


(a) Dva Abbe–Koenigovy hranoly.

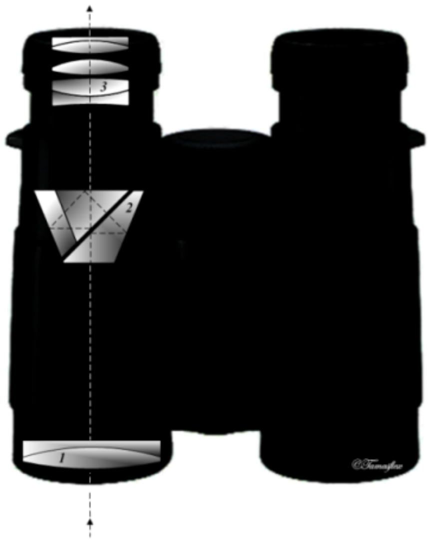


(b) Osa okuláru splývá s osou objektivu

Obr. 18: Zeiss Abbe-König Prism binoculars (1905)
https://en.wikipedia.org/wiki/Abbe%E2%80%93Koenig_prism.



(a) Dva Schmidt-Pechanovy hranoly.



(b) Osa okuláru splývá s osou objektivu

Obr. 19: Schmidt-Pechan prism-Binocular
https://en.wikipedia.org/wiki/Schmidt%E2%80%93Pechan_prism.