TP Geogebra 3D | Un triangle dans un cube

d'après http ://mathematiques.ac-bordeaux.fr/

On souhaite construire un triangle dans un cube, dont un sommet peut se déplacer sur une diagonale du cube et observer comment l'aire varie quand on déplace ce sommet.

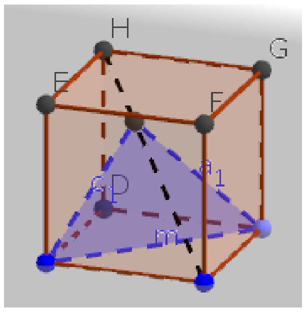

Figure 1 :

Dans ce TP,

1. tu vas utiliser GEOGEBRA pour réaliser une figure en 3D
2. tu pourras expérimenter sur cette figure en 3D pour trouver une configuration particulière
3. démontrer de manière théorique l'observation expérimentale
4. Le travail demandé comportera
   - ⋆ les différentes figures
   - ⋆ Les calculs rédigés

Représentation du problème dans GEOGEBRA

Pour cela, nous allons suivre un programme de construction. Sous le programme te sont données des commandes GEOGEBRA dans le désordre. Retrouve quelle commande GEOGEBRA correspond à quelle instruction, recopie la en face dans le tableau ci-dessous.

Instruction	**Commande** GEOGEBRA
Créer le point $A(0;0)$	
Créer le point $B(4;0)$	
Construire un cube $ABCDEFGH$ *de côté* AB	
Tracer la diagonale $[BH]$	
Créer un curseur pour la variable a[1]	
Tracer la sphère de centre B *et de rayon* a	
On appelle M *le point d'intersection de la sphère et du segment* $[BH]$	
Tracer le triangle ACM	
Aficher l'aire du triangle ACM	

■ `a = curseur[0,6.9]` ■ `s = sphere(B,a)` ■ `t = polygone(A,C,M)` ■ `e = aire(t)` ■

■ `A = (0,0)` ■ `d = segment(B,H)` ■ `M = intersection(d,s)` ■ `B = (4,0)` ■

■ `c = cube(A,B)` ■

Quand ce travail est terminé, ouvre le logiciel GEOGEBRA , choisis d'afficher GEOGEBRA 3D puis tape les commandes dans l'ordre dans la fenêtre de saisie du logiciel (petite ligne en bas). Si le champ de saisie n'est pas affiché, cocher dans le menu `Affichage`

On s'intéresse à la fonction f qui, à un réel a, associe l'aire du triangle ACM.

1. Quel semble être le domaine de définition de la fonction f ? (en donner une estimation)

2. Conjecturer les variations de la fonction f en fonction de a. Tu pourras ajouter une ligne au tableau de variation mentionnant la position du point M et faisant apparaître les positions particulières.

Pour conforter et préciser les résultats précédents, tu peux afficher l'aire du triangle sur la figure (disponible dans les menus graphiques).

Pour obtenir l'allure de la courbe représentative de f, tu peux :

- ⋆ depuis le menu <Affichage> afficher le Graphique 2, avec les axes.
- ⋆ Créer le point `N = (a,e)`. Quel est le lien entre ce point (ses coordonnées), et $\mathcal{C}_f$?
- ⋆ Déplace le point P en bougeant le curseur ou en cochant `animation` avec un clic droit sur le point. En activant la <u>trace</u> du point, on voit mieux !
- ⋆ comment cette courbe permet de répondre à la problématique de départ ?

Prends un moment	pour **noter avec tes mots** les points importants de cette manœuvre
	pour te **visualiser** en train de *retrouver par toi même* ces étapes importantes et de les mettre en œuvre sans aide.

Enregistre ton travail sous le nom `cube.triangle.ggb`

Étude théorique (à terminer à la maison)

1. La base $[AC]$ du triangle AMC a une longueur fixe. De quoi dépend l'aire du triangle AMC ?

2. On appelle I le milieu de $[AC]$. Donne sans justifier la nature du triangle AMC et déduis-en une réponse plus précise à la question précédente.

3. Justifie que le segment $[IM]$ évolue toujours dans un même plan quand a varie. Fais une figure de ce plan en vraies grandeurs (tu expliqueras comment tu obtiens les vraies longueurs)

4. Calcule les valeurs exactes des bornes du domaine de définition de f

5. Justifie la position de M minimisant l'aire du triangle

6. Démontre que l'aire minimale mesure $\dfrac{4\sqrt{3}}{3} cm^2$
   (*pour cette question, tu peux calculer une même aire de plusieurs manières...*)

7. Calcule la valeur de a correspondante.

8. Établis le tableau de variation de la fonction f avec les valeurs exactes.