Метод дискова

Област између:

$$y = x, y = x^2$$

на интервалу: [0,1]

ротира се око: y-осе. Изразимо најпре x у функцији од y.

$$x = \sqrt{y}$$
$$x = y$$

$$R(y) = \sqrt{y}$$
$$r(y) = y$$

$$V = \pi \int_0^1 \left(R^2 - r^2\right) dy$$

$$V = \pi \int_0^1 \left(\left(\sqrt{y}\right)^2 - y^2\right) dy$$

$$V = \pi \left(\int_0^1 y\, dy - \int_0^1 y^2 dy\right)$$

$$V = \pi \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right)\Big|_0^1$$

$$V = \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{\pi}{6}}$$

Метод цилиндричних шкољки са поделом на n

Област између:

$$y = x, y = x^2$$

на интервалу: [0,1]

ротира се око: y-осе.

Идеја

Интервал делимо на: n једнаких делова.

Формирају се: n

танких цилиндричних шкољки.

Како: $n \to \infty$, сума њихових запремина тежи тачној вредности.

Тачна запремина

$$V = 2\pi \int_0^1 x \left(x - x^2\right) dx$$

$$V = 2\pi \int_0^1 \left(x^2 - x^3\right) dx$$

$$V = 2\pi \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^1$$

$$\boxed{V = \frac{\pi}{6}}$$