

Φύλλο Εργασίας

Επιβλέπων συμβουλευτικής επιτροπής:
Γ. Ψυχάρης - Επ. Καθηγητής Ε.Κ.Π.Α

Αιτιολογία από /ή για ερμηνεία
στο μαθηματικό συλλογισμό με τη διαμεσολάβηση
ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας

Φύλλο Εργασίας

Ερευνητική
Διδασκαλία

• Θέμα: ποια ανταλλαγή είναι η πιο συμφέρουσα;

Τάξη

• Β΄Λυκείου

Ομάδα

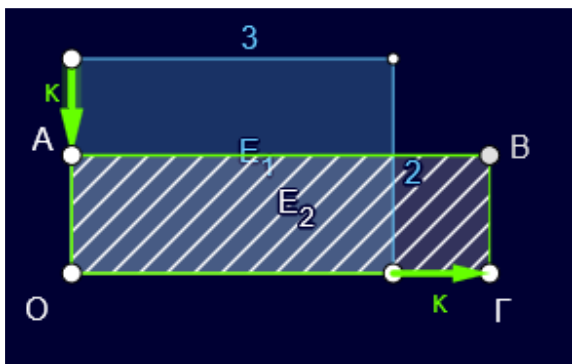
• Α Β Γ Δ Ε

Εκπρόσωποι
Ομάδας

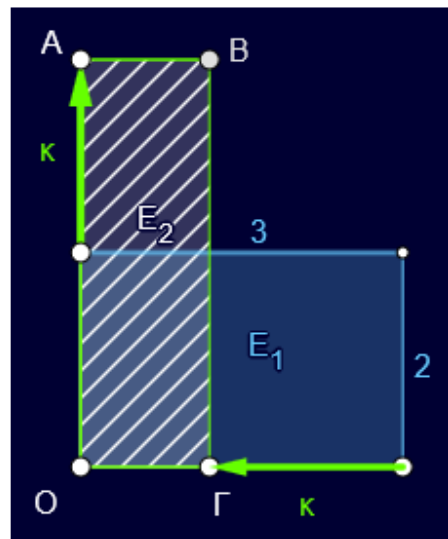
• 1.
• 2.

Μ. Τσιλιπιδής
Μάρτιος 2017

Ο ιδιοκτήτης μιας έκτασης E_1 σχήματος ορθογωνίου, μήκους $\alpha=3$ ($\times 10^2$ m) και πλάτους $\beta=2$ ($\times 10^2$ m) θα πρέπει να παραχωρήσει ένα τμήμα αυτής της έκτασης στο Δήμο της περιοχής ώστε να ανοιχθεί δρόμος που θα περνάει μέσα από αυτή. Η συμφωνία μεταξύ τους αφορούσε στο να μειωθεί μία από τις δύο διαστάσεις κατά κ μέτρα και να αυξηθεί η άλλη διάσταση επίσης κατά κ μέτρα. Αυτό μπορούσε να γίνει με δύο εναλλακτικούς τρόπους που φαίνονται στα σχήματα 1 & 2.



Σχ.1 - Νότιο-Ανατολική μεταβολή



Σχ.2 - Βόρειο-Δυτική μεταβολή

1^ο στάδιο (χωρίς τη χρήση του e-δομήματος)

A. Υποθέστε ότι ο ιδιοκτήτης σας προσλαμβάνει ως σύμβουλο ώστε να του προτείνετε ένα από τα 2 είδη μεταβολής. Ποιο είδος μεταβολής θα τον συμβουλευάτε να επιλέξει προκειμένου να πάρει έκταση ίση με την αρχική; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

2ο στάδιο (χρήση του e-δομήματος)

Ανοίξτε το e-δόμημα MSC_emathisis.ggb. Σε αυτό υπάρχει ο δρομέας κ από τον οποίο μεταβάλλονται το μήκος α και το πλάτος β του ορθογωνίου E_1 κατά $\alpha \pm \kappa, \beta \mp \kappa$ αντίστοιχα.

E1. Ανοίξτε τους διακόπτες [P] και [T] και δώστε κίνηση στο δρομέα κ από το διακόπτη κάτω αριστερά. Στην οθόνη σχηματίζονται οι καμπύλες από το σημείο $P(\kappa, f(\kappa))$ με $f(\kappa) = (3 + \kappa)(2 - \kappa)$ και το σημείο $T(\kappa, g(\kappa))$ με $g(\kappa) = (3 - \kappa)(2 + \kappa)$.

Συμπληρώστε τα κενά και τις επιλογές στον παρακάτω πίνακα όπου N-A είναι η νότιο-ανατολική μεταβολή και B-Δ η βόρειο-δυτική :

Εξίσωση	Τιμές του κ	Είδος μεταβολής	
$f(\kappa)=6$	$\kappa = \dots, \dots$	<input type="checkbox"/> N-A	<input type="checkbox"/> B-Δ
$g(\kappa)=6$	$\kappa = \dots, \dots$	<input type="checkbox"/> N-A	<input type="checkbox"/> B-Δ

Δικαιολογήστε τις επιλογές σας για το “Είδος μεταβολής” που επιλέξατε:

E2. Με ανοικτούς τους διακόπτες [P] και [Σ] δώστε κίνηση στο δρομέα κ. Στην οθόνη σχηματίζονται οι καμπύλες των σημείων $P(\kappa, f(\kappa))$ και $\Sigma(\kappa, E_2)$ που αναπαριστά τη μεταβολή του εμβαδού E_2 συναρτήσει των τιμών του κ.

I. Ποια συνάρτηση φαίνεται να παριστάνει το γράφημα των σημείων $\Sigma(\kappa, E_2)$;

II. Για ποιες τιμές του κ φαίνεται στο λογισμικό ότι οι 2 προηγούμενες καμπύλες ταυτίζονται;
Τιμές του κ:

Δικαιολογήστε τώρα αλγεβρικά την απάντησή σας:

Διορθώστε τώρα τις τιμές του δρομέα κ ώστε οι καμπύλες των σημείων P και Σ να ταυτίζονται (δεξί κλικ στο δρομέα κ, Ιδιότητες & Δρομέας).

3ο στάδιο (διατύπωση εικασίας)

Υποθέστε τώρα ότι στις διαπραγματεύσεις του Ιδιοκτήτη με το Δήμο, του προσφέρθηκε η δυνατότητα να ανταλλάξει την έκταση E_1 με έκταση μεγαλύτερου εμβαδού από τη δική του, μεταβάλλοντας πάλι το μήκος και το πλάτος με τον ίδιο τρόπο όπως και στο προηγούμενο ερώτημα.

Σε αυτό το στάδιο εξετάζουμε την περίπτωση αν είναι δυνατό ο Ιδιοκτήτης να πάρει έκταση μεγαλύτερη από την αρχική και σε καταφατική περίπτωση με ποιον τρόπο μεταβολής του αρχικού εμβαδού. Εργαστείτε μόνο με το μοντέλο $f(\kappa)$ για το εμβαδόν E_2 .

E3. Από το γράφημα των σημείων P, βρείτε τις τιμές του κ ώστε $E_2 > 6$.

Τιμές του κ:

Δικαιολογήστε αλγεβρικά την απάντησή σας:

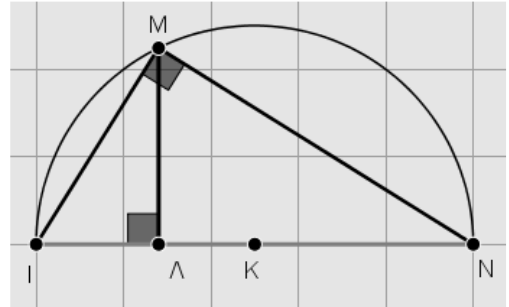
E4. Ανοίξτε το διακόπτη “1^η Αναπαράσταση”. Εμφανίζεται το ημικύκλιο διαμέτρου $IN = IL + LN$ όπου: $IL = AB$ και

$LN = OA$.

Τότε σε κάθε θέση του σημείου Λ , για το ύψος $M\Lambda$ του ορθογωνίου τριγώνου IMN θα ισχύει:

$$M\Lambda^2 = IL \cdot LN$$

Μπορείτε να αξιοποιήσετε τα παραπάνω στοιχεία ώστε να εξετάσετε αν και πότε μεγιστοποιείται το εμβαδόν E_2 ;



Αναπτύξτε εδώ το σκεπτικό σας

E5. Από τα ευρήματα της προηγούμενης ερώτησης, διατυπώστε παρακάτω κάποιον ισχυρισμό που φαίνεται να ισχύει σχετικά με τα εμβαδά ορθογωνίων όπως του E_2 :

4^ο στάδιο: Απόδειξη ισχυρισμού

E6. 1. Αν συμβολίσουμε με x και y τις διαστάσεις του ορθογωνίου E_2 , δείξτε ότι το σύστημα : $(\Sigma) \begin{cases} x+y=5 \\ xy=E_2 \end{cases}$

είναι ισοδύναμο με την εξίσωση $-x^2 + 5x - E_2 = 0$

II. Ανοίξτε το διακόπτη $\rho(x)$. Σχηματίζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\rho(x)=-x^2 + 5x - E_2$. Πειραματιστείτε για τις διάφορες τιμές του κ . Τί παρατηρείτε για τη σχετική θέση της γραφικής παράστασης με τον άξονα $x\kappa'$ καθώς μεταβάλλεται το κ και από ποια σχέση ερμηνεύεται αλγεβρικά αυτή η παρατήρηση;

E7. Μπορείτε τώρα να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E_2 γίνεται μέγιστο όταν $x=y=2.5$;

E8. Τελικά ποια λύση θα προτείνατε στον Ιδιοκτήτη της έκτασης να διαπραγματευτεί με το Δήμο της περιοχής του;