

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$

b) [1,5 puntos] Sea la función $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva que pase por el punto (1,1).

Ejercicio 2.- Dada la función $f(x) = 2 \cos(x) + |x - 1|$

a) [0,5 puntos] Determina el valor de $f'(0)$

b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$

c) [1 punto] Halla el área del recinto plano limitado por $f(x)$ con el eje OX y las rectas $x = \pi$ y $x = 2\pi$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] En un estudio de mercado, se eligen tres productos, A, B y C y cuatro tiendas. En la primera, por una unidad de cada producto cobran, en total, 4.25 euros. En la segunda, 2 unidades de A y 3 de C valen 8.25 euros más que una unidad de B. En la tercera, una unidad de A y 2 de C valen 4 euros más que 2 unidades de B y, en la cuarta, una unidad de B vale 1.25 euros menos que una de C. ¿Tienen A, B y C el mismo precio en las cuatro tiendas o no? Si la respuesta es no, justifique por qué y si la respuesta es sí, diga cuál es ese precio.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Hallar a, b y c para que las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$ conmuten.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln(x)} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite.

a) [1,5 puntos] Utilizando el cambio de variable $1 + x^2 = t^2$, calcula la primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ que cumpla $F(0) = 0$.

Ejercicio 2.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} x e^{2x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) [0,5 puntos] Estudia la continuidad y derivabilidad de la función en $x = 0$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) [1 punto] Calcula $\int_{-1}^0 f(x) dx$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dado el sistema $\begin{cases} x + 2y + (m + 3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m + 1)z = 8 \end{cases}$ discute los tipos de solución según

los valores del parámetro real m .

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Hallar a, b y c para que las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$ conmuten.