Experimento: Vaciado de un florero

Ley de Torricelli - Ecuaciones diferenciales

Gabriel Rodríguez A00365517

Contexto

Supongamos que usted tiene dos floreros, ambos con una geometría diferente entre sí, llena cada uno de los recipientes con agua mezclada con colorante con un volumen de 1000 ml intentando cambiar el color de unas flores. Sin embargo, no se da cuenta que dichos recipiente tienen un pequeño orificio en el fondo, por lo que el líquido empieza a salirse. Suponiendo que se les echa el agua con colorante a los flores al mismo tiempo ¿Cuál de los dos floreros llegará primero a la mitad de su volumen?

Para la solución a esta incognita utilizaremos la ley de Torricelli, la cual se enfoca en el estudio de los fluidos, se busca estudiar la velocidad con que fluye un líquido a través de un agujero en el recipiente que lo contiene por acción de la fuerza de gravedad.

Nuestra tarea en este trabajo es estudiar si la mencionada ley de Torricelli se ajusta a la observación en el caso del vaciado de un recipiente lleno de algún líquido. Basados en el ejercicio 57 de la sección 1.4 del Texto guía

Objetivo

Corroborar la ley de Torricelli experimentalmente utilizando un recipiente lleno de agua con colorante.

Diseño experimental

Materiales

– Dos recipientes de diferente geometría con un agujero en sus base.

– 1000 ml de agua.

– Colorante (Frutiño).

– Cronómetro.

– Celular.

Procedimiento

1. Primero, mezclamos el agua con el colorante.

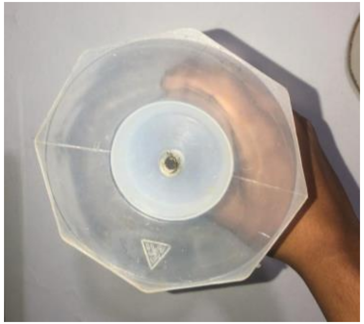
2. Después, tapamos el orificio que hay en el envase y llenamos uno de los recipientes con el agua ya mezclada.

3. Luego, destapamos el orificio y dejamos que el agua empiece a correr.

4. Posteriormente, con ayuda de un cronómetro empezamos a registrar el tiempo de vaciado del recipiente en diferentes lapsos de tiempo.

5. Por último, realizamos el mismo procedimiento con el otro recipiente que aún no hemos usado.

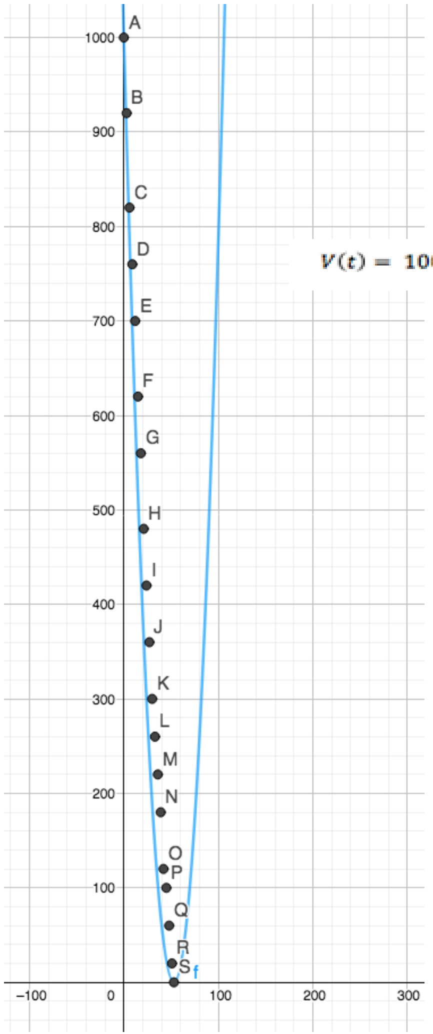
Evidencias



Datos

Modelo teorico	
Recipiente 1	
Tiempo (seg)	Volumen (ml)
0	1000
3	890
6	786
9	689
12	598
15	514
18	436
21	365
24	299
27	241
30	188
33	142
36	103
39	70
42	43
45	23
48	9
51	1
53	0

Modelo Experimental	
Recipiente 1	
Tiempo (seg)	Volumen (ml)
0	1000
3	920
6	820
9	760
12	700
15	620
18	560
21	480
24	420
27	360
30	300
33	260
36	220
39	180
42	120
45	100
48	60
51	20
53	0

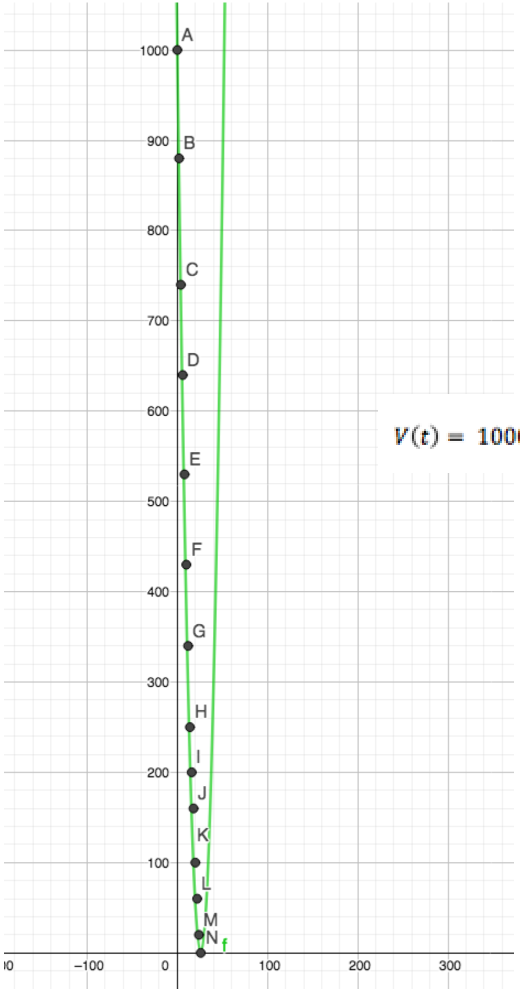


$$V(t) = 1000\left(1 - \frac{t}{53}\right)^2$$

Datos

Modelo teorico	
Recipiente 1	
Tiempo (seg)	Volumen (ml)
0	1000
2	852
4	716
6	592
8	479
10	379
12	290
14	213
16	148
18	95
20	53
22	24
24	6
26	0

Modelo Experimental	
Recipiente 1	
Tiempo (seg)	Volumen (ml)
0	1000
2	880
4	740
6	640
8	530
10	430
12	340
14	250
16	200
18	160
20	100
22	60
24	20
26	0



$$V(t) = 1000(1 - \frac{t}{26})^2$$

Error porcentual

Error % = ((V(t)teorico- V(t)experimental)/ V(t)experimental)*100

Recipiente 1

Error % = 28%

Se tomo como referencia el valor del volumen obtenido experimentalmente a los 18 seg

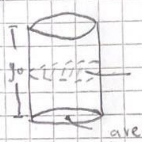
Recipiente 2

Error % = 10%

Se tomo como referencia el valor del volumen obtenido experimentalmente a los 8 seg

Parte matemática

57



$A(y)\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$ ← ley Torricelli

$A_0 \frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$

$\frac{dy}{\sqrt{y}} = -\frac{k}{A_0}\, dt$

$\int y^{-1/2}\, dy = \int B\, dt$

$2\sqrt{y} = Bt + C$ → 1. $y(0) = y_0$

$2\sqrt{y_0} = B(0) + C$

$2\sqrt{y_0} = C$

$2\sqrt{y} = Bt + 2\sqrt{y_0}$

$2\sqrt{y} = -\frac{2\sqrt{y_0}}{T}t + 2\sqrt{y_0}$

2. $y(T) = 0$

$2\sqrt{0} = BT + 2\sqrt{y_0}$

$-\frac{2\sqrt{y_0}}{T} = B$

$\sqrt{y} = \sqrt{y_0} - \sqrt{y_0}\cdot\frac{t}{T}$

$\sqrt{y} = \sqrt{y_0}\left(1 - \frac{t}{T}\right)$

$y = y_0\left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$

$A_0 y = A_0 y_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$

Volumen → $V(t) = V_0\left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$

¿Cuál de los dos floreros llegará primero a la mitad de su volumen?

Recipiente 1

$$V(t) = V_0(1 - \frac{t}{T})^2$$

$$V(t) = 1000(1 - \frac{t}{53})^2$$

$$500 = 1000(1 - \frac{t}{53})^2$$

$$t \approx 15{,}52$$

Recipiente 2

$$V(t) = V_0(1 - \frac{t}{T})^2$$

$$V(t) = 1000(1 - \frac{t}{26})^2$$

$$500 = 1000(1 - \frac{t}{26})^2$$

$$t \approx 7{,}61$$

Respuesta: El recipiente 2 sería el primero en llegar a la mitad de su volumen

Conclusión

Pudimos notar que, al aplicar el cálculo del error porcentual, nos arroja un porcentaje muy alto de error, 28% para el primer recipiente y 10% para el segundo recipientes. Esto se debe a posibles errores humanos en la experimentación, específicamente en la observación al tomar los datos, puesto que el líquido en ambos recipientes descendía de una manera tan rápida que en la grabación no quedaba tan claro la medida en la que se encontraba. Sin embargo los resultados obtenidos se acercaron a la función que describe la velocidad con que fluye un líquido a través de un agujero en un recipiente.

Por otra parte determinamos, que el liquido del recipiente 2 descendía en un menor tiempo respecto al recipiente 1, esto podría ser debido a que la geometría de dicho recipiente influye en el tiempo de vaciado.