Jak animovat pohyb planety v GeoGebře

7. S-hrnutí a výsledný maxi-aplet

Žán Pól Kastról

3. srpna 2022

https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r

1 Co jsme doposud udělali?

V tomto **sedmi-dílném** seriálku jsme zkoumali možnosti, jak animovat v GeoGebře pohyb planety po elipse kolem Slunce.

Fyzikálně jsme se pohybovali v oblasti prvních dvou Keplerových zákonů (třetím zákonem jsme se nezabývali):

K1: Planety se pohybují po **elipsách**, v jejichž společném ohnisku je Slunce.

K2: Spojnice Slunce a planety opíše za stejný čas vždy **stejnou plochu**.

- V prvním dílu „**Polární rovnice elipsy**“

  https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#chapter/824116

  jsme odvodili polární rovnici elipsy, která v dalších úvahách hrála důležitou roli:

  POREL

  $$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \tag{1}$$

- Ve druhém dílu „**Parametrické rovnice elipsy**“

  https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#chapter/824117 jsme díky methodě stlačení kružnice, z níž vznikne elipsa, odvodili další způsob vyjádření tvaru kružnice:

PREL $(E \to x; y)$

$$x = a \cos E \tag{2}$$

$$y = b \sin E \qquad E \in \langle 0; 2\pi) \tag{3}$$

tedy parametrické rovnice s parametrem, kterým je **excentrická anomálie** planety.

- Ve třetím dílu „**Elipsa – přehled číslíček, souřadnic a rovnic**“

  https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#chapter/824118

  jsme si shrnuli **pětici** základních čísel, která charakterizují elipsu z hlediska jejího tvaru a velikosti $(a, b, e, p, \varepsilon)$, **pětici** souřadnic, které určují polohu planety $(x_P, y_P, r, \varphi, E)$ a **pětici** nejdůležitějších rovnic, které vyjadřují vztahy mezi těmito souřadnicemi (včetně dvou výše zmíněných $\mathcal{POREL}$ a $\mathcal{PREL}$).

- Čtvrtý díl „**Odvození Keplerovy rovnice**“

  https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#chapter/824119

  je nejdůležitější – Keplerova rovnice, kterou Kepler odvodil geniálním způsobem methodou stlačení kružnice, nám umožňuje propojit statické rovnice elipsy s **časem** a planetu **rozhýbat**:

Keplerova rovnice

$$M = E - \varepsilon \sin E \tag{4}$$

kde

$$\boxed{M = \frac{2\pi}{T} \cdot t} \tag{5}$$

je **střední anomálie** planety.

- Pátý díl „**Animace pohybu planety pomocí Keplerovy rovnice**“

  https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#chapter/824120

  vokazuje způsob, jak Keplerovu rovnici použít pro animaci nerovnoměrného pohybu planety.

- Šestý díl „**Plošná, úhlová a obvodová rychlost planety**“ zavádí **plošnou rychlost** (která je dle $K2$ konstantní), předvádí rafinovaný aplet demonstrující Keplerův zákon ploch a odvozuje vztahy pro **úhlovou** a **obvodovou** rychlost a její složky (které již jsou proměnné) v závislosti na **pravé anomálii** φ:

$$\boxed{\omega = \frac{2w(1 + \varepsilon \cos\varphi)}{p^2}} \tag{6}$$

$$\boxed{v_r = \frac{2w}{p} \cdot \varepsilon \sin\varphi} \tag{7}$$

$$\boxed{v_\varphi = \frac{2w}{p} \cdot (1 + \varepsilon \cos\varphi)} \tag{8}$$

$$v = \frac{2w}{p}\sqrt{1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon\cos\varphi} \tag{9}$$

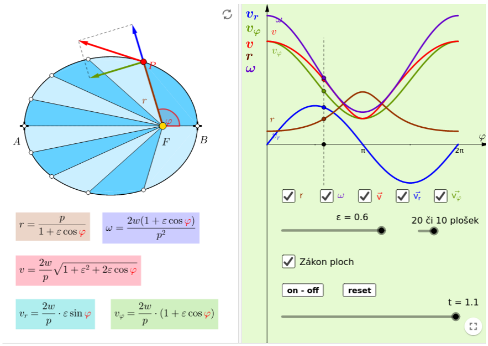
Je zde také návod na výrobu apletu, který animuje vektory $\vec{v}, \vec{v}_r, \vec{v_\varphi}$ při pohybu planety po elipse.

Dále jsme zde vysvětlili, proč nelze výše uvedený vztah pro v použít přímo pro nastavení rychlosti animace v GeoGebře.

Ukázali jsme si také krástný geometrický **Feynmanův trik**, kdy délka jisté úsečky h (která souvisí s řídící kružnicí elipsy) je **úměrná** velikosti vektoru obvodové rychlosti.

2 Výsledný maxi-aplet

Všechny esenciální vztahy a animace jsou obsaženy v tomto výsledném apletu:



Obr. 1:

https://www.geogebra.org/m/m3q5cd4r#material/ukcgrxyx

Δ

Da Sista Les

∞