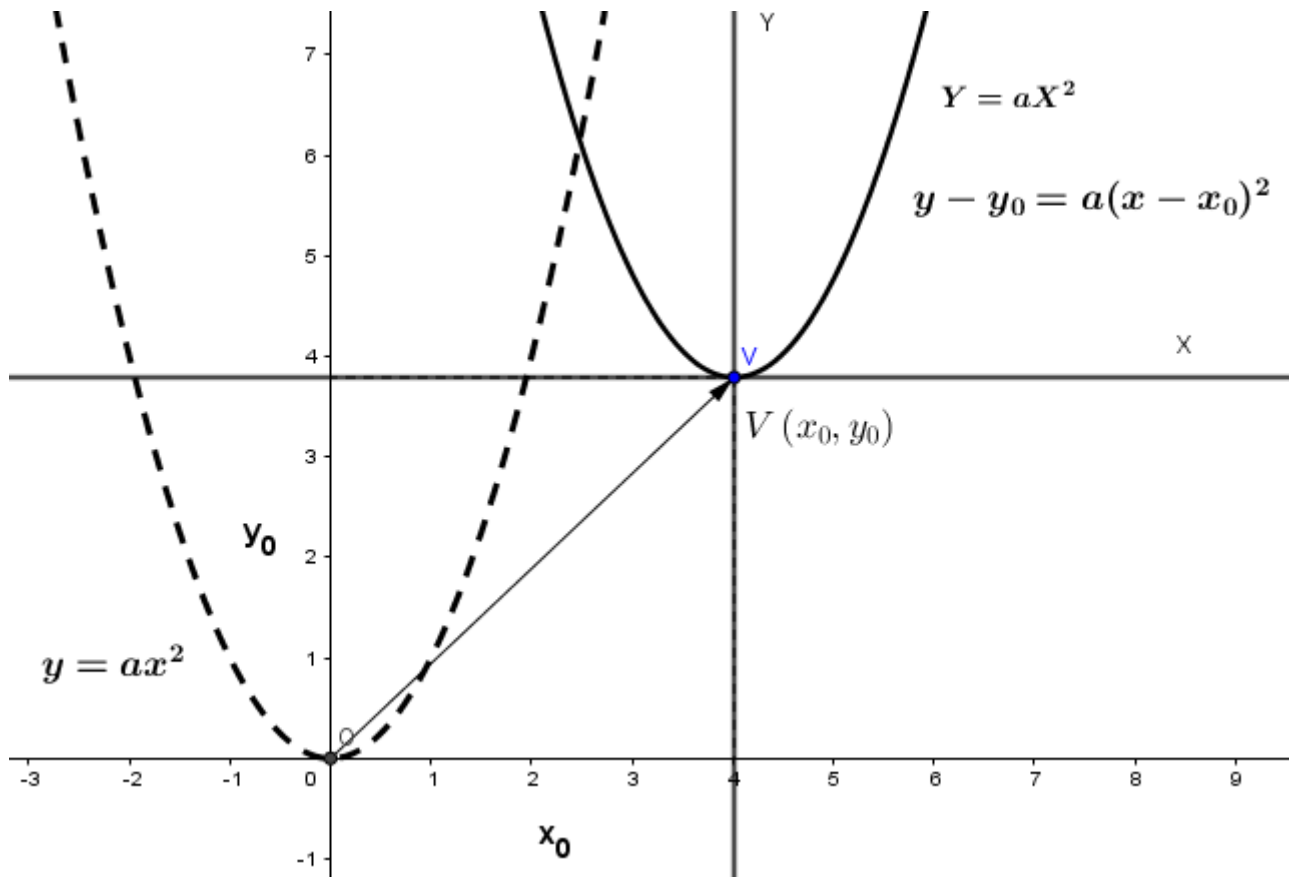


PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA PARALLELO ALL'ASSE Y

EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA PARALLELO ALL'ASSE Y

- Equazione della parabola con vertice $V(x_0, y_0)$ e asse di simmetria parallelo all'asse y



Consideriamo un nuovo sistema di riferimento con origine in V.

In questo sistema l'equazione della parabola è $Y = aX^2$ con $X = x - x_0$ e $Y = y - y_0$

Sostituendo si ottiene:

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2 \text{ con } a \neq 0$$

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0 \text{ con } a \neq 0$$

forma del vertice

- Dalla precedente equazione si ricava la forma standard

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2; \quad y = a(x - x_0)^2 + y_0; \quad y = a(x^2 - 2x_0x + x_0^2) + y_0;$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

Se poniamo $-2ax_0 = b$ e $ax_0^2 + y_0 = c$ l'equazione diventa:

$$y = ax^2 + bx + c \text{ con } a \neq 0$$

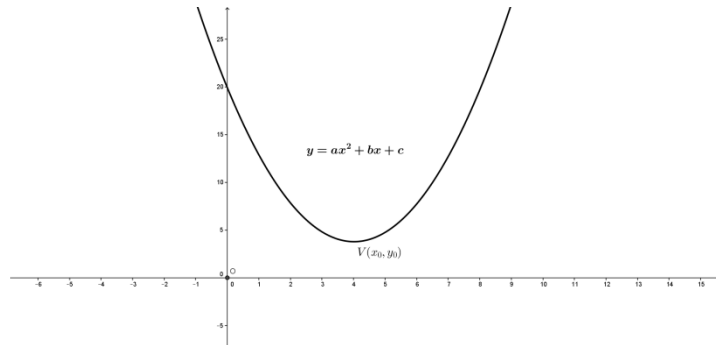
PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA PARALLELO ALL'ASSE Y

forma standard

Se $a > 0$ la parabola volge la concavità verso l'alto,

Se $a < 0$ la parabola volge la concavità verso il basso.

Nota l'equazione possiamo ricavare le coordinate del vertice, del fuoco e l'equazione della direttrice.



VERTICE

Da $-2ax_0 = b$ ricaviamo

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

Da $ax_0^2 + y_0 = c$ ricaviamo

$$y_0 = -ax_0^2 + c;$$

$$y_0 = -a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + c;$$

$$y_0 = -a\frac{b^2}{4a^2} + c;$$

$$y_0 = -\frac{b^2}{4a} + c;$$

$$y_0 = \frac{-b^2 + 4ac}{4a},$$

ricordando che $\Delta = b^2 - 4ac$

$$y_0 = -\frac{\Delta}{4a}$$

Quindi

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA PARALLELO ALL'ASSE Y

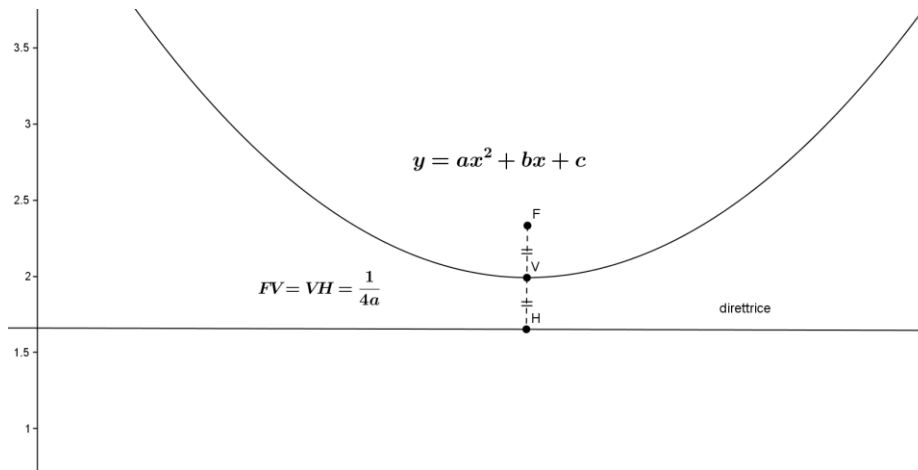
FUOCO

L'ascissa del fuoco è uguale a quella del vertice:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

L'ordinata del fuoco si determina con semplici considerazioni geometriche:

$$y_0 = \frac{1}{4a} - \frac{\Delta}{4a}$$



$$F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1 - \Delta}{4a}\right)$$

DIRETTRICE

L'equazione della direttrice si determina con semplici considerazioni geometriche: $y =$

$$-\frac{1}{4a} - \frac{\Delta}{4a}$$

$$d: y = \frac{-1 - \Delta}{4a}$$

O anche

$$d: y = -\frac{1 + \Delta}{4a}$$

ASSE DI SIMMETRIA

$$x = -\frac{b}{2a}$$

SINTESI

Parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y
$y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$
$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$
$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a}\right)$
$d: y = -\frac{1 + \Delta}{4a}$